ELEMENTI DI NAVIGAZIONE ASTRONOMICA

LUIGI TONTA

Capitano di Fregata

ELEMENTI

DI

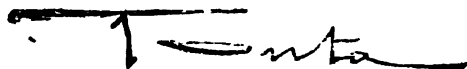
Navigazione Astronomica

LIBRO DI TESTO PER LA R. ACCADEMIA NAVALE

Con 186 figure

LIVORNO

RAFFAELLO GIUSTI, EDITORE

LIBRAIO-TIPOGRAFO

1919

PREFAZIONE

Questi *Elementi di Navigazione Astronomica* vorrebbero essere utili non solo agli allievi delle scuole nautiche ma anche a coloro che navigano, proponendosi di diffondere fra questi il razionale impiego dei metodi moderni di navigazione.

Nello svolgimento del corso la teoria è trattata col solo aiuto delle matematiche elementari.

La revisione delle bozze (che, per motivi di servizio, ho potuto curare solo in minima parte) fu fatta quasi interamente dal Comandante Eugenio Modena, attuale insegnante nell'Accademia Navale, coadiuvato efficacemente dal Tenente di Vascello Alfredo Grillo, dal Cav. Paolo Campigli e dal Prof. Giulio Tognelli.

A questi egregi collaboratori esprimo la mia viva gratitudine.

R.° Esploratore " Quarto „ 26 Marzo 1919.

LUIGI TONTA

INDICE

APPENDICE

ERRATA-CORRIGE

Pagina	Linea dall'alto	Linea dal basso	*Errata*	*Corrige*
13		19 (nota)	VALORI DI λ^0	VALORI λ_0
16				Nella fig. 13 mettere la lettera M nel punto d'incontro della HX con la CQ.
49				Nella fig. 34 la AL deve essere tutta piena.
55	14		QMD	QWD
127	1		LE EEFEMERIDI	LE EFFEMERIDI
153	24		$3{,}7 \times 2^m$	$3{,}6 \times 2^m$
157		5	6^h14^m	6^h41^m
173		13	si dovra	si dovrà
187	25		considerato co	considerato col
190		11	minore di 2	minore di 2'
196		15 (nota)	1910	1810
210		1	*tener*	*rente*
217	3		orrette	corrette
231	8			Cancellare le linee 8, 9, 10, 11, 12 (da « Incominciamo coll'osservare » a « Diremo adunque.
288	14		altitudine	latitudine
294, 295				sostituire il simbolo y in luogo di γ nella intestatura della colonna « miglia ».
295	3		30^0	$30'$
300		1 (nota)	$< 20')$	$(< 20')$
354	29		*Correggere*: $\lvert \Delta''\lambda \rvert \cos\varphi = \lvert \Delta h \operatorname{sen} z \rvert$ in	$\lvert \Delta''\lambda \rvert \cos\varphi = \left\lvert \frac{\Delta h}{\operatorname{sen} z} \right\rvert$
360	22		§ 154 e relativa osservazione)	§ 154)
366		21	non è soltanto	non rappresentano soltanto
367	14		da quello relativo	da quello φ_0 relativo
367	19		funzione di φ e δ	funzione di φ_0 e δ
368	Aggiungere in calce:			NOTA. — Nel caso che si considerasse il passaggio al meridiano inferiore il valore di α sarebbe dato da $\alpha = 1'',96 \frac{1}{\tan\varphi_0 + \tan\delta}$
375	23		pagine (1)	pagine) (1)
384	17		$\delta < \varphi$	$\delta > \varphi$
387	13		qnale	quale
392	3ª colonna (0°) in corrispondenza di declinazione 23° e di ore PM modificare:		11,9	1,19
393	1ª colonna di sinistra (Declinazione) ultima riga		25°	23°
395	3		valori assoluti	i valori assoluti
415	7		orizzonteartificiale,	(orizzonte artificiale,
425		12	lettera	lettura
430	4		$a_d = 262^0$	$a_d = 272^0$
431	12 e 13		$\frac{1}{2} z$	$\frac{1}{2} Z$
434	8		*pomeridiane* come	*pomeridiane.* Come
434	11, 16 e 19		$\frac{1}{2} z$	$\frac{1}{2} Z$

CAPITOLO I

La Terra e la sua rappresentazione sferica

---

§ 1. **La forma matematica della Terra (Geoide).** — La massa intera della Terra esercita sopra una molecola, situata in un punto qualunque della Terra medesima, un'attrazione che è la risultante di tutte le attrazioni delle singole particelle costituenti la massa terrestre; questa risultante composta colla forza centrifuga, dovuta alla rotazione della Terra su se stessa, dà la *forza di gravità* in quel punto; la direzione della gravità determina la *verticale* del luogo considerato.

Si chiama *superficie di livello terrestre* la superficie la quale gode della proprietà che in ogni punto di essa la sua normale coincide colla verticale del punto stesso.

La superficie delle acque, supposte in equilibrio, è una superficie di livello terrestre.

Infatti per un principio elementare d'idrostatica il piano tangente in un punto qualunque della superficie libera delle acque in equilibrio deve essere normale alla direzione della gravità nel punto stesso perchè, ove non lo fosse, la forza di gravità si potrebbe scomporre in due forze, una diretta secondo la normale e l'altra giacente nel piano tangente: quest'ultima produrrebbe il movimento della molecola in una certa direzione, e non si avrebbe più l'equilibrio. La superficie di una massa liquida in equilibrio taglia dunque perpendicolarmente le verticali condotte per ciascuno dei suoi punti; è perciò una superficie di livello terrestre.

Così *la superficie dei mari* supposti in equilibrio è una superficie di livello che prolungata idealmente attraverso i continenti costituisce

una superficie chiusa chiamata da Gauss e da Bessel *forma matematica della Terra* e più recentemente (1872) da Listing *Geoide o superficie geoidica* ([1]).

Osservazione. — In realtà le acque marine non sono in equilibrio; le attrazioni variabili del Sole e della Luna, le azioni meteorologiche ecc. ecc., dànno luogo ad uno squilibrio del quale sono segni materiali il fenomeno delle maree, quello delle onde, delle correnti, ecc. ecc.

Sovra una costa, sulla quale esista un mareometro (scala indicatrice del livello delle acque), si può, colla media dei livelli osservati più volte al giorno e per lungo tempo, fissare un *livello medio* del mare sulla costa medesima. Una analoga valutazione possiamo idealmente supporre fatta sopra ogni verticale intersecante la superficie dei mari che sono in aperta comunicazione fra loro; il luogo dei punti medî così ottenuti costituisce la *superficie media dei mari* la quale si può ritenere approssimativamente coincidente con quella che si avrebbe se non vi fossero cause perturbatrici dell'equilibrio, e come tale considerarla una superficie di livello terrestre.

§ 2. Proiezione di un punto della superficie fisica terrestre. — Chiamasi *superficie fisica* della Terra la superficie limite di separazione fra la parte solido-liquida della massa terrestre e l'atmosfera.

Chiamasi *proiezione* di un punto X (fig. 1) della superficie fisica terrestre il punto X′ del sottostante Geoide incontrato dalla verticale di X. Si suppone che tale incontro avvenga normalmente alla superficie geoidica; in altri termini; che la verticale di X′ sia coincidente con quella di X. In realtà è dimostrato che la verticale X′V′ del punto X′ non coincide esattamente colla verticale XV di X, ossia che le superfici di livello in X e X′ non sono fra loro parallele. Tuttavia gli scostamenti dei punti della superficie fisica della Terra dal Geoide sono talmente piccoli di fronte alle dimensioni del Geoide medesimo che la inflessione subìta dalla direzione della gravità nel passare da X ad X′ (misurata dall'angolo V′X′V), è anch'essa estremamente piccola, in guisa che, almeno in via di grande approssimazione, si può ritenere che le verticali osservate sulla superficie fisica della Terra prolungate fino ad incon-

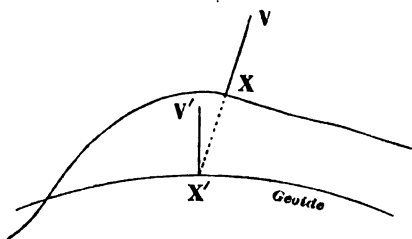



Fig. 1.

([1]) Il concetto della superficie di livello terrestre fu tuttavia per la prima volta introdotto nella scienza da Clairaut (1743).

trare il Geoide lo taglino normalmente [1], siano cioè coincidenti colle verticali dei punti d'incontro.

Da queste considerazioni risulta che il punto X della superficie fisica terrestre è perfettamente definito, se sono date la sua proiezione X′ e la lunghezza della XX′, detta *altitudine*. Difatti per individuarlo basterà condurre per il punto dato X′ del Geoide la normale esterna e portarvi a partire da X′ una lunghezza uguale all'altitudine.

Le proiezioni dei punti terrestri si possono determinare astronomicamente in virtù di una proprietà geometrica del Geoide che esporremo nel seguente paragrafo.

§ 3. **Convessità del Geoide.** — Proposizione fondamentale dell'Astronomia di posizione è che il Geoide (come ogni altra superficie di livello terrestre) presenti in ogni suo punto la convessità all'esterno, ovvero, in altri termini, che non esistano sovr'essa due punti per i quali, condotte le normali esterne, queste risultino di uguale direzione e senso. Questa proprietà si può anche enunciare dicendo che ad ogni punto della superficie geoidica corrisponde una particolare e determinata direzione della verticale e ad ogni direzione della verticale corrisponde un particolare e determinato punto della superficie geoidica.

I metodi dell'Astronomia di posizione permettono di individuare rispetto a direzioni di altre verticali od altre particolari rette appartenenti al Geoide la *direzione della verticale* in ogni punto della superficie fisica terrestre, stabilendo delle relazioni fra questa, quelle e le direzioni secondo cui sono veduti gli astri dal punto considerato. Per il principio enunciato ora, e per quanto è detto nel precedente paragrafo, tali metodi sono adunque sufficienti a determinare le proiezioni dei punti terrestri.

Possiamo anche dire in termini più generali che l'azione della gravità definisce in ogni luogo della Terra una retta la cui direzione, fisicamente osservabile, è da sola sufficiente ad individuare la proiezione del punto considerato sul Geoide medesimo.

§ 4. **Rappresentazione sferica delle direzioni.** — Per risolvere con chiarezza i problemi relativi alle direzioni individuate da semi-

[1] In meccanica si direbbe che, relativamente alle dimensioni del Geoide, la distanza dei punti accessibili della superficie fisica dal Geoide medesimo puossi considerare come infinitamente piccola ed è pertanto trascurabile l'inflessione che subisce la *linea di forza* della gravità nel passare da essi alla superficie di livello Geoidica.

rette uscenti da un punto o da punti diversi dello spazio (come ad es. le verticali terrestri) ed alle giaciture di piani nello spazio, conviene fare uso di una sfera ausiliaria di centro e raggio arbitrarî alla quale si dà il nome di *sfera rappresentativa*. La direzione della semiretta r è rappresentata sulla sfera dal punto R, estremo del raggio condotto dal centro parallelamente e nello stesso senso alla semiretta r. La giacitura di un piano γ è rappresentata sulla sfera dal circolo massimo il cui piano è parallelo a γ.

Così facendo, ed ove si assuma come unità di lunghezza l'arco di circolo massimo della sfera di ampiezza 1^0, oppure $1'$, oppure $1''$ (1), l'angolo ($< 180^0$) di due semirette r ed s, qualunque, rappresentate sfericamente dai punti R ed S (fig. 2) è misurato in gradi, primi o secondi, rispettivamente, dall'arco di circolo massimo ($< 180^0$) congiungente R con S; ossia dalla distanza sferica RS; l'angolo ($< 90^0$) formato dalla semiretta r rappresentata da R, col piano γ, rappresentato dal circolo massimo GG', è misurato dall'arco di circolo massimo ($< 90^0$) condotto da R normalmente a GG'; o, se si vuole, anche dal complemento dell'arco di circolo massimo ($< 90^0$) RP, congiungente R col punto P, polo di GG' (2). Parimenti l'angolo diedro formato da due piani (il quale è uguale al corrispondente angolo sferico formato dai due circoli massimi che rappresentano i piani sulla sfera) è misurato dall'arco del circolo massimo normale ai due circoli predetti, compreso nel diedro considerato.

Fig. 2.

(1) Se si prende come unità di lunghezza il raggio della sfera, gli archi e quindi gli angoli risultano misurati in *radianti*. La misura dell'intera circonferenza in parti di raggio è 2π. In pratica si usano però le misure in gradi: la circonferenza è così misurata da 360^0. Il passaggio dall'un sistema di misura all'altro si ottiene dalle proporzioni

$$\frac{\text{misura in gradi}}{\text{misura in radianti}} = \frac{360}{2\pi} = 57,2957795\ldots \text{ (log} = 1,7581226\text{); parimenti:}$$

$$\frac{\text{misura in primi}}{\text{misura in radianti}} = \frac{360 \times 60}{2\pi} = 3437,74677\ldots \text{ (log} = 3,5362739\text{)}$$

$$\frac{\text{misura in secondi}}{\text{misura in radianti}} = \frac{360 \times 60 \times 60}{2\pi} = 206264,8063\ldots \text{ (log} = 5,3144251\text{);}$$

ossia la misura in gradi dell'arco lungo quanto il raggio è $57^0,29\ldots$; la misura in parti di raggio dell'arco di ampiezza 1^0 è $\frac{1}{57,29}$; ecc. ecc.

(2) È noto che diconsi poli di un circolo sopra una sfera gli estremi del diametro perpendicolare al piano del circolo.

Faremo ancora osservare che la giacitura del piano individuato da due semirette r ed s uscenti da un punto dello spazio è rappresentata dal circolo massimo individuato dai punti corrispondenti R ed S della sfera.

§ 5. **Coordinate sferiche ortogonali. - Linee coordinate.** — Vi sono diversi modi di fissare o definire la posizione di un punto della superficie sferica, e, di conseguenza, ove si tratti della sfera rappresentativa, di individuare la particolare direzione rappresentata dal punto medesimo. Il sistema più comunemente usato in Astronomia e del quale faremo subito una importante applicazione è quello delle coordinate sferiche ortogonali.

Fig. 3.

Si assume un punto P (fig. 3) della sfera rappresentativa come *polo* o *punto fondamentale* del sistema. Il diametro PP' è detto *asse polare*. Il circolo massimo QQ' perpendicolare all'asse polare è il *circolo fondamentale di riferimento* del sistema.

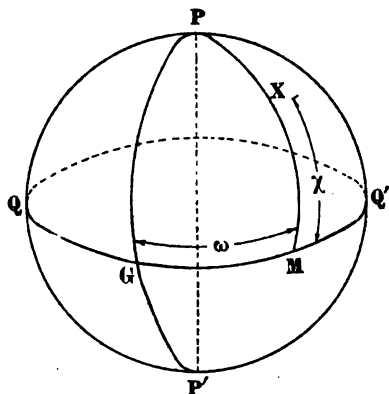
I cerchi massimi passanti per l'asse polare e perciò normali al circolo fondamentale sono detti *cerchi secondarî*, e diconsi *semicircoli secondarî* i loro rami come PGP' terminati ai poli. Uno di questi passante per un dato punto G del circolo fondamentale viene assunto, con apposita convenzione, come *semicircolo secondario di riferimento*.

Abbiamo in tal modo stabilito un sistema di coordinate sferiche *ortogonali*, così dette perchè i circoli di riferimento sono normali fra loro.

Proponiamoci ora di fissare la posizione del punto X.

A tal fine conduciamo l'arco di circolo massimo $PX = \psi$. È manifesto che quando sia dato questo arco ed, insieme ad esso, l'angolo sferico GPX, il punto X sarà individuato.

In luogo dell'angolo GPX si può introdurre l'arco $GM = \omega$ determinato dai due semicircoli secondarî PGP' e PXP' sul circolo fondamentale. Invece dell'arco PX si può usare altresì il suo complemento $MX = 90^0 - \psi = \chi$. Allora il punto X sarà determinato dalle *coordinate*

$$MX = \chi\,, \qquad GM = \omega.$$

Il punto G del circolo fondamentale, a partire dal quale si conta la coordinata ω, dicesi *origine* di essa coordinata.

Perchè gli archi ω e χ determinino senza ambiguità la posizione di X, occorre conoscere il verso secondo il quale vanno contati a partire rispettivamente da M (per la coordinata χ), e da G (per la coordi-

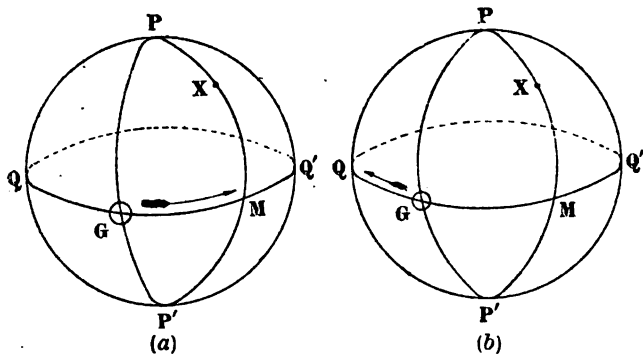



Fig. 4.

nata ω). Generalmente per dare il segno alla coordinata χ si fa la convenzione di assumerla positiva se essa è contata, a partire da M, verso il polo P scelto per fondamentale, negativa se essa è contata verso il polo opposto P'. Per la coordinata $GM = \omega$ si fa la convenzione di attribuire un verso al cerchio massimo fondamentale QQ', per es. quello indicato dalla freccia (fig. 4 *a* e fig. 4 *b*), e si dà il segno + se l'arco GM è contato, a partire da G, nel verso della freccia, il segno — se è contato nel verso opposto.

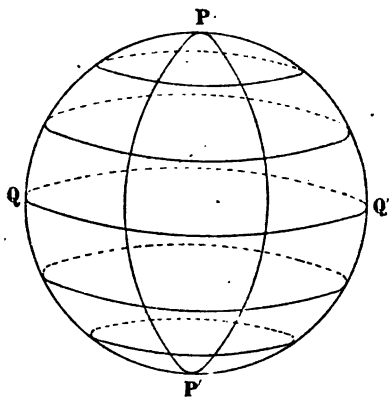



Fig. 5.

Si dice che il sistema di coordinate sferiche è *diretto* quando per un osservatore supposto situato nel polo fondamentale del sistema e collo sguardo rivolto al piano del circolo fondamentale QQ', il verso adottato, ed indicato dalla freccia, è *contrario* a quello del movimento degli indici di un orologio (fig. 4 *a*), e che esso è *retrogrado* quando il verso è quello di questo movimento (fig. 4 *b*).

Diconsi *linee coordinate* del sistema i luoghi geometrici dei punti della superficie sferica nei quali una delle due coordinate χ ed ω ha un determinato valore costante.

Le linee coordinate di uguale χ (fig. 5) sono circoli minori perpendicolari all'asse polare del sistema, ossia paralleli al cerchio fondamentale QQ'; le linee coordinate di uguale ω sono i semicircoli secondari del sistema.

Se immaginiamo tracciate sulla sfera le linee coordinate corrispondenti a valori costanti di χ e di ω, rispettivamente, avremo il *reticolato* delle linee coordinate del sistema considerato, il quale renderà molto agevole l'operazione di fissare il punto della sfera di cui sono date le corrispondenti coordinate χ ed ω.

§ 6. **Rappresentazione sferica del Geoide (Globo geografico).** — Per togliere ogni ambiguità premettiamo (come, d'altra parte, implicitamente risulta dalle precedenti discussioni) che in Astronomia è convenuto di assumere come *verso della verticale* in un punto, non già

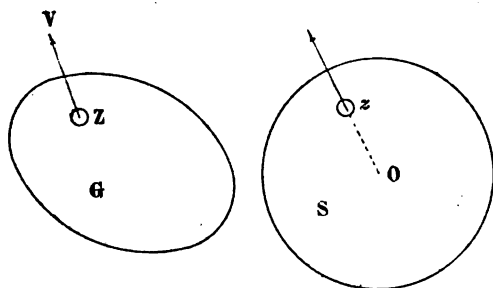



Fig. 6.

quella della forza della gravità nel punto medesimo, ma il suo opposto; in altri termini, in un punto Z (fig. 6) del Geoide tale verso è quello della semiretta ZV, uscente da Z normalmente al Geoide ed esterna a questo [1].

Se, per rappresentare le direzioni delle normali esterne al Geoide, ossia delle verticali osservate alla superficie terrestre, si applicano i principî della rappresentazione sferica, enunciati nel precedente paragrafo, si ottiene il risultato di stabilire una corrispondenza *biunivoca* fra i punti del Geoide e quelli della sfera rappresentativa, ossia tale che ad un punto di una di esse corrisponde un punto unico e determinato dell'altra, e reciprocamente.

Si dice generalmente che *si rappresenta una superficie sopra un'altra* quando si stabilisce fra i loro punti una corrispondenza di tal

---

[1] Propriamente il verso ora definito è detto in Astronomia verso *zenitale* della verticale; il suo opposto, coincidente con quello della forza di gravità, è invece detto verso *nadirale*.

natura. La superficie sferica si presta adunque in modo particolarmente semplice alla rappresentazione della superficie geoidica.

La dimostrazione di questo principio è tutta basata sulla proposizione fondamentale relativa alla forma del Geoide, la quale stabilisce che tale superficie è chiusa e *convessa* in ogni sua parte.

Sieno G il Geoide (fig. 6), Z un punto della sua superficie, ZV la verticale di Z. Per il centro O della sfera rappresentativa S conduciamo il raggio Oz parallelo alla verticale ZV e diretto nel medesimo verso. È palese che la superficie geoidica non presentando mai all'esterno alcuna concavità, la posizione di Z determina senza ambiguità quella di z; ed inversamente al punto z della sfera corrisponde sul Geoide un punto unico Z. È infatti agevole convincersi che quando a z corrispondessero due punti Z sul Geoide, le due verticali di questi dovrebbero essere parallele e rivolte nel medesimo verso, ciò che è impossibile se la superficie G non è concava nelle regioni intermedie (fig. 7).

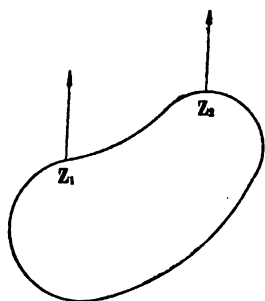



Fig. 7.

Il punto z che rappresenta sfericamente la verticale ZV si può adunque considerare come la rappresentazione del punto Z a cui appartiene la verticale medesima, e noi diremo che esso è l'*immagine sferica* di Z, od anche il *punto corrispondente* a Z sulla sfera, e, inversamente, che Z è il punto corrispondente a z sul Geoide.

Se supponiamo di segnare sulla sfera nel modo ora indicato i punti corrispondenti alle diverse proiezioni sul Geoide dei punti terrestri che, nel loro insieme, determinano le grandi linee caratteristiche della superficie fisica della Terra, veniamo a costruire *un globo geografico*.

Osservazione. — Dalle considerazioni ora svolte si vede che per gli usi della Geodesia Astronomica il *globo geografico* non devesi propriamente considerare quale una *riproduzione* in piccola scala del nostro pianeta, come si fa nella Geografia descrittiva, ma bensì come una particolare rappresentazione geometrica della sua superficie, allo stesso modo che le *carte geografiche* sono *rappresentazioni piane* di regioni più o meno estese della superficie medesima.

È bensì vero che, essendo la forma della Terra assai prossima a quella di una sfera, colla rappresentazione sferica poc'anzi descritta le configurazioni della superficie terrestre vengono riprodotte senza grandi deformazioni, ed il globo geografico risulta — a parte il valore della scala di riduzione — sensibilmente uguale alla Terra nella sua forma e nelle sue varie figure superficiali, e, pertanto, sotto tale aspetto il suo impiego nella geografia descrittiva non è solo

giustificato, ma anche molto utile. Tuttavia nella Geodesia Astronomica si deve fare completa astrazione da siffatte considerazioni ed il globo geografico deve essere considerato come un mezzo geometrico, più che utile, indispensabile per trattare e risolvere i problemi più importanti della Geodesia stessa.

§ 7. **Coordinate geografiche.** — Un sistema di coordinate sferiche ortogonali le cui linee coordinate permettono di stabilire in modo semplice e chiaro la corrispondenza fra i punti del globo geografico ed i punti del Geoide (1) è quello che ha per polo fondamentale il punto corrispondente alla direzione Nord dell'asse di rotazione permanente della Terra. Tale asse è invariabile rispetto al Geoide (2) e la sua *direzione Nord* è definita nel seguente modo. Delle due facce di un piano che lo taglia normalmente, è rivolta al Nord quella ove il moto di rotazione della Terra è rappresentato da un indice che si muove in *senso diretto* (contrario alle lancette dell'orologio). Vedi fig. 8.

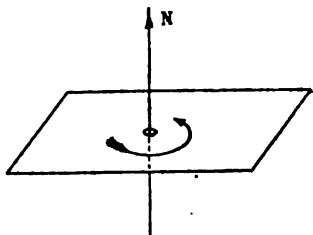



Fig. 8.

Il polo, o punto fondamentale, del sistema (P) che rappresenta tale direzione è il *polo Nord* o Boreale; quello opposto (P') è il *polo Sud* od Australe (fig. 9).

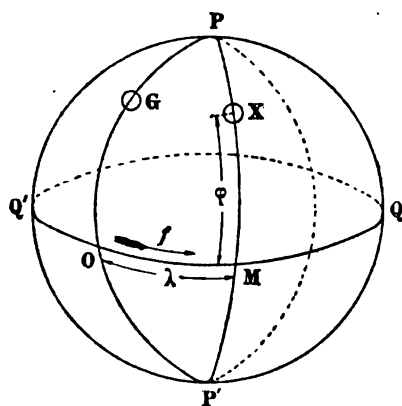



Fig. 9.

Il cerchio massimo QQ' perpendicolare all'asse polare PP', ossia il circolo fondamentale di riferimento, è detto *equatore* e rappresenta la giacitura di ogni piano terrestre condotto normalmente all'asse di rotazione; i circoli secondarî diconsi *circoli meridiani*. Diconsi propriamente *meridiani* i semicircoli secondarî terminati ai poli, e, per distinguere i due semicircoli appartenenti al medesimo circolo, si dice che uno è l'*antimeridiano* dell'altro.

Semicircolo secondario di riferimento, detto *primo meridiano*, è il meridiano PGOP' passante per G, essendo G il punto della sfera cor-

---

(1) Ciò risulterà evidente quando diremo della figura geometrica del Geoide.

(2) In realtà le misure di alta precisione della Astronomia moderna hanno rivelato un lieve movimento dell'asse di stabile rotazione nell'*interno della Terra*. Si tratta di un movimento conico *molto irregolare* intorno ad una *posizione media* fissa nella Terra. Tuttavia le inclinazioni che assume su questa posizione media sono estremamente piccole, non superando 0",6 circa.

rispondente ad un dato punto terrestre fondamentale scelto con apposita convenzione; il punto d'incontro O coll'equatore costituisce l'*origine delle longitudini.*

Nel sistema così stabilito le coordinate di un punto X della superficie sferica sono l'arco di equatore OM (o, se si vuole, l'angolo sferico GPX) detto *longitudine geografica*, e l'arco MX chiamato *latitudine geografica.* Si usano i seguenti simboli :

$$\text{Longitudine geografica} = \lambda,$$
$$\text{Latitudine} \quad \text{"} \quad = \varphi.$$

Secondo le convenzioni più comuni la latitudine è positiva se l'arco MX è contato da M verso il polo Nord, negativa se è contato verso il polo Sud; essa varia da 0° a 90° dall'equatore ai poli.

La longitudine è contata positivamente, a partire da O, nel verso della freccia *f* indicante il moto di rotazione diurna della Terra (verso diretto).

Se si considerano le relazioni esistenti fra punti e circoli massimi della sfera rappresentativa e le corrispondenti direzioni di rette e giacitura di piani sulla Terra, si deduce immediatamente una definizione diretta delle coordinate geografiche φ e λ, e più evidentemente connessa col luogo terrestre da esse individuato.

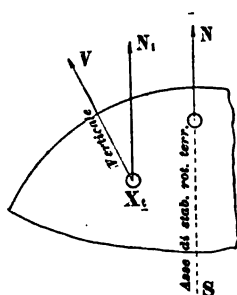



Fig. 10.

1) La latitudine geografica è il complemento dell'arco XP (fig. 9) (detto *colatitudine*) il quale, a sua volta, misura l'angolo ($< 90°$) formato dalla direzione Nord dell'asse polare (o dalla sua opposta nel caso di φ Sud) col raggio passante per X. Per costruzione, PP′ ed il raggio condotto per X sono rispettivamente paralleli all'asse di stabile rotazione terrestre ed alla verticale del luogo considerato, e pertanto definiremo la latitudine geografica come complemento dell'angolo ($< 90°$) che fanno la verticale del luogo e l'asse fisico di stabile rotazione terrestre.

In altri termini, se per il punto X_t della Terra (fig. 10) corrispondente ad X della sfera conduciamo la verticale X_tV e la X_tN_1 parallela all'asse di stabile rotazione SN, l'angolo VX_tN_1 è la colatitudine di X_t.

2) Il piano del circolo secondario PXP′ (fig. 9) è, per costruzione, parallelo al piano individuato dalla verticale X_tV (fig. 10) e dalla X_tN_1, condotta da X_t parallelamente all'asse di rotazione SN.

Questo piano costituisce il *piano meridiano* di X_t. Parimenti il piano del circolo secondario PGP′ (fig. 9) è parallelo al piano meridiano del punto terrestre G_t (non segnato nella fig. 10) corrispondente a G della sfera. D'altra parte l'arco OM di equatore (fig. 9) misura l'angolo diedro formato dai piani dei due circoli massimi PXP′ e PGP′. Diremo adunque che la longitudine geografica è l'angolo formato dal piano meridiano del luogo considerato col piano meridiano di un punto terrestre fondamentale. Per convenzione, ormai generalmente accettata, si assume come punto fondamentale G_t l'*osservatorio di Greenwich* presso Londra e così il piano meridiano di Greenwich è il piano meridiano fondamentale del sistema di coordinate geografiche.

L'equatore divide la sfera in due emisferi detti rispettivamente Nord e Sud. È Nord quello che contiene il polo Nord; Sud l'opposto. I punti situati nell'Emisfero Nord hanno, secondo la convenzione stabilita poc'anzi, φ positiva; è invece negativa la latitudine dei punti dell'emisfero Sud. Per questo motivo la latitudine di un punto può essere distinta col nome dell'Emisfero a cui appartiene il punto considerato.

La sostituzione della *convenzione dei nomi* a quella dei segni ha il pregio di dare maggiore evidenza all'espressione e quindi di togliere ogni ambiguità, dippiù serve ad evitare errori e confusioni nei calcoli ove, per semplicità, è conveniente (pur non essendo necessario) di derogare dalla convenzione generale dei segni [1].

Ogni circolo meridiano, come PGP′ (fig. 9), divide la sfera in due emisferi. Dicesi *emisfero orientale* od Est, rispetto ad un dato meridiano, quello che rimane sulla destra di uno spettatore ideale disteso lungo il meridiano considerato e col capo rivolto al polo Nord. Così ad es. *rispetto al 1° meridiano* è orientale l'emisfero dove si trova X ed occidentale l'opposto.

Ove, in ogni circostanza, per misurare le longitudini si segua, a partire dalla loro origine, il verso positivo dianzi convenuto (verso diretto), le longitudini dei punti situati nell'emisfero orientale di *Greenwich* sono misurate da archi $< 180°$ (valori da $0°$ a $+180°$) e quelle dei punti situati nell'emisfero occidentale di *Greenwich* da archi $> 180°$ (valori da $+180°$ a $+360°$). Tuttavia è prevalsa la consuetudine di misurare tale coordinata con archi $< 180°$ e pertanto si segue il

(1) Ciò accade nella maggior parte dei calcoli dell'Astronomia Nautica, come vedremo in seguito.

verso positivo solo per i punti dell'emisfero Est; per quelli dell'emisfero West si segue invece il verso negativo (verso retrogrado). I punti dell'emisfero Est avranno adunque longitudine positiva (da 0° a + 180°) e quelli dell'emisfero West longitudine negativa (da 0° a — 180°); le longitudini perciò si distinguono anche coi nomi Est ed West (¹).

Sulla sfera i luoghi geometrici di uguale latitudine sono cerchi minori paralleli all'equatore, detti semplicemente *paralleli*. I luoghi di uguale longitudine sono i semicerchi secondari del sistema, ossia i *meridiani*.

La differenza di latitudine fra due punti è misurata dall'arco di meridiano $< 180^0$ compreso fra i paralleli dei punti considerati.

La differenza di longitudine fra due punti è misurata dall'arco di equatore $< 180^0$, compreso fra i meridiani dei punti considerati.

Oggetto del seguente paragrafo sarà il tracciamento sul Geoide delle linee corrispondenti alle linee coordinate della sfera, cioè ai paralleli ed ai meridiani. L'argomento esce dai confini dell'Astronomia Geodetica per entrare in quelli della Geodesia propriamente detta. Nella pratica è tuttavia conseguente nel senso più stretto della parola ed in un corso di Navigazione Astronomica non può essere trascurato.

I motivi sono ovvî. Determinato sul globo geografico il punto corrispondente alla nave è necessario *trasportarlo* sulla effettiva superficie della Terra per iscoprire e valutare le relazioni di distanza e direzione rispetto agli oggetti terrestri (coste, pericoli, ecc. ecc.). D'altra parte il problema della determinazione astronomica del *punto nave* involge necessariamente anche la considerazione dei movimenti della nave durante le osservazioni astronomiche, ed è perciò necessario stabilire le relazioni fra le linee terrestri lungo le quali avvengono tali movimenti e le corrispondenti linee della sfera. Ed a tal fine è indispensabile la conoscenza della forma geometrica della Terra.

Osservazione 1ª. — Nelle applicazioni astronomiche gli archi di longitudine sono misurati, anzichè in gradi, in *ore*. In tal modo le unità di misura sono l'*ora*, che è la 24ª parte della circonferenza ($1^h = 15^0$), il minuto ed il secondo di tempo ($1^m = 15'$, $1^s = 15''$). L'introduzione di queste unità di misura deriva dal fatto che in Astronomia le longitudini intervengono continuamente nei problemi del tempo.

Tuttavia alle espressioni *ora*, *minuto*, *secondo di tempo*, non dovremo, al-

(¹) Per impedire le eventuali dannose confusioni che spesso si producono nel consultare i testi stranieri (ed anche taluni italiani) è opportuno ricordare che spesso si conviene di assumere come verso positivo delle longitudini quello retrogrado, ossia si prendono + le longitudini West, e — le Est.

meno per ora, annettere alcuna idea di *tempo* o di *durata* [1], considerandole solo come mezzi per indicare parti di circonferenza.

OSSERVAZIONE 2ª. — Benchè la maggior parte delle nazioni abbia oggidì adottato come meridiano fondamentale quello di Greenwich, tuttavia non di rado accade di consultare opere e documenti nautici e geografici nei quali il meridiano fondamentale è scelto diversamente. Per istabilire la relazione esistente fra i valori della longitudine riferita ai due meridiani diversi rimandiamo alla nota [2].

§ 8. Linee coordinate φ e λ sul Geoide.

— Sulla superficie geoidica considèrata come solido irregolare le linee di uguale latitudine e le linee di uguale longitudine non sono più circoli come nella rappresentazione sferica e neppure sono, in generale, delle curve piane, ma a doppia curvatura.

---

[1] Un angolo od un arco misurato in gradi dicesi espresso in *gradi*; se sia invece misurato in ore dicesi espresso in *tempo*. La conversione della misura in gradi nella corrispondente misura in tempo e la inversa si fanno con operazioni semplicissime; tuttavia si è sempre dispensati dall'eseguirle facendo uso di tavole apposite, contenute in ogni raccolta Astronomica. Il mezzo più semplice di fare la conversione ci è offerto dalle tavole delle funzioni logaritmiche nelle quali l'argomento è espresso sia in gradi che in tempo. Per le suddivisioni che eventualmente non fossero considerate nelle tavole, la conversione si fa mentalmente, ricordando che $1^m = 15'$; $1^s = 15''$, $0^s,2 = 3''$.

[2] Indichiamo

con λ il valore della longitudine *riferita a Greenwich* di un punto terrestre qualsiasi;

con l il valore della longitudine *riferita ad un altro meridiano fondamentale* M, del punto medesimo;

con λ_0 il valore della longitudine *riferita a Greenwich* del meridiano fondamentale M.

Il semplice esame di una figura ove sia rappresentato il globo Geografico colla rete dei meridiani dimostra che, tenendo conto della convenzione fatta circa il segno delle longitudini (+ se Est, — se West), esiste fra le quantità considerate la seguente relazione generale

$$l = \lambda - \lambda_0 \quad \text{(alg.!)}$$

ed inversamente

$$\lambda = l + \lambda_0 \quad \text{(alg.!)}$$

Queste formule servono per passare da un dato valore λ al corrispondente l e viceversa.

Per rendere possibili queste conversioni riferiamo i valori di λ_0 per diversi meridiani fondamentali.

VALORI DI λ_0 DELLE LONGITUDINI RIFERITE A GREENWICH
DI ALCUNI MERIDIANI FONDAMENTALI

(N.B. — Le longitudini Est sono segnate +; quelle West —)

	in arco	in tempo
Greenwich	$0^\circ\ 00'\ 00''$	$0^h\ 00^m\ 00^s$
Parigi	+ 2 20 14	+ 0 09 20,9
Amsterdam	+ 4 53 04	+ 0 19 32,3
Roma (Monte Mario)	+ 12 27 13	+ 0 49 48,9
Berlino	+ 13 23 42	+ 0 53 34,8
Pulkowa	+ 30 19 39	+ 2 01 18,6
Ferro	— 17 39 46	— 1 10 39,1
S. Fernando (Cadice)	— 6 12 20	— 0 24 49,3

(Il meridiano di Ferro, la più occidentale delle Isole Canarie, è del tutto convenzionale, poichè non passa per l'isola ma alquanto all'Est. La sua esatta definizione è la seguente: il meridiano di Ferro è 20° esatti al West di Parigi).

Esempio: È dato $l = 14^\circ 30' 20''$ Est Parigi; determinare λ

$$l = - \ 14^\circ\ 30'\ 20''$$
$$\lambda_0 = + \ \ 2\ \ 20\ \ 14$$
$$\lambda = - \ 12^\circ\ 10'\ 06'' \quad \text{(ossia } 12^\circ\ 10'\ 06'' \text{ West Greenwich).}$$

Per disegnare una *linea di eguale latitudine* basterà immaginare di fare strisciare tangenzialmente al solido considerato un piano γ (fig. 11) mantenuto con un' inclinazione costante sull'asse di stabile rotazione SN. I successivi punti di tangenza T disegneranno una linea LTL' corrispondente ad un parallelo della sfera; in essi, difatti, per costruzione, le normali esterne al Geoide (verticali) formano il medesimo angolo coll'asse di rotazione. L'equatore della sfera (linea di latitudine nulla) avrà per corrispondente sul Geoide la linea QQ' ottenuta avvolgendo la Terra con un piano mantenuto costantemente parallelo all'asse di stabile rotazione.

Parimenti per disegnare una *linea di uguale longitudine* basterà immaginare di fare strisciare tangenzialmente al solido un piano γ (fig. 12)

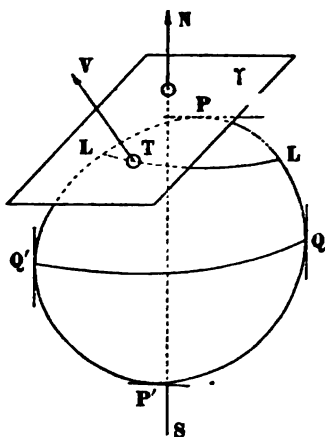
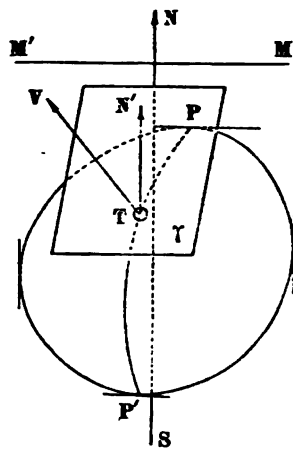



Fig. 11. Fig. 12.

mantenuto costantemente parallelo ad una retta fissa MM' condotta per l'asse di rotazione SN e normale a questo. I successivi punti di tangenza T disegneranno la linea PTP' corrispondente ad un meridiano della sfera. Difatti, per costruzione, in ognuno di essi la normale esterna TV (verticale) individua colla retta TN', condotta parallelamente all'asse di rotazione, un piano (piano meridiano) di giacitura costante e perciò rappresentato dallo stesso cerchio (cerchio meridiano) della sfera. (La giacitura di questo piano è normale a quella del piano individuato dalle rette SN e MM'). Tutte le linee di uguale longitudine, corrispondenti ai meridiani della sfera, si intersecano nei punti P e P' ove il piano tangente al Geoide è normale all'asse di rotazione SN: sono i punti che hanno le verticali parallele all' asse di rotazione, ovvero la cui latitudine è 90°, e che sono detti *poli astro-*

nomici della Terra. I poli astronomici non hanno alcuna relazione coi *poli fisici* ovvero con quei punti nei quali la superficie terrestre è tagliata dall'asse di rotazione SN e che astronomicamente non hanno verun significato.

Le misure e le teorie dell'alta Geodesia hanno realmente dimostrato che il Geoide è una superficie irregolare e perciò, a tutto rigore, i caratteri delle linee coordinate del sistema φ e λ sulla Terra sono quelli che risultano dalla nostra sommaria descrizione. Tuttavia tali misure hanno pure dimostrato che le irregolarità sono poco accentuate e che la superficie Geoidica si avvicina con grandissima approssimazione ad *un solido di rivoluzione intorno ad un asse coincidente coll'asse di stabile rotazione terrestre.* In un solido di tale specie le linee coordinate del sistema φ e λ, il quale ha per direzione fondamentale quella dell'asse di rotazione permanente (SN), hanno proprietà molto semplici e sono di facilissimo tracciamento. Anche per questo motivo, il sistema φ e λ si presta più che ogni altro ad individuare le posizioni geografiche dei punti terrestri, e viene usato di preferenza nella Geografia e nella Astronomia.

Nel Geoide, considerato come solido di rivoluzione intorno all'asse terrestre SN, le linee coordinate di uguale φ e di uguale λ sono *curve piane.* Le linee di uguale φ sono *circoli* i cui piani sono paralleli fra loro e perpendicolari all'asse di rotazione; i luoghi di uguale λ sono curve uguali fra loro, quali risultano conducendo dei piani per l'asse di rivoluzione (*curve meridiane*).

Queste linee coordinate della Terra, che hanno proprietà analoghe alle corrispondenti linee del globo geografico, diconsi comunemente, come quelle, *paralleli* e *meridiani* terrestri.

Il solido di rivoluzione che rappresenta con maggiore approssimazione la Terra è un ellissoide schiacciato ai poli. Le curve meridiane sono cioè ellissi uguali fra loro dette *ellissi meridiane.*

§ 9. **Ellissoide sostituibile al Geoide.** — La forma di un ellissoide di rivoluzione dipende dal rapporto fra i due assi (o fra i due semiassi): in altri termini dal valore $\frac{b}{a}$, dove a è il semiasse maggiore e b è il semiasse minore (fig. 13). Più comunemente si usa definire la forma collo *schiacciamento*, ossia col rapporto fra la differenza dei due semiassi ed il semiasse maggiore:

$$\text{Schiacciamento} = \frac{a - b}{a} = 1 - \frac{b}{a}.$$

Per definire la *grandezza* dell'ellissoide è necessario conoscere o la grandezza assoluta dei due semiassi, o quella di uno solo di essi, purchè, in questo caso, sia anche noto lo schiacciamento.

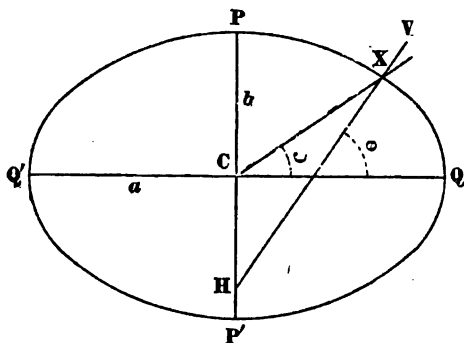



Fig. 13.

Secondo l'astronomo Bessel (1841) l'ellissoide terrestre è definito dalle seguenti misure:

a	= semiasse maggiore (equatoriale).	Chilom.	6377,39715
b	= „ minore (polare) . . .	„	6356,07896
$a - b$	= diff. dei semiassi	„	21,31819
$\frac{a-b}{a}$	= schiacciamento	„	$\frac{1}{299,1528}$

Con tali misure risulta:

Perimetro dell'equatore.	Chilom.	40070,368
„ dell'ellisse meridiana	„	40003,423
Quadrante del meridiano	„	10000,856

È la superficie di questo ellissoide che viene rappresentata con sistemi varî nelle *carte geografiche.* Tali rappresentazioni piane si ottengono stabilendo una corrispondenza biunivoca fra i punti dell'ellissoide e quelli del piano.

§ 10. **Definizioni relative all'ellissoide terrestre.** — Consideriamo (fig. 13) l'ellisse meridiana PQP'Q' passante per un punto qualsiasi X della superficie terrestre. La normale in X all'ellissoide di rivoluzione, ossia la verticale nel punto considerato, si confonde colla normale XV alla curva. Soltanto nei casi in cui X coincida con uno dei poli PP', o giaccia sull'equatore, la verticale passa per il centro C dell'ellissoide, ossia per il *centro della Terra*; in tutti gli altri casi la verticale taglia l'asse polare in un punto (H in figura) diverso da C.

Per le definizioni date la latitudine geografica di X è misurata dall'angolo XMQ = 90° — PHX.

Dicesi *raggio geocentrico* [1] in X la CX congiungente il considerato punto della superficie col centro della Terra; è massimo all'equatore ($= a$) e va diminuendo coll'avvicinarsi di X ai poli, dov'è minimo ($= b$).

L'angolo ψ = XCQ, formato dal raggio geocentrico in X coll'equatore è chiamato *latitudine geocentrica* di X; l'angolo opposto di CXM, formato in X dalla normale (verticale) col raggio geocentrico, dicesi *angolo alla verticale* ed è uguale a $\varphi - \psi$. L'angolo alla verticale assume il massimo valore (12′ circa) in $\varphi = 45°$, e si annulla all'equatore ed ai poli.

§ 11. **Sfera terrestre locale.** — Tra le infinite sfere che si possono far passare per un punto qualsiasi X dell'ellissoide terrestre, col centro sulla normale interna in X, havvene una che i metodi della geometria superiore dimostrano essere, *nelle vicinanze del punto considerato*, in grande *intimità* colla superficie dell'ellissoide, e pertanto può ritenersi, in una ristretta regione intorno ad X, confusa con tale superficie. Questa particolare sfera [2], il cui raggio dipende dalla latitudine di X, dicesi *sfera terrestre locale* e, per la proprietà ora detta, in tutte le operazioni geometriche, che si svolgono in quella limitata regione, può sostituirsi all'ellissoide. La semplificazione che si ottiene è manifesta, rendendosi, in tal modo, applicabili i metodi della geometria sferica in luogo di quelli della geometria ellissoidica. I limiti entro i quali può avvenire tale sostituzione sono più o meno estesi a seconda della precisione che si deve raggiungere. Per fissare le idee diremo che nei problemi, anche i più precisi, della nautica è lecito ritenere che la sfera locale coincida coll'ellissoide terrestre in tutta la regione compresa nell' interno del cerchio sferico che ha il centro in X (punto centrale della regione considerata) ed il raggio sferico di 1° = 60′.

Perchè il lettore si faccia un' idea concreta delle dimensioni della sfera terrestre locale alle diverse latitudini, riferiamo i valori del raggio (Rl) [3] secondo le misure di Bessel, nonchè i corrispondenti valori dell'arco 1′ di circolo massimo.

[1] Talora è anche detto *raggio vettore*.

[2] Vedi CATTOLICA, *Trattato di Idrografia*, Ed. Ist. Idr. 1902, Parte 1ª, Cap. II, pagg. 162, 163, 164.

[3] Il raggio della sfera locale dicesi anche, ma meno propriamente, *raggio di curvatura media dell'ellissoide* nel luogo considerato.

φ	Rl in Chilom.	1′ in metri	φ	Rl in Chilom.	1′ in metri
0°	6356,08	1848,9	50°	6381,07	1856,2
10	6357,36	1849,3	55	6384,67	1857,2
20	6361,05	1850,4	60	6388,06	1858,2
30	6366,70	1852,0	70	6393,76	1859,9
40	6373,65	1854,1	80	6397,49	1861,0
45	6377,36	1855,1	90	6398,79	1861,4

Se poniamo mente al modo col quale si ottiene la rappresentazione sferica delle figure della superficie terrestre (§ 6), per le considerazioni ora fatte, possiamo affermare che ogni piccola porzione del globo geografico, *considerata in sè*, separatamente dalle altre, può ritenersi come la fedele *riproduzione*, in una particolare *scala di riduzione*, della corrispondente regione della superficie terrestre. Il valore della scala di riduzione *lineare* è uguale al rapporto fra il raggio (scelto ad arbitrio) del globo geografico ed il raggio della sfera terrestre locale.

Gli archi dei meridiani terrestri compresi in una limitata regione possono adunque considerarsi come archi di circolo (circolo massimo della sfera locale); il reticolato dei meridiani e dei paralleli terrestri compresi in una limitata regione è sensibilmente identico, salvo la scala di riduzione, al reticolato delle corrispondenti linee del globo geografico. Parimenti la linea più breve della superficie terrestre che unisce due punti vicini della superficie medesima può ritenersi confusa con un arco di circolo (circolo massimo della sfera locale); entro una piccola regione il percorso della nave che segue una rotta costante è, praticamente, un arco di spirale sferica (lossodromia sferica) ecc. ecc.

Stabilita la similitudine, praticamente perfetta, fra una regione del globo geografico e la corrispondente regione della sfera è facile valutare la lunghezza di una linea della Terra di cui sia data la rappresentazione sferica. Tale valutazione è particolarmente semplice ove si adotti come unità di misura una suddivisione del circolo massimo della sfera, ad es. la lunghezza dell'arco 1′. Ad una linea del globo geografico lunga n' di circolo massimo corrisponde sulla Terra una linea lunga n' di circolo massimo della sfera terrestre locale, ossia $n \times x$ metri, essendo x la lunghezza in metri di 1′ di circolo massimo della sfera terrestre locale. A tale unità di misura si dà il nome di *miglio*. La lunghezza x è variabile colla latitudine; ma l'esame della tabella riferita poc'anzi dimostra che la variazione è piccola. È per questo motivo che nella Geografia matematica, e nella Nautica in particolare, si assume, per un'appros-

simata valutazione della lunghezza delle linee sulla Terra, un valore medio di x, detto *miglio italiano* o *miglio nautico*, il quale misura la lunghezza dell'arco 1' di circolo massimo di una sfera assunta in prima approssimazione a rappresentare *tutta* la Terra. Diremo di tale sfera nel prossimo paragrafo.

Le conclusioni dei ragionamenti svolti in questo paragrafo si possono riassumere nel seguente modo:

" Allorquando si considera una regione limitata della superficie
" terrestre si può ritenere che essa sia identica, salvo la scala di ri-
" duzione, alla corrispondente regione della sfera rappresentativa ter-
" restre (globo geografico). Pertanto, entro i limiti stabiliti, ogni linea
" ed ogni figura della Terra sono fedelmente riprodotte sulla sfera
" rappresentativa, e viceversa ".

§ 12. **La Terra supposta sferica.** — L'ellitticità dei meridiani terrestri è così piccola che, almeno nei problemi della Geografia matematica elementare, si può sostituire all'ellissoide una sfera prossima. Il raggio R_1 della sfera di uguale volume dell'ellissoide, definito cioè dalla relazione $\frac{4}{3}\pi R_1^3 =$ Volume ellissoide, è il *medio geometrico* [1] fra i tre semiassi a, a, b. Difatti: volume ellissoide di rotazione $= \frac{4}{3}\pi a^2 b$, e confrontando questa relazione colla precedente, si ottiene $R_1 = \sqrt[3]{a^2 b}$.

(1) *Raggio della sfera di uguale volume* $= 6370283{,}2$ metri.

Il raggio R_2 della sfera di uguale superficie, definito cioè dalla relazione $4\pi R_2^2 =$ superficie ellissoide, ha, secondo Bessel, il seguente valore.

(2) *Raggio della sfera di uguale superficie* $= 6370289{,}5$ metri.

Il raggio R_3, media aritmetica dei tre semiassi dell'ellissoide, definito cioè dalla relazione $R_3 = \frac{a+a+b}{3}$ ha, secondo Bessel, il valore

(3) *Raggio media aritmetica* $= 6370291{,}1$ metri [2].

Le lunghezze (1) (2) (3) differiscono sì poco fra loro che si può scegliere indifferentemente una qualunque di esse come raggio della

---

[1] Dicesi medio geometrico fra gli n valori $abc \ldots l$ la radice ennesima del prodotto degli n valori considerati $(\sqrt[n]{abc \ldots l})$.

[2] Riferiamo i logaritmi dei valori (1) (2) (3)

log 6370283,2 = 6,8041587; log 6370289,5 = 6,8041592; log 6370291,9 = 6,8041593.

sfera sostituibile all'ellissoide. Si sceglie comunemente, anche per considerazioni teoriche attinenti a particolari problemi della Geofisica, la sfera di uguale volume, quella cioè che ha il raggio uguale alla media geometrica dei tre semiassi, e che perciò è detta *sfera di raggio medio.* In essa l'arco 1′ di circolo massimo è lungo 1853,14 metri (log=3,2678848).

La lunghezza del miglio nautico, impiegato in origine nella Geografia sotto il nome di miglio italiano, e definito come la 60ª parte di 1° di meridiano della Terra supposta sferica, rimane così determinata.

Osservazione. — In Italia è tuttavia comunemente adottato per il miglio nautico il valore 1852 (in cifra tonda). Così facendo si assume come sfera terrestre quella il cui circolo massimo ha la medesima lunghezza del perimetro dell'ellisse meridiana. Questa sfera ha un raggio che differisce di circa 3,5 chilometri da quello delle sfere poc'anzi considerate le quali, essendo sensibilmente uguali fra loro, hanno, per definizione, maggior numero di proprietà geometriche comuni coll'ellissoide.

CAPITOLO II

Sfera celeste - Coordinate degli astri

(Ricapitolazione di alcune nozioni fondamentali di Astronomia sferica)

---

§ 13. **Generalità.** — L'uso della sfera rappresentativa da noi descritta per definire le direzioni di rette nello spazio, e già applicato per definire le direzioni delle verticali e le giaciture dei piani terrestri (§ 4), si presenta spontaneo e sommamente agevole quando si vogliano individuare le direzioni che, da una medesima origine, vanno a diverse parti dello spazio, quali sono le direzioni delle rette che si stendono da un punto della Terra agli astri, e che noi chiameremo per brevità *direzioni degli astri*.

Poniamo col centro nel punto da cui hanno origine le direzioni considerate una sfera di raggio arbitrario e, in un certo istante, proiettiamo su di essa tutti i corpi celesti per mezzo delle direzioni partenti dal centro. Noi chiameremo *posizioni degli astri* queste loro proiezioni sulla sfera, e la sfera ideale su cui vengono così ad essere rappresentati tutti i fenomeni del cielo è la *sfera celeste* di quel punto della Terra nell' istante considerato. In realtà, per un osservatore situato con l'occhio nel punto considerato, le apparenze sono come se la sfera celeste, di raggio grandissimo, esistesse e gli astri fossero situati su di essa [1].

Avvertiamo, benchè possa sembrare superfluo, che, per rappresentare le direzioni dei corpi celesti le quali hanno origine in un determinato punto, non è necessario situare la sfera rappresentativa col centro nel punto medesimo, ma si può collocarla arbitrariamente: le

---

[1] Per semplicità, nel discorrere di queste apparenze, supporremo (salvo indicazione in contrario), che l'osservatore veda gli astri nella direzione stessa secondo cui si stendono le linee rette che dal suo occhio vanno a quelli. Con ciò trascuriamo gli effetti della *rifrazione astronomica* e della *aberrazione della luce*.

posizioni degli astri saranno allora determinate dai raggi condotti parallelamente alle direzioni considerate.

§ 14. **Aspetti della sfera celeste.** — I moti traslatorî dell'osservatore nello spazio (1) spostano continuamente il punto da cui hanno origine le direzioni dei corpi celesti. Gli astri, per parte loro, hanno, o possono avere, dei moti propri attraverso lo spazio. Si comprende quindi come le direzioni delle rette che congiungono un dato punto terrestre agli astri subiscano nello spazio assoluto delle continue variazioni. Tuttavia, considerando gli astri che sono chiamati propriamente " *stelle* ", accade che la loro distanza dalla Terra sia tanto grande da potersi considerare come infinita, per cui tanto i moti traslatorî del punto terrestre quanto i moti proprî di tali astri producono delle variazioni così lente e limitate delle loro direzioni che, per la maggior parte di essi, non si rendono sensibili se non in lunghi periodi di tempo. In queste condizioni ogni stella individua una particolare direzione *sensibilmente fissa nello spazio assoluto* ed identica per ogni osservatore terrestre, ed i punti che sulla sfera celeste rappresentano le direzioni delle stelle (posizioni delle stelle) vi formano delle figure invariabili (costellazioni). Noi potremo quindi ragionare come se la sfera celeste esistesse realmente, come un enorme globo trasparente, sulla cui superficie fossero fissati dei punti luminosi corrispondenti alle *stelle.*

Per gli astri che sono a distanza finita dalla Terra (come quelli del sistema solare) è facile comprendere che gli incessanti mutamenti di posizione dell'osservatore e dell'astro nello spazio producono delle variazioni nelle direzioni delle rette che li congiungono. Tali variazioni si traducono sulla sfera celeste in continui cambiamenti di posizione tra le stelle fisse detti *moti proprî apparenti.* Perciò l'apparenza di tali corpi è come se fossero situati, ma non fissati, sulla superficie della sfera e percorressero, con moto proprio su di essa delle speciali traiettorie condotte fra le stelle. Pertanto questi astri sono chiamati *erranti* (2).

(1) I moti di traslazione nello spazio e di rotazione intorno a se stessa della Terra fanno sì che un osservatore qualsiasi situato sul nostro pianeta partecipi simultaneamente di due movimenti, cioè di un *moto di traslazione* attraverso lo spazio e di un *moto rotatorio uniforme* su se stesso identico a quello della Terra, il quale avviene intorno ad un asse parallelo all'asse di stabile rotazione terrestre.

La traslazione dell'osservatore risulta non solo dal moto di traslazione della Terra attraverso lo spazio, ma anche dalla rotazione diurna. Difatti, per effetto di questa, l'osservatore descrive giornalmente, intorno all'asse di stabile rotazione del nostro pianeta, una traiettoria circolare il cui raggio va diminuendo dall'equatore ai poli: nei quali il raggio è nullo.

(2) Dalle precedenti considerazioni risulta che nell'Astronomia Moderna la distinzione fra astri fissi ed astri erranti non deve essere intesa in quel senso assoluto che aveva un tempo, cioè ad in-

Abbiamo fin qui considerato le apparenze della sfera celeste dovute ai movimenti nello spazio dell'osservatore e degli astri: ci rimane a considerare l'apparenza dipendente dalla rotazione che, con moto uniforme, l'osservatore terrestre compie giornalmente su *se medesimo* a causa della rivoluzione diurna del nostro pianeta. Questo movimento non porta in sè alcun mutamento nella direzione degli astri nello spazio assoluto, ma genera l'apparenza di una rotazione uguale e contraria di tutta la sfera (su cui sono situati gli astri nel modo poc'anzi descritto) intorno al diametro che ha la direzione dell'asse di rotazione terrestre. Difatti l'osservatore, inconscio del suo rotare, e riferendo le direzioni degli oggetti esterni ai punti circostanti della Terra, che gli appaiono fissi, attribuisce al cielo la propria rotazione e vede la sfera girare in ugual tempo, e con rotazione contraria, intorno al diametro che ha la direzione dell'asse di rotazione terrestre. In ciò consiste il fenomeno della *rotazione diurna apparente* (*o moto diurno*) della sfera celeste. Una rivoluzione completa si compie in quattro minuti meno (circa) del *giorno solare medio*, ossia delle ventiquattro ore segnate da un orologio comune.

Le estremità del diametro intorno al quale avviene la rotazione sono i *poli Nord* e *Sud* della sfera, ed il circolo massimo perpendicolare al diametro stesso dicesi *equatore celeste.* Il senso della rotazione è tale che le stelle prossime al polo Nord si vedono dall'osservatore, situato nel centro della sfera, muoversi intorno ad esso polo in circoli nel senso opposto a quello delle lancette di un orologio.

Le operazioni dell'Astronomia pratica si devono eseguire sui fenomeni apparenti, quindi in seguito adotteremo il linguaggio volgare per esprimere le idee connesse col moto diurno del cielo quale appare all'osservatore, diremo cioè della rotazione diurna della sfera come se si trattasse di cosa reale.

In tali condizioni, *se noi usiamo la sfera celeste per rappresentarvi non solo le direzioni degli astri, ma anche le direzioni delle verticali e le giaciture dei piani terrestri*, i quali coll'osservatore partecipano della effettiva rotazione diurna della Terra, noi possiamo immaginare la superficie di tale sfera sdoppiata in due superficie sferiche sovrapposte, l'una (sfera rappresentativa terrestre) *immobile*, sulla quale sono fissate le immagini sferiche dei punti terrestri nonchè i cerchi rappresentanti

---

dicare due caratteristiche in opposizione fra loro, ma deve usarsi soltanto per distinguere due categorie di astri i cui moti propri hanno velocità enormemente differenti, essendo gli uni sensibilmente fissi durante un lungo periodo di tempo e gli altri evidentemente mobili anche quando sieno osservati durante un breve periodo.

i meridiani e gli altri piani della Terra, e l'altra *mobile* (sfera celeste propriamente detta) sulla quale sono segnati gli astri, ed i cui poli di rotazione coincidono con gli omonimi poli terrestri.

Per quanto riguarda la parte fissa (sfera rappresentativa terrestre), noi abbiamo già descritto le modalità per rappresentarvi i punti della superficie terrestre ed i piani appartenenti alla Terra: basterà condurre per il centro della sfera i raggi ed i piani paralleli alle rette verticali ed ai piani considerati. Per metterci in accordo colla nomenclatura comunemente usata in Astronomia, il punto della sfera il quale, determinando la direzione di una data verticale, definisce la corrispondente posizione terrestre, sarà da noi chiamato *zenit* di quel punto. Per costruzione, esso coincide con quel punto della sfera celeste che l'osservatore, situato nel corrispondente luogo della Terra vede in direzione della propria verticale, e che, secondo la nomenclatura astronomica, dicesi *zenit* (1) dell'osservatore medesimo. E diremo *meridiano superiore* il ramo del circolo meridiano terminato ai poli e contenente lo zenit; *inferiore* l'opposto (2).

Il circolo massimo che ha per polo lo zenit rappresenta, per costruzione, la giacitura del piano normale alla verticale condotta per l'occhio dell'osservatore, ossia dell'orizzonte *razionale* od *astronomico*, e chiamasi perciò *cerchio orizzonte*, o, semplicemente *orizzonte*. Esso divide la sfera in due parti, di cui l'una, superiore, contenente lo zenit è visibile, mentre l'opposta è invisibile.

Altri piani terrestri che in Astronomia sono oggetto di particolare considerazione sono i *piani verticali*. Dicesi piano verticale in un punto della Terra, ogni piano condotto per la *verticale* di quel punto. Propriamente in Astronomia e nella Geografia Matematica si dice " *un verticale* " per indicare una delle due parti in cui un piano verticale è diviso dalla retta verticale, ossia un semipiano uscente da questa.

Nella figura 14 sono rappresentati prospetticamente l'orizzonte ed un piano verticale di un osservatore X.

Il piano HH′ è l'orizzonte razionale di X; il piano verticale MM′ ivi rappresentato è il particolare piano verticale meridiano, già definito nel § 7: le due parti M ed M′ in cui è diviso dalla verticale XV si distinguono rispettivamente coi nomi Nord e Sud; è Nord il semi-

---

(1) Nome derivato dall'arabo. — L'antica nomenclatura italiana lo chiama *vertice*; donde *verticale*.

(2) Altrove, considerando tale oggetto sotto l'aspetto puramente geografico abbiamo dato a queste linee i nomi di *meridiano* ed *antimeridiano*, rispettivamente.

piano M che contiene la semiretta XN′ condotta da X nella direzione Nord dell'asse di stabile rotazione terrestre.

Sulla sfera i piani verticali sono rappresentati da circoli massimi passanti per lo zenit, ossia perpendicolari al circolo orizzonte, ed i verticali, propriamente detti, dai semicircoli terminati allo zenit ed al punto che gli è diametralmente opposto, detto *nadir*.

La fig. 15 rappresentante la sfera serve a chiarire queste definizioni; in essa Z è lo zenit di un osservatore terrestre; P è il polo

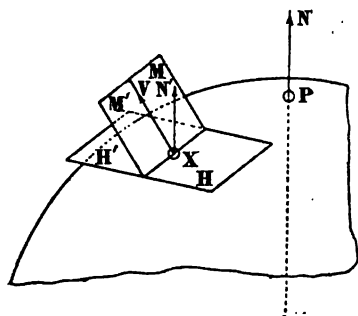
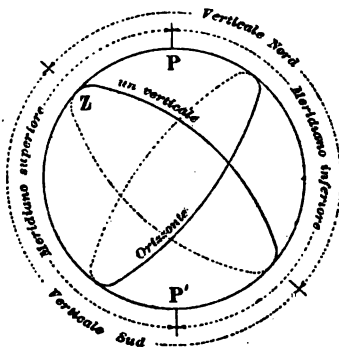



Fig. 14. Fig. 15.

Nord. Il piano della figura si suppone coincidente col piano meridiano di Z.

Osservazione. — La concezione di questa sfera, che si potrebbe chiamare *universale*, nella quale sono fuse insieme la sfera rappresentativa terrestre (globo geografico), e la sfera celeste propriamente detta è il vero fondamento della cosidetta *astronomia sferica*. Essa ci offre il mezzo più semplice ed elegante per stabilire i mutui rapporti fra le direzioni di particolari rette (verticali) e le giaciture di particolari piani terrestri (orizzonte, meridiani ecc. ecc.) e le direzioni secondo le quali sono veduti gli astri, e per individuare le une e le altre.

§ 15. **Posizioni apparenti e posizioni geocentriche - Traiettorie degli astri erranti.** — Abbiamo detto poc'anzi che la distanza della Terra dalle stelle è tanto grande che si può considerare infinita in confronto alle dimensioni terrestri. Ne segue che le direzioni le quali vanno alla medesima stella dai diversi punti del nostro pianeta possiamo, da ora in poi, considerarle parallele fra loro. Non è così per i corpi celesti la cui distanza è di grandezza finita rispetto alle dimensioni del nostro pianeta, come accade per gli astri del sistema Solare, le loro direzioni nel medesimo istante essendo diverse dall'uno all'altro punto della Terra.

Pertanto, considerando l'aspetto sotto il quale la sfera celeste si presenta nello stesso istante a diversi osservatori sparsi in differenti punti della Terra, notiamo che esso è identico nella parte relativa alle stelle disegnandovi queste le medesime immutabili configurazioni, mentre scorgiamo delle differenze [1] per quanto riguarda gli astri del sistema solare.

Difatti consideriamo due osservatori qualunque O ed O′ (fig. 16) e siano S una stella ed L un astro a distanza finita dalla Terra. È manifesto che la posizione dell'astro L rispetto a quella di S, e di qualsiasi altra stella fissa sarà diversa nei due luoghi, essendo differenti le direzioni dei raggi OL ed O′L uscenti rispettivamente da O e O′, mentre identiche sono le posizioni relative delle stelle fisse essendo parallele fra loro le direzioni condotte da O e O′ alla medesima stella.

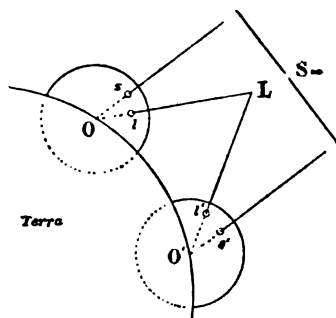



Fig. 16.

Ne segue che, mentre per descrivere l'aspetto della sfera celeste nella parte relativa alle stelle fisse è indifferente considerare il luogo occupato dall'osservatore sul nostro pianeta, invece per astri del sistema Solare è necessario distinguere le diverse *apparenze* dovute alla particolare posizione dell'osservatore.

Per determinare le posizioni degli astri del sistema Solare, in Astronomia si considerano le direzioni uscenti dal centro della Terra, dette *geocentriche* in opposizione alle *apparenti*, ossia a quelle condotte dall'occhio dell'osservatore situato sulla superficie del nostro pianeta, e dipendenti dal luogo occupato dall'osservatore medesimo. Pertanto, parlando di questi astri, dovremo distinguere fra *posizione geocentrica e posizione apparente* [2]. Parimenti diremo *geocentrica* la sfera rappre-

---

(1) Tuttavia giova notare subito che le differenze sono appena sensibili per il Sole ed i Pianeti, e sono notevoli soltanto per la Luna che è l'astro più vicino alla Terra.

(2) Per evitare dannose confusioni è necessario informare il lettore che la nomenclatura usata da noi è quella comunemente adottata nei trattati Italiani e Francesi di Navigazione e di Cosmografia elementare.

Ivi *la qualifica di apparente è usata soltanto in opposizione a quella di geocentrica*, e, nel parlare di posizioni apparenti e geocentriche si fa completa astrazione dalle particolari *apparenze* dovute alla aberrazione della luce ed alla rifrazione astronomica, supponendo inesistenti od eliminati, mercè opportune correzioni, gli effetti dell'una e dell'altra. In altri termini, secondo le nostre convenzioni, per posizione apparente s' intende « *posizione relativa all'osservatore situato alla superficie della Terra, trascurando gli effetti della aberrazione e della rifrazione* », mentre posizione geocentrica significa « *posizione relativa ad un osservatore ideale che (supposta la Terra inesistente) occupa il punto in cui si trova il centro del nostro pianeta, trascurando gli effetti dell'aberrazione* ».

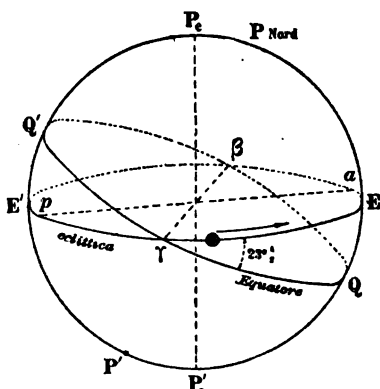
Nell'Astronomia superiore la qualifica *apparente* è usata con altro significato. Ad es. ivi si tratta di *posizioni apparenti degli astri* in base a considerazioni e con significato del tutto differenti dai nostri. All'uopo rimandiamo il lettore alla nota del § 26.

sentativa sulla quale sono segnate le posizioni geocentriche, *apparente* (od anche locale) quella contenente le posizioni apparenti; la prima riprodurrà l'aspetto del cielo quale sarebbe visto da un osservatore ideale, situato al centro della Terra, la seconda ne darà l'immagine quale si presenta effettivamente al nostro occhio.

Le traiettorie descritte fra le stelle dagli astri erranti, sulla sfera geocentrica, hanno le seguenti caratteristiche.

Il Sole descrive il circolo massimo EE' (fig. 17), immobile fra le stelle, e distinto col nome di *eclittica.* Ciò vuol dire che l'orbita descritta (*apparentemente*) dal Sole intorno al centro della Terra, è contenuta in un piano di cui l'eclittica è la rappresentazione sferica, e che questo particolare piano astronomico ha una giacitura fissa nello spazio assoluto [1].

Fig. 17.

L'*equatore* QQ', ossia il circolo massimo perpendicolare all'asse PP' di rotazione diurna della sfera, taglia l'eclittica sotto l'angolo costante 23° 1/2 (circa) [2], ed i punti γ e β comuni ai due circoli diconsi *punti equinoziali* od anche *nodi* dell'eclittica. Il diametro perpendicolare all'eclittica (detto *asse dell'eclittica*) determina *i due poli dell'eclittica* P_e e P'_e, distanti rispettivamente 23° 1/2 dai poli Nord e Sud dell'equatore, e, come questi, distinguonsi coi nomi Nord e Sud.

Per un osservatore ideale situato nel polo Nord dell'eclittica, il moto del Sole sull'eclittica stessa avviene in senso *diretto* (ossia contrario all'indice dell'orologio); il movimento non è uniforme; tuttavia il difetto di uniformità non è molto spiccato.

I punti equinoziali, opposti fra loro, sono distinti in *equinozio di primavera* (o nodo ascendente) ed *equinozio di autunno* (o nodo discendente); il primo è quello in cui il Sole taglia l'equatore passando dall'Emisfero Sud al Nord (21 Marzo), il secondo è quello in cui l'equatore è tagliato dal Sole in senso opposto (23 Settembre). L'equinozio

---

(1) A tutto rigore il piano dell'eclittica non ha una giacitura assolutamente fissa nello spazio; tuttavia i suoi spostamenti sono così lenti e compresi entro limiti così ristretti che in un discorso elementare, come il nostro, possono essere trascurati.

(2) In realtà l'obliquità dell'eclittica va soggetta a piccole variazioni. Nell'epoca presente subisce annualmente la piccola diminuzione di 1/2 secondo, e, più esattamente di 0'',4685 (Newcomb). Il valore esatto dell'obliquità dell'eclittica al principio del 1900 era 23°27',3'', 575.

di primavera (γ) dicesi anche *primo punto d'Ariete o punto vernale*; l'opposto (β) è detto anche *punto di Bilancia*. [La notazione γ attribuita all'equinozio di primavera è comunemente adottata perchè il simbolo astronomico dell'ariete ha la forma di un gamma].

I punti EE′ dell'eclittica situati a 90° dai precedenti, e quindi distanti 23° 1/2 dall'equatore, sono i *punti solstiziali*; quello situato nell'Emisfero Nord è il *solstizio d'estate*, ed il Sole, trovandosi in esso, dà inizio a questa stagione (21 Giugno); l'opposto è il *solstizio d'inverno*, incominciando l'inverno quando il Sole lo viene ad occupare (22 Dicembre).

Altri punti singolari dell'eclittica sono l'*apogeo a* ed il *perigeo p*, diametralmente opposti, il primo situato nell'emisfero Nord e distante, nell'epoca attuale, 99° circa dal punto vernale, il secondo nell'emisfero Sud, a 99° circa dal punto di Bilancia. Come dice lo stesso nome, essi corrispondono alle posizioni occupate dal Sole quando si trova alla massima (apogeo) od alla minima (perigeo) distanza dalla Terra.

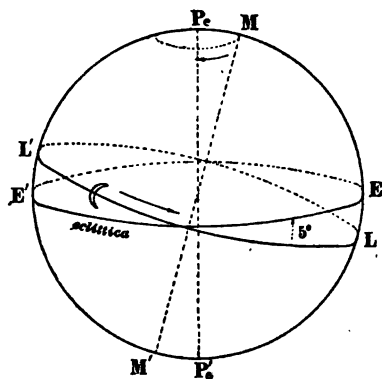



Fig. 18.

Per la seconda legge di Keplero i semicerchi *a* β *p* e *p* γ *a* sono descritti dal Sole in tempi uguali, e la velocità è massima al perigeo e va gradatamente diminuendo fino all'apogeo dov'è minima.

Per descrivere la traiettoria della Luna bisogna immaginare che l'astro percorra un circolo massimo LL′ (fig. 18) inclinato costantemente circa 5° sul piano dell'eclittica, e che nel medesimo tempo l'asse di questo circolo sia animato da moto conico intorno all'asse fisso dell'eclittica.

Il moto dell'astro sul circolo mobile LL′ è abbastanza rapido, trascorrendo poco meno di un mese nel compiersi di una intera rivoluzione, e, visto da P_e, avviene in senso diretto come quello del Sole sull'eclittica. Invece il moto conico dell'asse MM′ (moto di precessione) è assai lento, compiendosi un'intera rivoluzione in poco meno di 19 anni; il senso del moto è retrogrado.

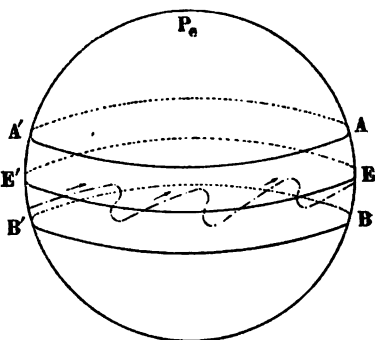
Le traiettorie percorse dai *pianeti principali* sono delle linee sinuose, in apparenza molto irregolari, delle quali la fig. 19 dà un esempio. Esse si svolgono in vicinanza dell'eclittica essendo racchiuse nella zona limitata dei due circoli minori AA′ e BB′ paralleli all'eclittica e distanti da essa 8° circa.

Questa fascia è detta propriamente *zodiaco*. [Lo zodiaco è diviso dagli astronomi in dodici parti uguali, ognuna dell'ampiezza di 30° e contenente le dodici notissime *costellazioni dello zodiaco*].

§ 16. Generalità sui sistemi di coordinate che definiscono la posizione degli astri sulla sfera celeste. - Poli e circoli fondamentali. I sistemi di coordinate sferiche, a cui soglionsi riferire le posizioni degli astri sulla sfera rappresentativa, si dividono in due gruppi, cioè in *sistemi uranografici*, e *sistemi locali*.

Fig. 19.

Essi si distinguono per la scelta dei circoli di riferimento.

Sono *uranografici* quei sistemi i cui circoli principale e secondario di riferimento appartengono alla parte mobile della sfera celeste (cioè a quella ove sono fissate le stelle) e che partecipano perciò del suo movimento apparente; sono invece *locali* quelli i cui circoli di riferimento appartengono alla parte fissa (apparentemente) della sfera (sfera rappresentativa terrestre).

All'uopo, riferendosi a quanto è detto nel § 14, bisogna notare che l'equatore può considerarsi come appartenente sì alla parte fissa che a quella mobile; in altri termini esso, benchè determini un circolo unico della sfera, può immaginarsi sdoppiato in due circonferenze aderenti (come è rappresentato schematicamente nella fig. 20 rappresentante la faccia Nord dell'equatore), una fissa AB, i cui punti, come *m* rappresentano gli zenit di latitudine nulla, l'altra mobile (A′B′) nel senso della freccia, i cui punti, come *s*, rappresentano astri che sono veduti in direzioni normali all'asse di rotazione terrestre (astri equatoriali). Nel primo caso l'equatore è assunto come circolo fondamentale di riferimento di un sistema locale, nel secondo di un sistema uranografico.

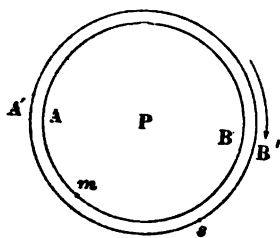



Fig. 20.

Altro circolo fondamentale di un sistema uranografico è l'eclittica, di cui si è detto nel precedente paragrafo. Essendo questo cerchio immobile (sensibilmente) fra le stelle pure, immobili sono i suoi

poli P_e e P'_e i quali si possono pertanto paragonare a due stelle fisse diametralmente opposte.

I poli P e P′ dell'equatore, intorno ai quali vediamo avvolgersi la sfera nel moto diurno, sono, a differenza dei poli dell'eclittica, punti mobili fra le stelle. Questa mobilità è conseguenza del *moto di precessione* dell'asse di stabile rotazione terrestre. Quest'asse, difatti, pur mantenendosi costantemente inclinato $23^0\ ^1/_2$ (circa) sulla direzione fissa dell'asse dell'eclittica, si muove intorno a quella con moto conico, ritornando alla stessa posizione dopo 26000 anni circa (anno platonico).

Per rappresentare più chiaramente questo fenomeno conviene servirsi della fig. 21 dove la sfera celeste è proiettata nel piano dell'eclittica, (BB′βγ è l'eclittica, P_e il suo polo, βQγ l'equatore, P il polo Nord, γ il punto vernale, B il solstizio d'estate). Il polo P descrive intorno a P_e il circolo minore PF nel senso retrogrado (senso dell' indice dell'orologio). Col muoversi del polo P si sposta anche l'equatore, ed è facile vedere che il diametro βγ compie il giro in pari tempo e nello stesso senso. E ciò vuol dire che i punti equinoziali percorrono fra le stelle nel senso retrogrado, l'intera eclittica nello spazio di 26000 anni circa (percorso annuo circa 50″).

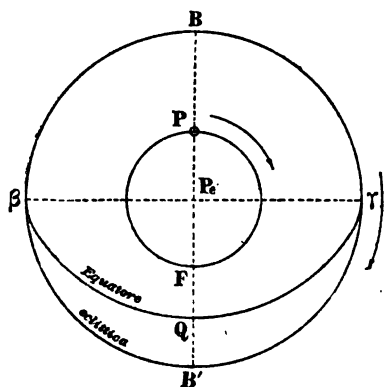



Fig. 21.

Abbiamo adunque una *retrogradazione progressiva dei punti equinoziali*, dovuta al moto conico dell'asse di rotazione diurna intorno all'asse dell'eclittica, l'obliquità di questo circolo rispetto all'equatore rimanendo costante. A questo fenomeno suolsi dare il nome di *precessione degli equinozî*.

È noto che, attualmente, il polo P è in grande vicinanza della stella più brillante dell'Orsa minore, detta perciò *stella polare*: esso dista da questo astro di $1^0\ ^1/_7$ circa. In capo a 13000 anni, per il descritto movimento di P, la stella polare disterà dal polo P di tutto l'intervallo PF, cioè di circa 47^0.

Ai tempi d'Ipparco (metà del II secolo avanti Cristo), quando fu adottata la nomenclatura ancora in uso attualmente per definire i punti dell'eclittica, il punto vernale γ cadeva nella costellazione di Ariete e di qui il suo nome di *primo punto d'Ariete*: ora si trova nella costellazione dei Pesci, adiacente a quella d'Ariete.

Per semplicità abbiamo sinora considerato soltanto il *moto di precessione* dell'asse di rotazione terrestre. In realtà, il moto anzidetto è unito ad un moto detto di *nutazione*, per virtù del quale il movimento del polo P avviene, anzichè lungo la circonferenza PF, lungo un anello leggermente ondulato del quale la fig. 22 dà un'idea molto esagerata, ed i cui spostamenti dal cerchio medio PF sono inferiori a 10″. Per virtù di questo movimento il punto vernale ha sull'eclittica, oltre che il moto dovuto alla precessione dianzi descritto, anche un moto dovuto alla nutazione: quello è uniforme, questo è periodico, e la durata del periodo è poco minore di 19 anni (¹).

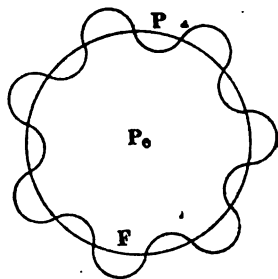



Fig. 22.

La posizione del polo sul *cerchio medio* PF corrispondente ad una determinata epoca, dicesi *posizione media* del polo; è la posizione che occuperebbe se fosse animato dal solo movimento di precessione. Invece dicesi *vera* la posizione che occupa il polo sul *circolo sinuoso*.

§ 17. **Coordinate uranografiche eclittiche.** — Questo sistema ha per circolo fondamentale di riferimento l'eclittica EE′: i circoli massimi passanti per i poli dell'eclittica (circoli secondari) si chiamano *cerchi di latitudine* perchè su di essi si conta la coordinata LA (fig. 23) detta *latitudine celeste*: la latitudine è contata da 0° a 90° verso i due poli dell'eclittica e distinguesi in *boreale* e *australe*. Semicircolo secondario di riferimento è il semicerchio $P_e \gamma P'_e$ passante per il punto vernale, o punto γ. In altri termini il punto vernale è origine dell'altra coordinata, detta *longitudine celeste*, la quale è perciò misurata dall'arco di eclittica compreso fra il semicerchio secondario su cui è situato l'astro (P_eAL) e l'equinozio di primavera. Essa è contata da 0° a 360° nel senso diretto (senso contrario all'indice dell'orologio per uno spettatore situato in P_e e collo

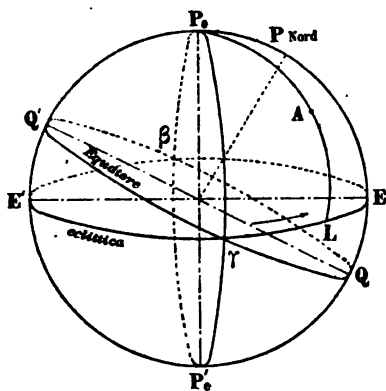



Fig. 23.

(¹) La durata è identica a quella del moto di precessione dell'asse dell'orbita lunare; ciò è dovuto alla dipendenza reciproca dei due movimenti.

sguardo rivolto al piano dell'eclittica): è indicato in figura dalla freccia. Il cerchio di latitudine $P_e \gamma P'_e$ è il *coluro degli equinozî*: quello che gli è normale è il *coluro dei solstizî*. Essendo l'eclittica un cerchio fisso fra le stelle, le latitudini celesti di questi astri rimangono invariate; invece le longitudini stellari, a motivo dello spostamento del punto γ lungo l'eclittica, crescono uniformemente col tempo in ragione di circa 50″ all'anno.

Le coordinate eclittiche [1] sono usate di preferenza dagli Astronomi per istudiare i movimenti degli astri erranti sulla sfera celeste (sovratutto Luna e pianeti). Esse non trovano diretta applicazione nei problemi di Astronomia Nautica, e solo incidentalmente potrà accadere di far cenno di esse.

§ 18. **Coordinate uranografiche equatoriali.** — Cerchio fondamentale di riferimento è l'equatore QQ′ (fig. 24); i circoli secondarî diconsi *cerchi di declinazione* o *circoli orarî*; semicircolo fondamentale è il semicerchio PγP′ passante per il punto vernale. Le coordinate equatoriali dell'astro A sono adunque la *declinazione* DA *e l'ascensione retta* γD. La declinazione si conta a partire dall'equatore da 0° a 90° verso i due poli, e si distingue, a seconda del polo verso cui è contata, coi nomi Nord e Sud.

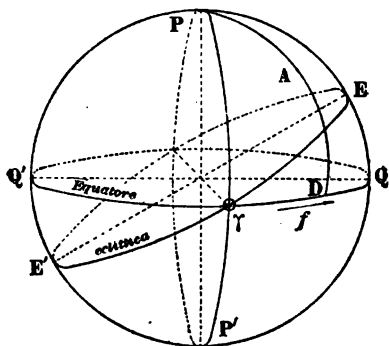



Fig. 24.

Tutti i punti dell'equatore hanno declinazione nulla. Tutti i punti dei cerchi minori della sfera paralleli all'equatore hanno la medesima declinazione e questi circoli diconsi perciò *paralleli di declinazione.* La declinazione s'indica d'ordinario col simbolo δ.

L'ascensione retta si conta, a partire dal punto vernale (il quale perciò è detto *origine delle ascensioni rette*), nel senso diretto (senso contrario all'indice dell'orologio per l'osservatore situato al polo Nord con lo sguardo rivolto all'equatore [2]; è indicato nella figura 15 dalla freccia *f*); tale coordinata sarà distinta col simbolo α. Generalmente

[1] Lo studioso è avvertito che l'omonimia non deve fargli confondere le coordinate eclittiche, usate per definire le posizioni degli astri e che hanno per circolo fondamentale l'eclittica, con le coordinate geografiche (latitudine e longitudine), da noi usate per definire le posizioni terrestri, le quali hanno per circolo fondamentale l'*equatore*.

[2] Questo senso è contrario a quello del movimento di rotazione apparente diurna della sfera.

si usa esprimere l'ascensione retta, anzichè in gradi, in ore da 0^h a 24^h. Ciò si fa perchè questa coordinata viene usata continuamente nei problemi del tempo. Tuttavia non connetteremo a questa espressione alcuna idea di tempo, *convenendo di usarla soltanto come mezzo per indicare parti di circonferenza.*

Sappiamo che a causa della precessione degli equinozî tanto il polo P dell'equatore, quanto il punto vernale γ, hanno un moto progressivo fra le stelle: il polo che in una determinata epoca era in P (fig. 25), dopo un certo tempo sarà in P_1, e l'equatore da QQ' sarà passato in $Q_1Q'_1$ e il punto γ si sarà mosso da γ in γ_1. Questi lenti movimenti del circolo fondamentale di riferimento e dell'origine delle ascensioni rette sono causa che le coordinate equatoriali della stella fissa A subiscano delle variazioni continue, come si vede chiaramente, nella figura. Se però si ponga mente alla notevole lentezza di questi movimenti si comprende come, eccettuate le stelle prossime ai poli, le variazioni sieno relativamente piccole.

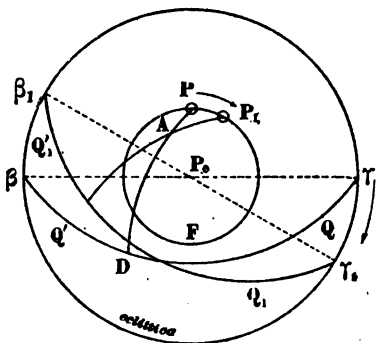



Fig. 25.

Le variazioni $\Delta\alpha$ e $\Delta\delta$ subite durante un anno dall'ascensione retta e dalla declinazione di una stella fissa, *per causa del moto di precessione*, sono secondo l'astronomo Newcomb, nell'epoca nostra (1920), espresse dalle relazioni:

$$\Delta\alpha = 46'',0906 + 20'',0451 \tan\delta \ \text{sen}\,\alpha \tag{1}$$

$$\Delta\delta = 20'',0451 \cos\alpha, \tag{2}$$

dove α e δ sono rispettivamente il valore dell'ascensione retta e della declinazione all'inizio dell'anno considerato. Le quantità $\Delta\alpha$ e $\Delta\delta$ ora definite si chiamano *variazioni medie annue* delle coordinate equatoriali della considerata stella fissa [1].

Per il sole, ed in generale per tutti gli astri del sistema solare, i quali, pur essendo situati sulla sfera celeste, non sono fissi fra le stelle, ma hanno moti proprî apparenti, l'ascensione retta e la declinazione sono, per questo solo fatto, ed indipendentemente dai descritti lentissimi movimenti dei cerchi fondamentali di riferimento, essenzialmente variabili: le maggiori variazioni sono quelle della Luna, astro

[1] Nel nostro discorso abbiamo, per semplicità, trascurato gli effetti che sulle coordinate equatoriali delle stelle produce la *nutazione* dell'asse terrestre (V. § 16): in altri termini noi abbiamo riferito le posizioni delle stelle al *polo medio*, cioè alla posizione che il polo avrebbe sul cerchio medio PF.

Nell'Astronomia Superiore si chiamano *medie* le posizioni degli astri quando sono riferite al polo medio, diconsi invece *vere* le posizioni riferite al *polo vero*.

sommamente mobile. Perciò si suol dire che gli astri erranti hanno un *moto proprio* (ossia peculiare a ciascuno di essi) *in declinazione* ed *in ascensione retta.*

Considerando le posizioni geocentriche di questi astri e ponendo mente alle traiettorie descritte da essi (§ 15) è interessante notare:

1°) che l'ascensione retta del Sole varia di 360^0 (o 24^h) nell'intervallo che ha la durata di un anno (circa $1^0 = 4^m$, in media, al giorno), e che questo moto in ascensione retta avviene in senso diretto, e poichè α si conta positivamente nel medesimo senso, i suoi valori variano in modo continuo (ma non uniforme) di circa $1^0 = 4^m$ al giorno;

2°) che il *moto in ascensione retta della Luna* avviene pur esso in senso diretto con velocità circa 13 volte maggiore del Sole, ossia i valori di α crescenti in modo continuo (ma non uniforme) di circa $13^0 = 52^m$ al giorno, in media;

3°) che il *moto in ascensione retta dei pianeti* è in apparenza molto irregolare, potendo avvenire tanto in senso diretto che in senso retrogrado, ossia i valori di α in talune epoche crescono, in altre diminuiscono, e, nell'intervallo, per alcun tempo rimangono costanti o sensibilmente tali;

4°) che la *declinazione del Sole* oscilla fra i limiti fissi $23^0\,{}^1/_2$ (circa) Nord e $23^0\,{}^1/_2$ Sud (raggiunti rispettivamente il 21 Giugno ed il 22 Dicembre) [1]; e che il moto in δ è nullo, o quasi, intorno a questi limiti, ed è massimo (circa 1' all'ora) quando il Sole è agli equinozî ($\delta = 0^0$, 21 Marzo e 23 Settembre);

5°) che la *declinazione della Luna* varia, a seconda delle epoche, entro limiti massimi oscillanti fra $23^0\,{}^1/_2 + 5^0 = 28^0\,{}^1/_2$ Nord e Sud, e $23^0\,{}^1/_2 - 5^0 = 18^0\,{}^1/_2$ N. e S.; che il movimento più rapido in declinazione si ha allorquando la Luna taglia l'equatore, e raggiunge il valore di circa ${}^1/_4$ di grado all'ora;

6°) che nessuno dei *pianeti principali* esce dalla zona racchiusa fra i paralleli di declinazione $23^0\,{}^1/_2 + 8^0 = 31^0\,{}^1/_2$ N. e S.

Osservazione. — Nei Corsi di Astronomia elementare si attribuisce alle stelle, propriamente dette, la qualità di punti fissi della sfera celeste. Le esatte osservazioni dell'Astronomia moderna hanno dimostrato che la denominazione di stelle fisse, sebbene conservata dall'uso, non può dirsi rigorosa. Tutte le stelle mutano, sia pure in modo straordinariamente lento, la loro posizione sulla

---

[1] I paralleli celesti e terrestri aventi rispettivamente la declinazione e la latitudine uguali in valore assoluto a $23^0\,{}^1/_2$ (limite della declinazione Solare) diconsi *tropici*: è *tropico del Cancro* quello Nord, del *Capricorno* quello Sud.

sfera e le costellazioni presenti si troveranno sensibilmente cambiate di forma già dopo alcune diecine di migliaia di anni.

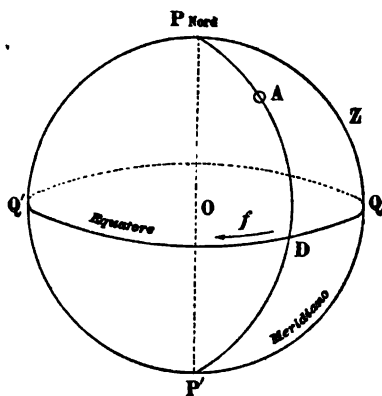
Tutto il sistema solare, di cui la Terra fa parte, ha un rapido moto collettivo di traslazione verso la costellazione di Ercole. Lo spostamento che la Terra subisce attraverso lo spazio per questo movimento è, in un lungo volgere di anni, così grande da non potere essere trascurato in confronto della distanza che la separano dalle stelle; d'altra parte anche le stelle hanno o possono avere un proprio moto di traslazione. Pertanto le direzioni secondo le quali questi astri sono visti dall'osservatore terrestre non sono rigorosamente fisse nello spazio assoluto, ma mutevoli col trascorrere dei secoli: tali cambiamenti di direzione si traducono in mutamenti di posizione delle stelle sulla sfera celeste.

Per dare un'idea concreta della grandezza dei moti proprî delle stelle diremo che il più veloce di essi è, per quanto si conosca, quello di una piccola stella della grande Orsa la quale però impiega 250 anni per percorrere sulla sfera celeste un tratto uguale al diametro apparente del Sole o della Luna (moto proprio 7" all'anno). I movimenti proprî delle altre stelle sono *molto* più lenti [1]: soltanto in pochi casi oltrepassano due secondi d'arco all'anno.

Adunque anche per le stelle si deve considerare un *moto proprio* (ossia peculiare a ciascuna di esse) in ascensione retta ed in declinazione, il quale tuttavia è generalmente così lento da poter essere trascurato anche per un periodo di molti anni.

Fig. 26.

§ 19. Coordinate locali orarie. — Cerchio fondamentale è l'equatore: semicerchio secondario di riferimento è il meridiano superiore di un determinato zenit.

Sieno (fig. 26) Z lo zenit dato, PZP' il meridiano superiore; sieno inoltre QQ' l'equatore e P, P' i suoi poli. Le coordinate orarie dell'astro A sono la *declinazione* DA (la quale è comune col sistema uranografico equatoriale) e l'*angolo orario* QD, detto anche *ora dell'astro*. [Rimane inteso che, almeno finora, questa espressione designa un *angolo* e non ha alcun significato di *durata*]. L'angolo orario si conta da 0° a 360° ma più comunemente da 0^{h} a 24^{h} sull'equatore, a partire dal punto Q d'incontro col meridiano superiore, positivamente nel senso retrogrado (senso dell'indice dell'orologio per uno spettatore ideale situato al polo Nord e collo sguardo rivolto al piano dell'equatore: è indicato

[1] LOCKYER-CELORIA, *Astronomia*, Milano, Ed. Hoepli, 1911. Cap. V, § 13.

in figura dalla freccia *f* ed è il medesimo della rotazione diurna apparente della sfera celeste).

Com'è noto il cerchio meridiano PZQP'Q' divide la sfera in due emisferi distinti rispettivamente coi nomi Orientale od Est, ed Occidentale o West. (È orientale quello che per un osservatore situato nel centro della sfera, naturalmente eretto secondo la OZ e con lo sguardo rivolto al polo Nord rimane a destra; l'occidentale è a sinistra).

Quando l'astro A è nell'emisfero occidentale (come nella figura), l'angolo orario ha valori compresi fra 0^h e 12^h, quando è nell'emisfero orientale ha valori compresi fra 12^h e 24^h. L'angolo orario viene, in generale, indicato colla lettera *t*.

Dei circoli secondarî chiamati *cerchi orarî*, quello normale al meridiano dicesi *primo orario*: l'ora degli astri che si trovano su di esso è, per definizione, 6^h (astro a West), oppure 18^h (astro a Est).

Della variazione che subisce col tempo la declinazione degli astri abbiamo già detto sommariamente nel § precedente; d'altra parte questa variazione è indipendente dal moto diurno della sfera.

Circa l'altra coordinata (angolo orario) si vede che col tempo essa varia in modo continuo e rapido. Difatti il cerchio massimo PAD che contiene l'astro (cerchio orario) appartiene alla parte mobile della sfera celeste, la quale ogni giorno percorre un giro intero, mentre il meridiano rimane immobile; perciò *anche indipendentemente dai moti relativamente lenti che il cerchio orario dell'astro può avere nella parte mobile della sfera celeste* (*moto in ascensione retta*), *e considerando il solo effetto del moto diurno, l'angolo orario è continuamente variabile da* 0^0 *a* 360^0 (*o da* 0^h *a* 24^h). Vedremo in seguito che la rapida variazione di questa coordinata (moto orario) sarà assunta per la misura del tempo.

Delle due coordinate di questo sistema una, la declinazione, è indipendente dallo zenit considerato; l'altra invece (angolo orario) è dipendente dallo zenit medesimo; in altri termini, *pur considerando il medesimo istante*, assume valori diversi se riferita al meridiano di un luogo piuttosto che a quello di un altro.

Delle relazioni fra i valori degli angoli orarî simultanei dello stesso astro rispetto a due meridiani diversi diremo in seguito.

Nei problemi dell'Astronomia Nautica si presenta spesso l'opportunità di considerare, in luogo dell'angolo orario *t*, il così detto *angolo al polo*, ossia l'angolo sferico $\leqslant 180^0$ (o 12^h) formato dal meridiano col cerchio orario dell'astro. È facile vedere che fra il valore *t*

dell'angolo orario ed il valore P dell'angolo al polo esistono le seguenti relazioni:

astro a West , $P = t$
» » Est , $P = 24^h - t$.

Parimente in luogo della declinazione DA, si considera l'arco di cerchio orario PA che misura la distanza dell'astro dal polo omonimo della latitudine, cioè dal *polo visibile* (od *elevato*). Tale arco dicesi distanza polare, ed indicasi con la lettera p. È manifesto che *algebricamente* si ha:

$$\text{distanza polare} = p = 90^0 - \delta,$$

colla convenzione di assumere positiva la declinazione δ *se il suo nome (Nord o Sud) è uguale a quello della latitudine, negativa nel caso contrario.*

Ad esempio, se $\varphi = 40^0$ Nord e $\delta = 20^0$ Nord, si ha

$$p = 90^0 - 20^0 = 70^0,$$

oppure se

$$\varphi = 40^0 \text{ Nord e } \delta = 20^0 \text{ Sud},$$

si ha

$$p = 90^0 - (-20^0) = 110^0.$$

§ 20. **Tempo sidereo - Relazioni fondamentali esistenti fra il tempo sidereo, l'ascensione retta e l'angolo orario degli astri.** — Il punto vernale o punto γ si può considerare come un astro le cui

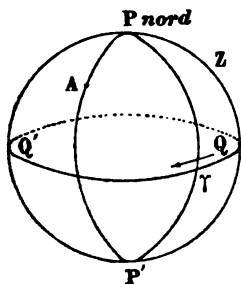
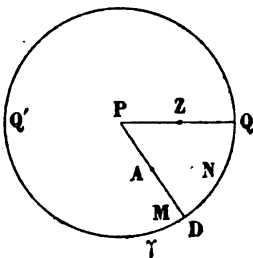
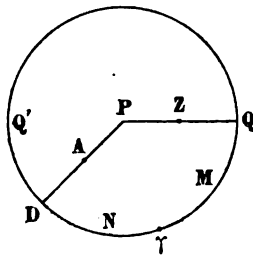



Fig. 27 *a*. Fig. 27 *b*. Fig. 27 *c*.

coordinate equatoriali (declinazione ed ascensione retta) siano costantemente eguali a zero.

L'angolo orario del punto γ nello zenit Z (in fig. 27*a* è $Q\gamma$; la freccia indica il senso nel moto diurno della sfera), chiamasi *ora* o *tempo sidereo* nello zenit considerato, e si indica col simbolo t_s.

La nozione del tempo sidereo in un dato zenit serve per stabilire una fondamentale relazione fra i valori simultanei dell'ascensione retta e dell'angolo orario di un determinato astro, nello zenit medesimo.

Proiettiamo la sfera celeste sull'equatore QQ′ (figg. 27 *b* - 27 *c*). Sieno P il polo Nord, Z lo zenit del luogo terrestre considerato, PZQ il suo meridiano, A un astro qualsiasi. Nel caso della fig. 27 *b*, l'arco γMD misura l'ascensione retta α dell'astro A, e l'arco QND è l'angolo orario t dello stesso astro. La somma degli archi γMD e QND è uguale all'arco QDγ, il quale, a sua volta, misura il tempo sidereo t_s. Quindi possiamo scrivere

$$t_s = t + \alpha$$

Nel caso della fig. 27*c*, l'arco γQD misura l'ascensione retta α di A, e $\gamma ND = 24^h - \alpha$ (o $360^0 - \alpha$); l'angolo QγD è l'angolo orario t dell'astro considerato e l'arco QMγ è il tempo sidereo t_s.

E si ha:

$$QM\gamma = Q\gamma D - \gamma ND,$$

$$t_s = t - (24^h - \alpha) = t + \alpha - 24^h.$$

Dunque, anche in questo caso, si ha, a meno di una circonferenza intera, o di 24^h,

$$(1) \qquad \boxed{t_s = t + \alpha}.$$

Se nel medesimo istante consideriamo un altro astro qualunque di ascensione retta α' ed il cui angolo orario (contato dallo stesso meridiano PZQ) sia t', avremo

$$t_s = t' + \alpha' \qquad \text{oppure} \qquad t_s = t' + \alpha' - 24^h,$$

e perciò, a più o meno 24^h (o 360^0), si ha

$$(2) \qquad \boxed{t + \alpha = t' + \alpha'}.$$

Le relazioni (1) e (2) sono della massima importanza: di esse faremo uso continuo nei problemi di Astronomia.

Come conclusione di quanto si è dimostrato possiamo dire che *fra i valori simultanei positivi* e $< 24^h$ *degli elementi* t_s, t, α, t', α', esistono, con approssimazione di 24^h, le relazioni:

$$t_s = t + \alpha, \qquad t + \alpha = t' + \alpha'.$$

L'essere queste relazioni, e quelle che da esse derivano, approssimate a 24^h, significa che ogni qual volta la loro applicazione con-

duce ad un risultato in disaccordo col modo stabilito di contare l'elemento cercato (ossia si ottenga un valore positivo e $> 24^h$, oppure negativo) si devono togliere od aggiungere 24^h per ottenere un risultato positivo e $< 24^h$. Così, ad esempio, siano $t = 13^h 20^m$ ed $\alpha = 18^h 17^m$, i valori simultanei dell'angolo orario e dell'ascensione retta di un determinato astro, e vogliasi determinare il valore simultaneo (positivo e $< 24^h$) del tempo sidereo t_s. Essendo la somma $t + \alpha > 24^h$, vuol dire che l'elemento cercato è uguale a detta somma diminuita di 24^h, cioè $t_s = t + \alpha - 24^h = 13^h 20^m + 18^h 17^m - 24^h = 7^h 37^m$. Similmente, si abbiano $t_s = 10^h 15^m$ ed $\alpha = 22^h 36^m$ e vogliasi conoscere t. Essendo la differenza $t_s - \alpha$ negativa, e dovendosi t esprimere con valore positivo, è necessario aggiungere 24^h al risultato

$$t = 24^h + 10^h 15^m - 22^h 36^m = 11^h 39^m.$$

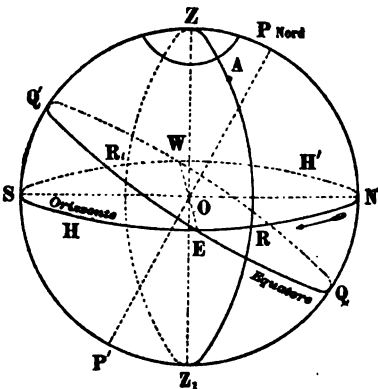
Osservazione. — La relazione fondamentale ora trovata serve, fra l'altro, per passare dalla coordinata oraria t alla simultanea equatoriale α, ed inversamente, essendo noto il tempo sidereo t_s.

Ad esempio, in un determinato istante sieno $t = 11^h 25^m$ e $t_s = 3^h 41^m$ e si voglia determinare l'ascensione retta α. Si ha, con approssimazione di 24^h, $\alpha = t_s - t$. Essendo la differenza $t_s - t$ negativa, occorre aggiungere 24^h, e quindi

$$\alpha = 24^h + 3^h 41^m - 11^h 25^m = 16^h 16^m.$$

Fig. 28.

§ 21. **Coordinate locali azimutali od orizzontali.** — Polo fondamentale del sistema è lo zenit di un dato luogo terrestre, indicato nella fig. 28 con Z; perciò cerchio fondamentale è l'orizzonte del luogo medesimo. Il polo dell'orizzonte opposto a Z è il nadir. I cerchi secondarî, come $ZARZ_1R_1$ sono chiamati *cerchi verticali*, o semplicemente *verticali*: essi rappresentano sulla sfera i piani passanti per la verticale del luogo terrestre considerato (Vedi § 14). Propriamente dicesi *verticale* dell'astro A il semicerchio secondario ZAZ_1 terminato dallo zenit e dal nadir e contenente A: esso rappresenta il semipiano uscente dalla verticale e passante per l'astro.

Tra i verticali, si distinguono i due ZPZ_1, $ZP'Z_1$ che passano per i poli P e P' e *coincidono col circolo meridiano*, detti rispettivamente

verticale Nord e *verticale Sud* perchè contengono i poli astronomici omonimi.

Il verticale Nord è assunto come semicerchio secondario di riferimento; esso determina sull'orizzonte del luogo il *punto Nord* (N), origine di una delle coordinate azimutali, a cui è opposto il *punto Sud* (S).

Il circolo verticale ZEZ_1W, normale al meridiano, dicesi *primo verticale* (in figura non è segnato), e taglia l'orizzonte nei punti Est E, West W, diametralmente opposti fra loro [1], e distanti 90° dai punti N, S, I punti N, S, E, W, sono i *punti cardinali* o principali dell'orizzonte; l'osservatore situato in O ed eretto secondo la verticale OZ, guardando il punto Nord ha l'Est sulla propria destra ed il West sulla sinistra.

Il diametro NS, traccia del piano meridiano sul circolo orizzonte, costituisce la *linea meridiana* dell'osservatore considerato; il diametro EW normale al precedente, ossia la traccia del primo verticale sull'orizzonte, è la *linea Est-Ovest.*

[È interessante osservare che l'equatore taglia l'orizzonte nei punti E, W].

Le *coordinate azimutali* od orizzontali del punto A sono l'*azimut* NR $= a$ e l'*altezza* RA $= h$.

L'azimut si conta sull'orizzonte, positivamente, a partire dal punto Nord, da 0° a 360° nel senso retrogrado, cioè da Nord verso Est, Sud, West, Nord (senso dell'indice dell'orologio) [2]; perciò quando l'astro è nell'Emisfero Orientale il suo azimut ha valori compresi fra 0° e 180°, e quando è nell'Occidentale ha valori compresi fra 180° e 360°.

L'altezza si conta sul verticale dell'astro da 0° a 90° a partire dall'orizzonte; è positiva se l'astro si trova fra l'orizzonte e lo zenit (ossia se l'astro è al disopra dell'orizzonte), negativa quando l'astro è situato fra l'orizzonte ed il nadir. Il complemento dell'altezza, cioè l'arco ZA, che misura la *distanza sferica fra l'astro e lo zenit*, dicesi *distanza zenitale* od anche *apozenit dell'astro.*

I cerchi minori, paralleli all'orizzonte, i quali contengono tutti gli astri che hanno eguale altezza, chiamansi *cerchi orizzontali* od *almicantarat.*

---

[1] I punti E e W sono i *poli* del circolo meridiano.

[2] In alcuni trattati Francesi di Navigazione Astronomica, si conviene di assumere come origine degli azimut il punto Sud in luogo di quello Nord, pur contandoli nel senso retrogrado (Vedi ad esempio il *Cours d'Astronomie Nautique* del FAYE, ed il moderno *Cours de Navigation* del MARGUET, École Navale). Tal modo di contare gli azimut è proprio degli astronomi ed a noi pare che la sua introduzione nella Nautica rechi molti inconvenienti e nessun vantaggio, essendo contrario ad ogni consuetudine marinaresca.

L'azimut di un astro si indica, come già accennammo, colla notazione a, l'altezza con h, e la distanza zenitale con z; [$z = 90^0 - h$ (algebricamente)].

Per l'osservatore situato nel luogo terrestre di cui OZ è la verticale (fig. 28) il polo celeste che rimane al disopra dell'orizzonte, è *visibile*; l'altro, essendone al disotto, è invisibile. Di qui la distinzione fra *polo elevato* e *polo depresso*. È elevato il polo che è più vicino allo zenit e trovasi nella parte visibile della sfera; manifestamente esso ha lo stesso nome della latitudine; è depresso l'opposto.

Nella figura si vede che la distanza zenitale ZP del polo elevato, intorno al quale avviene il movimento diurno della sfera, è eguale al complemento della latitudine, e perciò l'altezza PN è uguale alla latitudine. Per questo motivo la latitudine di un dato zenit dicesi anche *altezza del polo* nello zenit medesimo.

Le peculiari caratteristiche delle coordinate azimutali, dipendenti dalla particolare posizione dello zenit e dal moto diurno della sfera, formeranno oggetto dei paragrafi seguenti. Qui basti osservare che, per effetto del moto diurno, ambedue le coordinate variano col tempo, nel senso che assumono valori diversi a diversi istanti. Ed ancora si ricordi che ambedue le coordinate variano col variare dello zenit, vale a dire che, *pur ad un medesimo istante*, esse assumono *in generale* valori diversi se riferiti ad uno zenit piuttosto che ad un altro. Tuttavia esistono sulla sfera, in ogni istante, e per ogni astro, delle particolari linee o *luoghi geometrici* contenenti gli zenit nei quali una delle due coordinate ha l'identico valore. Questi luoghi saranno oggetto di particolare studio in seguito, essendo su di essi basati i metodi che servono a determinare la posizione dell'osservatore.

Nella Nautica si presenta spesso l'opportunità di considerare in luogo dell'azimut contato nel modo ora descritto, l'*azimut contato dal*

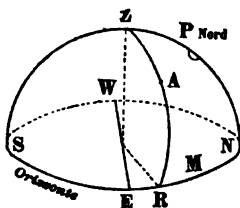
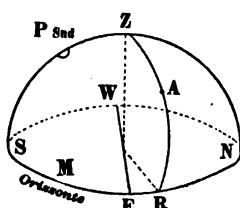



Fig. 29 *a*. Fig. 29 *b*.

polo elevato od *angolo azimutale*. È questo l'angolo minore di 180° di cui bisogna far girare il verticale ZP contenente il polo elevato del luogo terrestre considerato (Vedi fig. 29 *a* e *b*: nella prima il polo

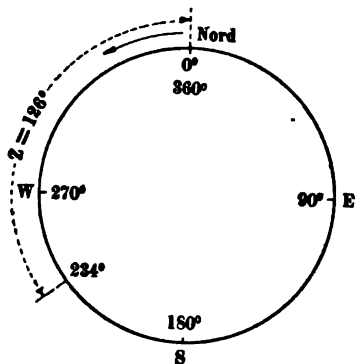
elevato è il Nord, nella seconda il Sud) per portarlo a coincidere col verticale ZA contenente l'astro: in altri termini è l'angolo sferico PZA $\leqslant 180^0$ misurato dall'arco di orizzonte compreso fra il punto cardinale che ha il nome del polo elevato ed il piede R del verticale dell'astro (arco NMR nella fig. 29 *a*, ed arco SMR nella fig. 29 *b*). Affinchè l'azimut sia individuato senza ambiguità, al valore numerico dell'angolo azimutale bisogna aggiungere l'indicazione del polo elevato, origine dell'arco, e quella del senso in cui l'arco medesimo deve essere percorso per incontrare il piede del verticale dell'astro.

Il nome del polo elevato è quello della latitudine dello zenit (N o S), ed usasi scriverlo innanzi al valore numerico dell'angolo azimutale; il senso è indicato dal nome Est (E) od Ovest (W), secondochè l'arco debbasi contare rispettivamente verso l'Est o verso l'Ovest; e questa indicazione è scritta dopo il valore numerico. Così, ad esempio, quando si dice che l'azimut di un astro è *N 60⁰ E*, si vuol significare che, per individuare il verticale dell'astro, bisogna muovendo dal Nord, contare 60^0 verso Est (cioè verso destra, poichè Est è per l'osservatore O ed eretto secondo OZ alla destra del Nord). Similmente, *S 120⁰ E* indica che bisogna, muovendo dal Sud, contare 120^0 verso Est (cioè verso sinistra, poichè Est è a sinistra del Sud).

È facilissimo, colla regola ora detta, concludere il valore dell'azimut contato da 0^0 a 360^0 a partire dal Nord, conoscendo quello dell'angolo azimutale, che indicheremo con Z.

Fig. 30.

Si abbia, ad esempio, $Z = 126^0$, osservatore in latitudine Nord, astro ad Ovest; si ha in conseguenza

azimut contato dal polo elev. = N 126^0 W.

Fissando le idee sopra un cerchio materiale, rappresentante l'orizzonte, graduato da 0^0 a 360^0 a partire dal Nord nel senso NESW (fig. 30), si vede subito che, portando 126^0 dal Nord verso West, si viene a cadere sulla graduazione $360^0 - 126^0$; si ottiene così il valore dell'azimut contato dal polo Nord verso ESWN, e che indicheremo propriamente con la notazione a;

$$a = 360^0 - 126^0 = 234^0.$$

L'operazione si fa mentalmente e senza difficoltà. Volendo esprimere i risultati in forma analitica, si hanno le seguenti relazioni:

quando latit. dello zenit è Nord { se l'astro è a W $Z = 360^0 - a$; " " " " E $Z = a$

quando latit. dello zenit è Sud { se l'astro è a W $Z = a - 180^0$; " " " " E $Z = 180^0 - a$.

Conviene ancora ricordare che in alcuni problemi secondarî della Nautica il verticale dell'astro viene individuato mediante l'*amplitudine*: essa è misurata dall'arco di orizzonte *minore di 90⁰*, compreso fra il piede del verticale dell'astro ed il punto Est od Ovest, secondochè l'astro è ad Oriente o ad Occidente del meridiano. L'amplitudine dell'astro A (figg. 29 *a* e 29 *b*) è misurata dall'arco ER ($< 90^0$).

§ 22. **Fenomeni diurni - Visibilità delle stelle - Sorgere e tramonto.** — Consideriamo la sfera apparente di un osservatore O

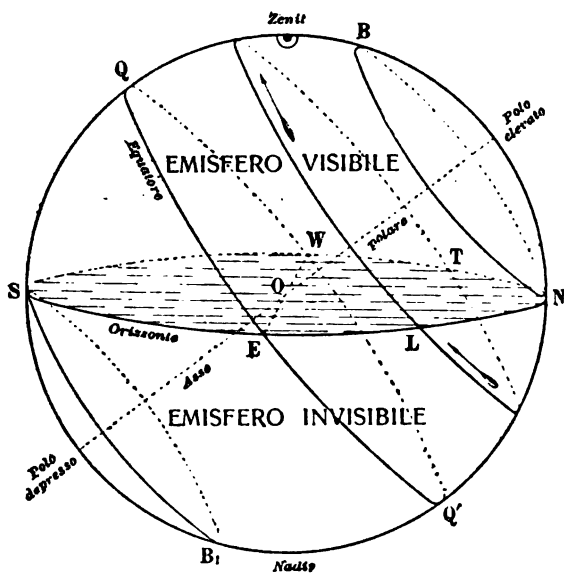



Fig. 31.

situato sulla superficie della Terra (fig. 31). (Il caso considerato in figura si riferisce ad uno zenit Nord).

L'orizzonte NESW divide la sfera in due parti eguali, una superiore e visibile (emisfero visibile), l'altra inferiore e invisibile (emisfero invisibile).

Conduciamo l'equatore QQ' ed i due paralleli BN e B_1S tangenti all'orizzonte. La superficie della sfera risulta così divisa in quattro zone:

1º) zona compresa fra il polo elevato P ed il cerchio minore BN, tangente al disopra dell'orizzonte;

2º) zona compresa fra il polo depresso P' ed il cerchio minore B_1S, tangente al disotto dell'orizzonte;

3º) zona compresa fra l'equatore ed il cerchio minore BN;

4º) zona compresa fra l'equatore ed il cerchio minore B_1S.

Notiamo anzitutto che le stelle, per il moto apparente della sfera intorno all'asse PP', percorrono delle traiettorie diurne che si confondono coi *paralleli di declinazione.*

Ciò premesso, vediamo che la *prima zona* comprende le traiettorie di tutte le stelle le quali stanno costantemente al disopra dell'orizzonte [1]; l'esame della figura rende manifesto che tali stelle sono quelle la cui distanza dal *polo elevato* è tutt'al più uguale all'altezza PN di detto polo, ossia alla latitudine dell'osservatore [cioè declinazione δ omonima della latitudine φ, e (90° — valore assoluto di δ) $\leqslant$ valore assoluto di φ]: esse si chiamano *circumpolari.*

La seconda zona comprende le stelle la cui *distanza dal polo depresso* è al massimo uguale alla latitudine [cioè δ eteronima di φ e (90° — valore assoluto di δ) $\leqslant$ valore assoluto di φ]: tali stelle sono *invisibili* [2].

La terza e la quarta zona comprendono le stelle le cui traiettorie diurne tagliano l'orizzonte; durante una parte del loro tragitto queste stelle sono invisibili; esse appaiono ad un certo istante in un punto dell'orizzonte, come L, compiono il loro percorso visibile e poi scompaiono in un punto, come T. I punti L e T sono rispettivamente i *punti del sorgere e del tramonto* dell'astro, il primo situato nella parte Est dell'orizzonte, il secondo nella parte West. Le traiettorie essendo cerchi minori paralleli all'equatore, le intersezioni LT dei loro piani coll'orizzonte sono parallele alla linea Est-Ovest e la distanza LE del punto di sorgere dall'Est (amplitudine al sorgere) è uguale alla distanza TW del punto di tramonto dal West (amplitudine al tramonto).

La parte della traiettoria che è visibile, cioè l'arco di parallelo situato al disopra dell'orizzonte, chiamasi *arco diurno*, e la parte invisibile dicesi *arco notturno.*

---

[1] Perciò il cerchio minore BN, tangente al disopra dell'orizzonte, dicesi *cerchio di perpetua apparizione.*

[2] Perciò il cerchio minore B_1S, tangente al disotto dell'orizzonte, dicesi *cerchio di occultazione perpetua.*

Appartengono alla *terza zona* le stelle la cui *distanza dal polo elevato* è maggiore della latitudine [cioè δ omonima di φ e (90^0 — valore assoluto di δ) $>$ valore assoluto di φ]: per questi astri l'arco diurno è più grande del notturno, ed i punti di sorgere e di tramonto sono situati rispetto ai punti Est e West dalla parte del punto cardinale che ha lo stesso nome del polo elevato.

Appartengono alla *quarta zona* le stelle la cui *distanza dal polo depresso* è maggiore della latitudine [cioè δ eteronima di φ, e (90^0 — valore assoluto di δ) $>$ valore assoluto di φ]: per questi astri l'arco diurno è minore di quello notturno, ed i punti del sorgere e del tramonto sono situati, rispetto alla linea Est-Ovest, dalla parte del polo depresso.

Finalmente, le stelle la cui distanza dai poli è uguale a 90^0, cioè le stelle di declinazione nulla, descrivono una traiettoria coincidente coll'equatore; esse sorgono nel punto Est e tramontano nel punto West, e l'arco diurno è uguale al notturno.

§ 23. **Ancóra dei fenomeni diurni: movimento in altezza.** — In luogo dell'altezza consideriamo la distanza zenitale le cui variazioni sono più facili a seguirsi nelle figure che non quelle dell'altezza e, senza preoccuparci dell'orizzonte, consideriamo le variazioni di questa coordinata durante l'intero tragitto di una stella. Qualunque sia la traiettoria considerata (parallelo di declinazione) risulta, da un teorema noto di geometria, che la distanza dello zenit Z (fig. 31) da un punto che descrive queste traiettorie circolari è massima quando il punto è sul *meridiano inferiore* PZ'P', e che poscia diminuisce in modo continuo fino a quando il punto raggiunge il *meridiano superiore* PZP', e che, nell'altra metà del percorso, essa subisce delle variazioni inverse.

Se poniamo mente ai soli fenomeni visibili, ossia agli astri situati sopra l'orizzonte, possiamo dire che la distanza zenitale delle stelle diminuisce dopo il *passaggio* (o *transito*) *al meridiano inferiore* per le stelle circumpolari, e dopo il sorgere per le altre, fino al *passaggio* (o *transito*) *al meridiano superiore*, ed aumenta fino al passaggio al meridiano inferiore per le prime e fino al tramonto per le seconde. I movimenti in altezza sono evidentemente inversi dei precedenti. Possiamo dire perciò:

1°) che per tutte le stelle l'altezza aumenta quando l'astro è ad Est del meridiano e diminuisce quando l'astro è al West;

2°) che per tutte le stelle visibili, l'*altezza massima* si osserva quando l'astro passa al meridiano superiore;

3°) che l'*altezza minima* si osserva per le circumpolari quando l'astro passa al meridiano inferiore, e per le altre stelle visibili quando l'astro è al sorgere ed al tramonto (h = zero).

Per i motivi esposti ai N. 2 e 3, il passaggio di un astro al meridiano dicesi *culminazione*, e nelle stelle circumpolari si distinguono due culminazioni: *superiore* ed *inferiore*.

§ 24. **Ancóra dei fenomeni diurni: movimento in azimut.** — Rappresentiamo (fig. 32) la parte visibile della sfera celeste: tracciamo

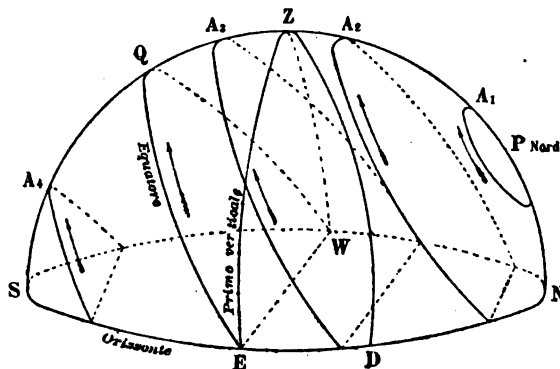



Fig. 32.

l'equatore EQW ed il primo verticale EZW. Per studiare il movimento in azimut di una stella che possa formare oggetto della nostra osservazione basta immaginare un verticale, come ZD, mobile attorno allo zenit, in modo da seguire la stella durante tutto il suo tragitto al disopra dell'orizzonte. La figura mostra che per le stelle come A_1 ed A_2, le quali passano nel meridiano superiore fra il polo elevato P e lo zenit Z, l'angolo azimutale (Vedi § 21) rimane minore di 90° e raggiunge un massimo, che corrisponde alla posizione nella quale il verticale mobile ZD è tangente alla traiettoria. Sono due i punti della traiettoria in cui detto verticale mobile risulta tangente ad essa; questi punti, i quali sono situati simmetricamente rispetto al meridiano, chiamansi *punti di massima disgressione* (o di *elongazione*) e quando l'astro si trova in essi, il suo verticale è alla maggior distanza dal meridiano e quindi nella *maggiore vicinanza al 1° verticale.*

Le stelle, come A_3, che passano al meridiano superiore fra lo zenit Z e l'equatore Q, attraversano il primo verticale al disopra dell'orizzonte; l'angolo azimutale passa quindi per il valore 90°.

Finalmente, per le stelle come A_4, che passano al meridiano su-

periore in un punto situato fra l'equatore ed il polo depresso (non segnato in figura), l'arco diurno non taglia il primo verticale sopra l'orizzonte, e l'angolo azimutale rimane sempre superiore a 90°, tanto all'Est che al West.

Perciò, separando le stelle in tre categorie, concludiamo:

1°. Per le stelle (A_1 ed A_2) che hanno *declinazione omonima della latitudine e più grande di essa*, l'angolo azimutale cresce verso l'Est, a partire dal valore zero se la stella è circumpolare, ed a partire dal valore relativo al sorgere se non è tale, fino ad un massimo inferiore a 90° (*massima digressione*); poscia diminuisce fino al valore zero corrispondente al passaggio al meridiano superiore. In seguito l'angolo cresce verso il West da zero allo stesso massimo di poc'anzi e diminuisce nuovamente fino a zero se la stella è circumpolare, e fino al valore relativo al tramonto, se non è tale.

2°. Per le stelle (A_3) che hanno *declinazione omonima della latitudine e più piccola di essa*, l'angolo azimutale cresce verso Est dal valore zero, se la stella è circumpolare (Vedi osservazione seguente), o dal valore relativo al sorgere se non è tale, passa per il valore 90° (*passaggio al 1° verticale*), continua a crescere fino al passaggio al meridiano superiore nel quale raggiunge il valore 180°. L'astro passa poscia al West ed il suo angolo azimutale diminuisce gradatamente da 180° a 90° (passaggio al 1° verticale) ed infine sino a zero se è circumpolare, fino al valore relativo al tramonto, se non è tale.

3°. Per le stelle (A_4) la cui *declinazione è eteronima della latitudine*, l'angolo azimutale all'istante del sorgere è maggiore di 90°; poscia cresce fino a 180° e poi, passando a West, diminuisce da 180° fino al valore corrispondente al tramonto.

In ogni caso, essendo la traiettoria della stella simmetrica rispetto al meridiano, l'*angolo azimutale ha lo stesso valore all'Est ed al West quando l'altezza è la stessa.*

Osservazione. — Quando, come nel caso della fig. 32, la latitudine (od altezza del polo) NP è minore di 45°, tutte le *stelle circumpolari* passano al meridiano superiore fra il polo elevato e lo zenit, e quindi appartengono alla prima delle tre categorie che abbiamo esaminate ($\delta > \varphi$, ed omonime). Quando, invece, la latitudine è maggiore di 45°, il *polo elevato è più vicino allo zenit che non all'orizzonte*, e per conseguenza, la zona delle circumpolari comprende lo zenit, e le stelle di questa regione possono appartenere alle prime due categorie ($\delta \gtrless \varphi$, ed omonime).

§ 25. **Fenomeni diurni degli astri erranti.** — Finora abbiamo parlato dei moti apparenti delle stelle. Se consideriamo un astro errante (sistema solare), vediamo che, a cagione del *moto in declinazione*, l'astro, invece di un circolo parallelo, percorre apparentemente una traiettoria spiraliforme LMTR (fig. 33). Si nota, quindi, che i punti L e T di sorgere e tramonto, come pure i punti M ed R, corrispondenti ai passaggi superiore ed inferiore, non sono fissi come per una stella, ma si spostano continuamente. In questo caso il fenomeno del moto diurno non ha luogo simmetricamente dalle due parti del meridiano e l'astro non raggiunge in questo piano la massima e minima altezza. Per altro, trattandosi del Sole e dei pianeti, siccome le variazioni in declinazione di questi astri sono abbastanza lente, e perciò la loro traiettoria diurna spiraliforme si scosta assai poco da un parallelo, si può ritenere praticamente, *almeno per gli usi della Navigazione Astronomica*, che l'altezza massima sia l'altezza meridiana. Sovente, ma con assai minore approssimazione, si ritiene che ciò accada anche per la Luna.

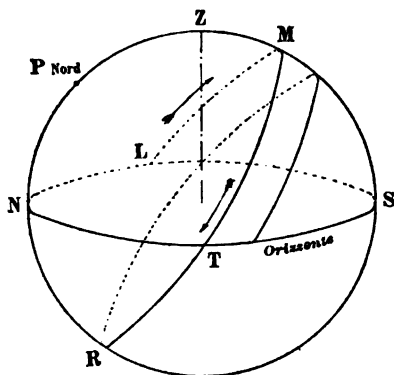



Fig. 33.

E, in generale, noi potremo considerare i fenomeni diurni degli astri erranti alla medesima stregua delle stelle fisse.

§ 26. **Coordinate geocentriche e coordinate apparenti.** — Nel § 15 abbiamo già detto della diversa posizione occupata dagli astri del sistema solare sulla sfera celeste, secondochè si considerino le direzioni uscenti dal centro della Terra o quelle condotte da un punto della superficie terrestre, e abbiamo perciò fatto distinzione fra *posizione geocentrica e posizione apparente.*

Per fissare le idee consideriamo la sfera che ha il centro nel nostro occhio O (fig. 34) ed essendo L un astro situato a distanza finita della Terra (nella figura si suppone che L si trovi fuori del piano della figura stessa), conduciamo la visuale OL nonchè il raggio OL_1 parallelo alla direzione geocentrica CL: l'intersezione A di OL colla superficie sferica, individua la posizione *apparente*, il punto A_1 intersezione di OL_1, individua la posizione *geocentrica*. L'angolo fra le due direzioni suddette è misurato dall'arco di cerchio massimo AA_1:

quest'angolo è detto *parallasse* (1). Le coordinate relative alle posizioni apparenti diconsi *apparenti*, le altre *geocentriche* (2). Così, ad esempio, considerando il sistema di coordinate azimutali (altezza ed azimut), l'arco AH è l'*altezza apparente*, ed è quella che può essere osservata direttamente, e l'arco A_1H_1 è l'*altezza geocentrica*, e così pure NSH è l'*azimut apparente* ed NSH_1 è l'*azimut geocentrico*; l'arco che misura la differenza fra l'altezza apparente e la geocentrica dicesi *parallasse in*

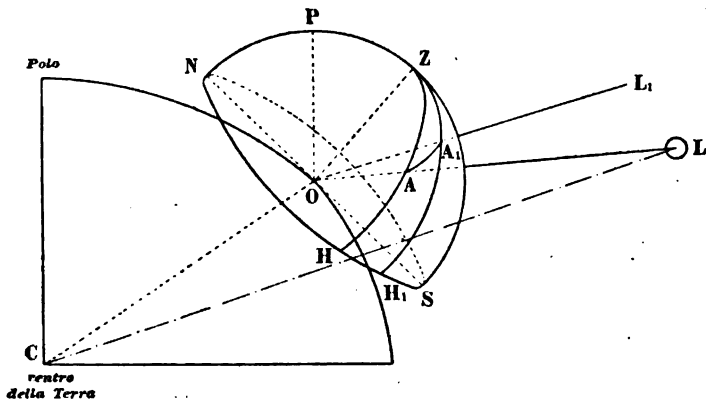



Fig. 34.

altezza e quello che misura la differenza fra l'azimut apparente ed il geocentrico chiamasi *parallasse in azimut.*

Considerazioni geometriche, di cui si farà cenno in seguito, ci permettono di determinare i valori di queste differenze per un osservatore qualsiasi situato alla superficie della Terra, e quindi di passare dalle coordinate azimutali geocentriche alle apparenti e viceversa.

Altrettanto dicasi di qualsiasi altro sistema di coordinate (angolo orario e declinazione ecc. ecc.).

Per ora basti far conoscere che il passaggio dalle coordinate apparenti alle geocentriche, e l'inverso, od, in altri termini, il calcolo

---

(1) Esaminando la fig. 34 si vede che la *parallasse* si può definire come l'angolo sotto il qual un osservatore ideale collocato sull'astro L vedrebbe il raggio geocentrico OC sul quale si trova l'osservatore terrestre O. (Difatti $CLO = L_1OL$).

(2) Riferendoci e facendo seguito a quanto è detto della nota (2) del § 15, e sempre per evitare possibili confusioni, diremo che nell'Astronomia Superiore la qualifica *apparente* è usata con significato del tutto diverso dal nostro. Ivi i termini *apparente* e *geocentrico* che, nella nostra nomenclatura sono antitetici, si trovano riuniti per significare un'apparente posizione degli astri. Si dice infatti *« posizione apparente geocentrica »* (e, per semplicità, si abbrevia dicendo solo *« posizione apparente »*) per indicare quella relativa ad un osservatore ideale che (supposta la Terra inesistente) occupa il punto ove si trova il centro del nostro Pianeta, *tenendo conto delle apparenze ivi prodotte dal fenomeno dell'aberrazione.* Questa particolare nomenclatura la troviamo, ad esempio, adottata nelle Effemeridi e nei Cataloghi stellari, ed ivi diconsi *coordinate apparenti*, quelle che definiscono la posizione apparente geocentrica dell'astro considerato.

della parallasse in altezza, in azimut (in angolo orario, in declinazione, ecc., ecc.) si ottiene mediante la nozione di uno speciale valore della parallasse, detto *parallasse orizzontale equatoriale*.

Per definire questa grandezza angolare consideriamo la Terra ellissoidica col centro in C e l'astro L (fig. 35). Conduciamo da L il fascio di rette tangenti all'ellissoide: i punti di tangenza determinano sulla superficie di questo la linea TMT'M'.

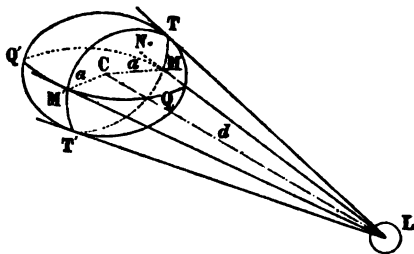



Fig. 35.

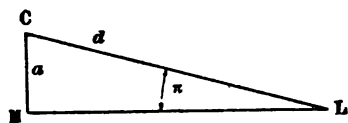
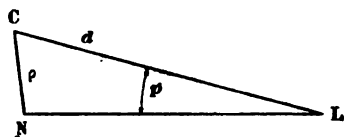
Dicesi *parallasse orizzontale equatoriale* il particolare valore della parallasse nei punti M, M' nei quali la linea TMT', ora considerata, incontra l'equatore terrestre QQ', cioè l'angolo CLM = CLM'.

[Le rette LM ed LM' essendo tangenti all'ellisse sono, per definizione, perpendicolari alle normali della superficie ellissoidica nei punti di tangenza M ed M', cioè alle *verticali* di questi punti, e poichè sull'equatore, il quale è circolare, le verticali coincidono con i relativi raggi geocentrici, i triangoli CLM e CLM' risultano rettangoli rispettivamente in M ed M'; inoltre detti triangoli sono uguali fra loro perchè hanno comune l'ipotenusa CL, ed in essi CM = CM'. Pertanto CLM = CLM'].

Notiamo che l'astro è, per definizione, situato nel piano tangente al punto M (nonchè in quello tangente ad M'), od, in altri termini, L è nell'orizzonte di M (e di M') quindi la *parallasse orizzontale equatoriale* (indicata d'ordinario colla lettera π) non è altro che il *valore che ha la parallasse per i due particolari osservatori situati sull'equatore della Terra, i quali nell'istante considerato vedono l'astro nel piano del loro orizzonte* (ossia con altezza apparente uguale a zero).

Fig. 36 *a*.

Fig. 36 *b*.

Ora dimostreremo che, in un dato istante, ossia per un determinato valore della distanza variabile $d = CL$ fra centro Terra e centro Astro, la parallasse orizzontale equatoriale è il massimo valore che assume la parallasse per qualsiasi osservatore terrestre. Difatti nell'istante considerato la parallasse p relativa ad un osservatore terrestre situato in un punto qualsiasi N fuori

dell'equatore (fig. 36 *a* e 36 *b*) è l'angolo al vertice L del triangolo CLN, nel quale il lato CL è la distanza d, il lato CN opposto a p è il raggio geocentrico ρ dell'ellissoide nel punto considerato, e perciò si ha

$$\frac{\text{sen } p}{\rho} = \frac{\text{sen CNL}}{d}$$

$$\text{sen } p = \frac{\rho}{d} \text{ sen CNL.} \tag{1}$$

D'altra parte nell'istante medesimo la parallasse equatoriale è, per definizione, l'angolo π [1] in L, del triangolo CLM (fig. 36 *a*) rettangolo in M il cui lato CL è la distanza d ed il lato opposto a π è il raggio equatoriale a; e perciò si ha

$$\text{sen } \pi = \frac{a}{d}. \tag{2}$$

Dalle (1) e (2) si ha

$$\frac{\text{sen } p}{\text{sen } \pi} = \frac{\rho}{a} \text{ sen CNL,}$$

e poichè $\frac{\rho}{a} < 1$ e sen CNL $\leqslant 1$, la relazione ora ottenuta ci dà

$$\frac{\text{sen } p}{\text{sen } \pi} < 1 \quad , \quad \text{sen } p < \text{sen } \pi,$$

ed essendo p e π entrambi $< 90^0$ ne viene, $p < \pi$, come volevasi dimostrare.

§ 27. **Semidiametri.** — Finora, nel trattare delle direzioni degli astri e delle posizioni che le individuano sulla sfera, si è implicitamente ammesso che essi siano ridotti ad un punto, mentre ciò in realtà si può dire solo delle stelle, le quali a cagione della loro immensa distanza non offrono, anche osservando coi più potenti telescopî, dimensioni apprezzabili e sempre appaiono come punti luminosi di splendore più o meno grande: invece gli astri del sistema solare hanno dimensioni apparenti apprezzabilissime, e grandi addirittura sono quelle del Sole e della Luna. È naturale che, avendo quegli astri forma sferica (o sensibilmente tale), la loro posizione sulla sfera

[1] Il valore della parallasse orizzontale equatoriale lunare ($\pi_☾$), è variabile, da 53′ 35″ a 61′ 35″, quindi il valore medio è 57′ 45″; quello solare ($\pi_\odot$) è assai minore (8″, 8) e le variazioni sono tanto piccole da potersi trascurare in tutte le applicazioni dell'Astronomia Nautica.

celeste e quindi le loro coordinate si riferiscano al centro dell'astro. La grandezza apparente di quegli astri è misurata dall'angolo LOB (fig. 37), detto *semidiametro angolare*, o, semplicemente *semidiametro*, sotto il quale il raggio r dell'astro (considerato rigorosamente sferico) è visto dall'osservatore terrestre O.

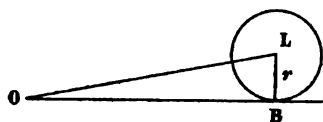



Fig. 37.

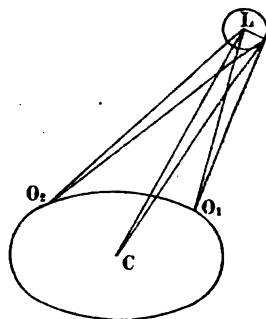
Il valore del semidiametro non dipende che dal raggio r dell'astro e della distanza OL $= d_0$ del centro dell'astro dall'osservatore: infatti con la considerazione del triangolo LOB, rettangolo in B si ha

$$\text{sen LOB} = \frac{r}{d_0} .$$

Il semidiametro varia adunque colla distanza dell'osservatore dall'astro; nel medesimo istante osservatori differenti come O_1 ed O_2 osservano differenti semidiametri (fig. 38). Si chiamano *semidiametri apparenti* i valori del semidiametro relativi ai diversi punti della superficie terrestre; chiamasi *semidiametro geocentrico* (e si indica con la lettera σ) il valore del semidiametro relativo all'osservatore ideale situato in C, centro della Terra [1].

Fig. 38.

Chiamando con d la distanza fra centro Terra e centro Astro si ha:

$$\text{sen } \sigma = \frac{r}{d} .$$

È interessante porre in evidenza una importante relazione esistente fra la parallasse orizzontale (Vedi § prec.) ed il semidiametro geocentrico.

Nel § prec. abbiamo trovato (formula 2)

$$\text{sen } \pi = \frac{a}{d} ,$$

ed essendo

$$\text{sen } \sigma = \frac{r}{d} ,$$

[1] Il semidiametro geocentrico del Sole ($\sigma_{\odot}$) ha il valore medio 16'01'',07 (varia da 16'16'' a 15'44'' circa) e supera assai poco quello della Luna ($\sigma_{☾}$) che è 15'33'',3 (variabile fra 16'47'' e 14'43'' circa). La differenza fra semidiametro geocentrico e semidiametro apparente è appena sensibile per la Luna, come si vedrà in seguito.

si ha

$$\frac{\operatorname{sen}\pi}{\operatorname{sen}\sigma} = \frac{a}{r}.$$

Essendo π e σ archi piccoli si può, con sufficiente approssimazione, porre $\frac{\operatorname{sen}\pi}{\operatorname{sen}\sigma} = \frac{\pi}{\sigma}$, e quindi

$$\frac{\pi}{\sigma} = \frac{a}{r}.$$

Applicando questo risultato alla Luna si ottiene:

$$\frac{\textit{parallasse orizzontale equat. lunare}}{\textit{semidiametro geocentr. lunare}} = \frac{\textit{semiasse equatoriale terrestre}}{\textit{raggio della Luna}} = \frac{11}{3} \text{ circa.}$$

Questa relazione permette di calcolare con sufficiente approssimazione il semidiametro in funzione della parallasse e viceversa.

CAPITOLO III

Relazioni fondamentali fra le coordinate orarie e le coordinate azimutali di un dato astro — Trasformazione dall'uno all'altro sistema.

§ 28. **Triangolo di posizione od astronomico.** — Consideriamo uno zenit qualunque Z (fig. 39) e sieno t (angolo orario) e δ (declinazione) le coordinate che nel *sistema orario* definiscono la posizione A di un astro ad un certo istante sulla sfera celeste, ed a (azimut) ed h (altezza) le coordinate che nel *sistema azimutale* individuano la medesima posizione. (Nella figura t è misurato dall'arco QMD, e δ dall'arco DA; a dall'arco NESR, ed h dall'arco RA). In questo capitolo noi ci proponiamo di stabilire le relazioni fondamentali fra le coordinate dei due sistemi ora considerati; su di esse è basata la soluzione di tutti i principali problemi dell'Astronomia Nautica.

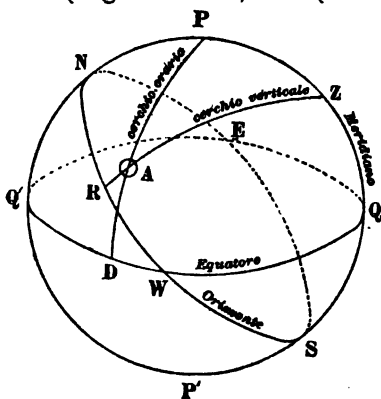



Fig. 39.

Queste relazioni si ottengono mediante la risoluzione trigonometrica dei diversi casi che può presentare il triangolo sferico ZPA determinato dallo zenit Z, dal suo *polo elevato* P e dalla posizione A dell'astro. Questo triangolo fondamentale è comunemente chiamato di *posizione* nello zenit Z. Il lato PZ è una parte del meridiano di Z; esso misura la *distanza zenitale del polo*, od il complemento dell'altezza del polo od anche il complemento della latitudine di Z, detto *colatitudine*, ossia:

$$PZ = 90^0 - \varphi ,$$

dove φ va considerata *sempre positiva*.

Il lato ZA è formato dal circolo verticale di Z in cui si trova l'astro e la sua misura è la distanza zenitale z, od il complemento dell'altezza h di A, sull'orizzonte di Z; ossia:

$$ZA = z = 90^0 - h, \text{ (algebr.)}$$

dove h è considerata *positiva se* A *è al disopra dell'orizzonte di* Z, *negativa se è al disotto.*

Il lato PA è formato dal circolo orario (o di declinazione) dell'astro; esso misura la *distanza polare* p di A; ovvero:

$$PA = p = 90^0 - \delta, \text{ (algebr.)}$$

dove δ è *positiva* se A e Z sono del medesimo emisfero rispetto all'equatore (ossia *se* δ e φ *sono omonime*), *negativa* se A e Z sono in opposti emisferi (ossia *se* δ e φ *sono eteronime*).

L'angolo in P è l'*angolo al polo* definito nel § 19. Fra il suo valore e quello dell'angolo orario t esistono le seguenti relazioni:

(1)
astro a W $P = t$, ed inversamente, $t = P$
" " E $P = 24^h - t$, " " , $t = 24^h - P$.

L'angolo in Z è l'*angolo azimutale* già definito al § 21; le relazioni che legano il suo valore e quello dell'azimut a contato da 0^0 a 360^0 a partire dal N verso ESWN sono le seguenti:

(2)
Quando la latitudine dello zenit è Nord:
astro a West $Z = 360^0 - a$, ed inversamente, $a = 360^0 - Z$
" " Est $Z = a$, " " , $a = Z$.
Quando la latitudine dello zenit è Sud:
astro a West $Z = a - 180^0$, ed inversamente, $a = 180^0 + Z$
" " Est $Z = 180^0 - a$, " " , $a = 180^0 - Z$.

Finalmente l'angolo in A (indicato colla stessa lettera A) è quello che suolsi designare col nome di *angolo all'astro*, o *parallattico*, od anche di *posizione*.

Dal detto risulta che ognuno dei sei elementi del triangolo di posizione è rispettivamente definito da uno dei seguenti:

latitudine dello Zenit $= \varphi$
altezza $= h$ } coordinate azimutali dell'astro
azimut $= a$ }
angolo orario $= t$ } coordinate orarie dell'astro
declinazione $= \delta$ }
angolo all'astro $= A$,

e perciò le relazioni fra loro esistenti si ottengono mediante l'applicazione delle comuni regole della Trigonometria come vedremo nel seguente paragrafo.

Osservazione. — Quando l'astro A è nel *primo verticale* (fig. 40 a), per definizione il triangolo di posizione è rettangolo in Z.

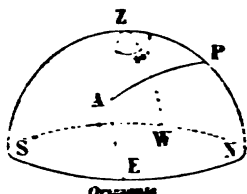
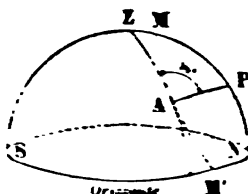



Fig. 40 *a*. Fig. 40 *b*.

Quando l'astro è alla *massima digressione* (fig. 40 *b*), il verticale ZA è per definizione tangente al parallelo di declinazione MM' dell'astro: e perciò il lato PA del triangolo di posizione è normale in A al verticale dell'astro, in altri termini in tal caso il triangolo di posizione è per definizione rettangolo nel vertice A (astro).

§ 29. **Relazioni esistenti fra gli elementi del triangolo di posizione.** — La Trigonometria sferica stabilisce le seguenti quindici *relazioni fondamentali* fra gli elementi del triangolo sferico (fig. 41) i cui *lati* sono *abc* ed i cui *angoli* sono $\alpha\beta\gamma$, rispettivamente:

tre lati ed un angolo

$$\begin{cases} \cos a = \cos b \cos c + \operatorname{sen} b \operatorname{sen} c \cos \alpha \\ \cos b = \cos c \cos a + \operatorname{sen} c \operatorname{sen} a \cos \beta \\ \cos c = \cos a \cos b + \operatorname{sen} a \operatorname{sen} b \cos \gamma \end{cases}$$

che sono le *formule di Eulero*;

due lati e due ang. opp.

$$\begin{cases} \operatorname{sen} a \operatorname{sen} \beta = \operatorname{sen} b \operatorname{sen} \alpha \\ \operatorname{sen} b \operatorname{sen} \gamma = \operatorname{sen} c \operatorname{sen} \beta \\ \operatorname{sen} c \operatorname{sen} \alpha = \operatorname{sen} a \operatorname{sen} \gamma \end{cases}$$

che sono le *analogie dei seni*;

due lati e due angoli uno dei quali è quello compreso

$$\begin{cases} \operatorname{ctn} \alpha \operatorname{sen} \beta = \operatorname{ctn} a \operatorname{sen} c - \cos c \cos \beta \\ \operatorname{ctn} \beta \operatorname{sen} \alpha = \operatorname{ctn} b \operatorname{sen} c - \cos c \cos \alpha \\ \operatorname{ctn} \gamma \operatorname{sen} \alpha = \operatorname{ctn} c \operatorname{sen} b - \cos b \cos \alpha \\ \operatorname{ctn} \alpha \operatorname{sen} \gamma = \operatorname{ctn} a \operatorname{sen} b - \cos b \cos \gamma \\ \operatorname{ctn} \beta \operatorname{sen} \gamma = \operatorname{ctn} b \operatorname{sen} a - \cos a \cos \gamma \\ \operatorname{ctn} \gamma \operatorname{sen} \beta = \operatorname{ctn} c \operatorname{sen} a - \cos a \cos \beta \end{cases}$$

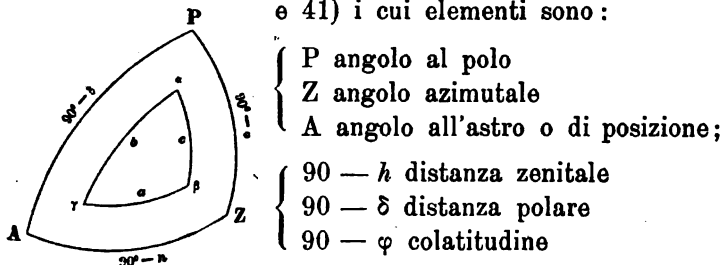
che sono le *formule di Vieta* o *delle cotangenti*;

tre angoli ed un lato
$$\begin{cases} \cos\alpha = -\cos\beta\cos\gamma + \operatorname{sen}\beta\operatorname{sen}\gamma\cos a \\ \cos\beta = -\cos\gamma\cos\alpha + \operatorname{sen}\gamma\operatorname{sen}\alpha\cos b \\ \cos\gamma = -\cos\alpha\cos\beta + \operatorname{sen}\alpha\operatorname{sen}\beta\cos c. \end{cases}$$

[1] Applicando queste formule al triangolo di posizione (figg. 39 e 41) i cui elementi sono:

Fig. 41.

$$\begin{cases} \text{P angolo al polo} \\ \text{Z angolo azimutale} \\ \text{A angolo all'astro o di posizione;} \end{cases}$$

$$\begin{cases} 90 - h \text{ distanza zenitale} \\ 90 - \delta \text{ distanza polare} \\ 90 - \varphi \text{ colatitudine} \end{cases}$$

dove:

Regola fondamentale dei segni:
- φ è sempre positiva;
- δ è positiva se ha lo stesso nome di φ, negativa nel caso contrario;
- h è positiva se l'astro è al disopra dell'orizzonte, negativa nel caso contrario;

si ottengono le seguenti relazioni:

$$\left.\begin{aligned} \operatorname{sen} h &= \operatorname{sen}\delta\operatorname{sen}\varphi + \cos\delta\cos\varphi\cos P \\ \operatorname{sen}\delta &= \operatorname{sen}\varphi\operatorname{sen} h + \cos\varphi\cos h\cos Z \\ \operatorname{sen}\varphi &= \operatorname{sen} h\operatorname{sen}\delta + \cos h\cos\delta\cos A \end{aligned}\right\} \text{I}$$

$$\left.\begin{aligned} \cos h\operatorname{sen} Z &= \cos\delta\operatorname{sen} P \\ \cos\delta\operatorname{sen} A &= \cos\varphi\operatorname{sen} Z \\ \cos\varphi\operatorname{sen} P &= \cos h\operatorname{sen} A \end{aligned}\right\} \text{II}$$

$$\left.\begin{aligned} \operatorname{ctn} P\operatorname{sen} Z &= \tan h\cos\varphi - \operatorname{sen}\varphi\cos Z \\ \operatorname{ctn} Z\operatorname{sen} P &= \tan\delta\cos\varphi - \operatorname{sen}\varphi\cos P \\ \operatorname{ctn} A\operatorname{sen} P &= \tan\varphi\cos\delta - \operatorname{sen}\delta\cos P \\ \operatorname{ctn} P\operatorname{sen} A &= \tan h\cos\delta - \operatorname{sen}\delta\cos A \\ \operatorname{ctn} Z\operatorname{sen} A &= \tan\delta\cos h - \operatorname{sen} h\cos A \\ \operatorname{ctn} A\operatorname{sen} Z &= \tan\varphi\cos h - \operatorname{sen} h\cos Z \end{aligned}\right\} \text{III}$$

---

[1] Abbiamo riferito *in estenso* le sole relazioni che legano i sei elementi del triangolo presi quattro a quattro, essendo quelle che trovano continua applicazione nei problemi dell'Astronomia Sferica.

La Trigonometria stabilisce anche relazioni fra cinque elementi e fra i sei elementi.

Riportiamo le due formule fondamentali che stabiliscono le relazioni fra cinque elementi:

(1) (tre lati e due angoli) $\operatorname{sen} a\cos b - \operatorname{sen} b\cos a\cos\gamma = \operatorname{sen} c\cos\beta$

(2) (tre angoli e due lati) $\operatorname{sen}\alpha\cos\beta + \operatorname{sen}\beta\cos\alpha\cos c = \operatorname{sen}\gamma\cos b$

ognuna delle quali, com'è noto, ne rappresenta sei.

$$\left.\begin{array}{l}\cos P = -\cos Z \cos A + \operatorname{sen} Z \operatorname{sen} A \operatorname{sen} h \\ \cos Z = -\cos A \cos P + \operatorname{sen} A \operatorname{sen} P \operatorname{sen} \delta \\ \cos A = -\cos P \cos Z + \operatorname{sen} P \operatorname{sen} Z \operatorname{sen} \varphi\end{array}\right\} \text{IV}$$

Quando dei sei elementi che compongono il triangolo di posizione sieno conosciuti tre, l'applicazione delle formule I, II, III e IV che legano quattro a quattro i sei elementi predetti ci farà conoscere i rimanenti.

Quando il triangolo è rettangolo (ad es. nei casi considerati nell'osservazione del § precedente), le formule relative si possono bensì ottenere dalle generali ora considerate, ma è molto più semplice ricorrere alla regola *mnemonica di Nepero*:

Se si prescinde dall'angolo retto, e se ai cateti si sostituiscono i loro complementi, il coseno di uno qualunque dei cinque elementi restanti è uguale al prodotto delle cotangenti dei due elementi adiacenti e al prodotto dei seni dei due elementi opposti.

§ 30. **Trasformazioni delle coordinate orarie in azimutali.** — La trasformazione delle coordinate orarie in azimutali, ossia la determinazione di a (azimut) ed h (altezza), essendo conosciuti t (angolo orario) ed δ (declinazione), è un caso particolare del problema generale: dati tre elementi del triangolo di posizione determinare i rimanenti; essa richiede quindi che oltre le *due* coordinate sia noto anche un terzo elemento, il quale, in tutte le applicazioni pratiche, è la latitudine dello zenit (φ).

Ponendo mente alle relazioni (1) e (2) del § 28, consideriamo rispettivamente, in luogo dei valori delle coordinate t ed a, i valori P dell'angolo al polo e Z dell'angolo azimutale [1]: così facendo eseguiremo la trasformazione determinando gli elementi Z ed h in funzione degli elementi P, δ e φ. A tal fine provvedono le relazioni 1ª delle I e 2ª delle III (§ 29)

(1) calcolo dell'altezza: $\operatorname{sen} h = \operatorname{sen} \delta \operatorname{sen} \varphi + \cos \delta \cos \varphi \cos P$ [2]

(2) calcolo dell'ang. azim.: $\operatorname{ctn} Z = \dfrac{\tan \delta \cos \varphi}{\operatorname{sen} P} - \operatorname{sen} \varphi \operatorname{ctn} P$ [2].

La (1) può essere trasformata in modi differenti: queste trasformazioni tendono al fine di rendere il calcolo più semplice.

---

[1] Questa sostituzione non è affatto necessaria; tuttavia noi la riteniamo atta a semplificare il calcolo delle formule.

[2] Vedi regola dei segni al § 29.

Riferiamo anzitutto la seguente, ottenuta mediante le formule di prostaferesi [1]:

Calcolo dell'altezza

$$(3)\quad \operatorname{sen} h = \frac{1}{2}\left\{ \left[\cos(\varphi - \delta) - \cos(\varphi + \delta)\right] + \right.$$
$$\left. + \left[\cos(\varphi - \delta) + \cos(\varphi + \delta)\right] \cos P \right\}.$$

Un'altra modificazione della (1) si può ottenere introducendo l'uso della funzione mezzo senoverso. La funzione $\frac{1 - \cos x}{2} = \operatorname{sen}^2 \frac{1}{2} x$, è il mezzo senoverso dell'arco x [2]: indicandola colla notazione *ver* si ha:

(4) calcolo dell'altezza:

$$\text{ver}\,(90^0 - h) = \text{ver}\,(\varphi - \delta) + \text{ver}\,P \cos\varphi \cos\delta \quad [3].$$

Un'ulteriore trasformazione di questa formula dà la seguente relazione nella quale figurano esclusivamente dei mezzi senoversi [4]

$$(4^{\text{bis}})\quad \text{ver}\,(90^0 - h) = \text{ver}\,(p - c) + \left\{\text{ver}\,(p + c) - \text{ver}\,(p - c)\right\} \text{ver}\,P$$

dove $p =$ distanza polare , $c =$ colatitudine.

---

(1) Le formule di prostaferesi sono quelle formule della Trigonometria colle quali si trasforma un prodotto di seni o di coseni in una somma (algebrica). Essendo α e β due archi qualunque, si ha:

$$2 \operatorname{sen}\alpha \operatorname{sen}\beta = \cos(\alpha - \beta) - \cos(\alpha + \beta);$$
$$2 \cos\alpha \cos\beta = \cos(\alpha - \beta) + \cos(\alpha + \beta).$$

(2) *Senoverso* di un angolo x è la funzione $1 - \cos x$, ossia $\left(\text{per essere } \cos x = 1 - 2\operatorname{sen}^2 \frac{x}{2}\right)$, $2\operatorname{sen}^2 \frac{x}{2}$. Per indicare il senoverso si usa più comunemente presso di noi la notazione *senv*. Il mezzo senoverso è talora chiamato *verso*.

(3) Vedi regola dei segni nel § 29. Questa relazione si ottiene nel seguente modo.

Ponendo nella (1) $\cos P = 1 - 2\operatorname{sen}^2 \frac{P}{2}$, e, $\operatorname{sen} h = \cos(90^0 - h)$, si ha:

$$\cos(90^0 - h) = \cos(\varphi - \delta) - 2\cos\varphi\cos\delta\operatorname{sen}^2\frac{P}{2};$$

e poichè

$$\cos(90^0 - h) = 1 - 2\operatorname{sen}^2\frac{(90^0 - h)}{2}, \text{ e, } \cos(\varphi - \delta) = 1 - 2\operatorname{sen}^2\frac{(\varphi - \delta)}{2},$$

sostituendo e riducendo si ha:

$$\operatorname{sen}^2\frac{(90^0 - h)}{2} = \operatorname{sen}^2\frac{(\varphi - \delta)}{2} + \operatorname{sen}^2\frac{P}{2}\cos\varphi\cos\delta.$$

(4) Vedi regola dei segni nel § 29. Questa relazione si ottiene dalla (4) osservando che, per essere $c = 90^0 - \varphi$, $p = 90^0 - \delta$, si ha

$$\cos\varphi\cos\delta = \operatorname{sen} c \operatorname{sen} p$$

e, per le formule di prostaferesi

$$\operatorname{sen} c \operatorname{sen} p = \frac{1}{2}\left[\cos(p - c) - \cos(p + c)\right].$$

Ma $\cos(p - c) = 1 - \text{senoverso}\,(p - c)$, $\cos(p + c) = 1 - \text{senoverso}\,(p + c)$,

Diremo in seguito dell'uso che si può fare di queste formule, e particolarmente di quelle relative al calcolo dell'altezza.

Nè le (1), (3), (4), (4[bis]) relative al calcolo dell'altezza, nè la (2) relativa al calcolo dell'azimut, sono *logaritmiche*. Si ottengono formule logaritmiche per il calcolo delle due coordinate in parola mediante le seguenti considerazioni.

Consideriamo le relazioni 1ª delle I, 1ª delle II

$$\operatorname{sen} h = \operatorname{sen} \delta \operatorname{sen} \varphi + \cos \delta \cos \varphi \cos P$$
$$\cos h \operatorname{sen} Z = \cos \delta \operatorname{sen} P.$$

D'altra parte la relazione fondamentale (Vedi nota 1 del § 29) fra cinque elementi del triangolo sferico (tre lati e due angoli) applicata al triangolo di posizione dà, ponendovi:

$$a = 90^0 - \varphi \quad , \quad b = 90^0 - \delta \quad , \quad c = 90^0 - h$$

e quindi

$$\beta = Z \quad , \quad \gamma = P,$$

la seguente relazione:

$$\cos \varphi \operatorname{sen} \delta - \cos \delta \operatorname{sen} \varphi \cos P = \cos h \cos Z.$$

Se indichiamo con M un *elemento ausiliario compreso fra* 0^0 *e* 180^0 definito dalla eguaglianza

$$(5) \qquad \tan M = \operatorname{ctn} \delta \cos P,$$

le tre relazioni ora riferite si trasformano rispettivamente nelle seguenti:

$$(6) \qquad \operatorname{sen} h = \frac{\operatorname{sen} \delta \operatorname{sen} (\varphi + M)}{\cos M} \ (^1),$$

$$(7) \qquad \cos h \operatorname{sen} Z = \operatorname{sen} \delta \tan P \tan M \ (^2),$$

$$(8) \qquad \cos h \cos Z = \frac{\operatorname{sen} \delta \cos (\varphi + M)}{\cos M} \ (^3);$$

---

e quindi

$$\operatorname{sen} c \operatorname{sen} p = \frac{1}{2} \left[\text{senoverso} (p + c) - \text{senoverso} (p - c) \right]$$

Pertanto la (4) si trasforma nella seguente

$$\operatorname{ver} (90^0 - h) = \operatorname{ver} (\varphi - \delta) + \operatorname{ver} P \left\{ \operatorname{ver} (p + c) - \operatorname{ver} (p - c) \right\}$$

ma

$$\operatorname{ver} (\varphi - \delta) = \operatorname{ver} (p - c)$$

e perciò

$$\operatorname{ver} (90^0 - h) = \operatorname{ver} (p - c) + \operatorname{ver} P \left\{ \operatorname{ver} (p + c) - \operatorname{ver} (p - c) \right\}$$

(1) $\operatorname{sen} h = \operatorname{sen} \delta (\operatorname{sen} \varphi + \cos \varphi \operatorname{ctn} \delta \cos P) = \operatorname{sen} \delta (\operatorname{sen} \varphi + \cos \varphi \tan M)$; moltiplicando e dividendo la quantità fra parentesi per cos M:

$$\operatorname{sen} h = \frac{\operatorname{sen} \delta}{\cos M} (\operatorname{sen} \varphi \cos M + \cos \varphi \operatorname{sen} M) = \frac{\operatorname{sen} \delta \operatorname{sen} (\varphi + M)}{\cos M}.$$

(2) Questa trasformazione non richiede spiegazione.

(3) $\cos h \cos Z = \operatorname{sen} \delta (\cos \varphi - \operatorname{sen} \varphi \operatorname{ctn} \delta \cos P) = \operatorname{sen} \delta (\cos \varphi - \operatorname{sen} \varphi \tan M)$; moltiplicando

e dividendo la (7) per la (8), si ha

$$\tan Z = \frac{\tan P \operatorname{sen} M}{\cos(\varphi + M)}. \tag{9}$$

Le (5), (6) e (7) sono logaritmiche; la (5) determina l'elemento ausiliario M necessario al calcolo delle (6) e (9) colle quali si ottengono rispettivamente l'altezza e l'angolo azimutale. Inconveniente della (6) (comune d'altra parte alle precedenti formule 1, 3, 4 e 4^{bis}) è di dare l'altezza per mezzo del seno, e perciò questa coordinata non è bene determinata dal calcolo quando ha valori prossimi a 90°. L'espressione che dà h per mezzo della tangente si ottiene dividendo la (6) per la (8)

$$\tan h = \tan(\varphi + M) \cos Z. \tag{10}$$

Si osserva che in questa espressione figura l'elemento Z: per applicarla è perciò necessario determinare preventivamente l'angolo azimutale mediante la (9).

Concludiamo che per determinare h e Z si possono applicare due sistemi di formule logaritmiche. Il primo è formato dalle (5), (6) e (9) e con esso gli elementi cercati si ottengono indipendentemente l'uno dall'altro, collo svantaggio però di avere h per mezzo del seno:

$$(11)\quad \begin{cases} \textit{calcolo dell'angolo ausiliario}: \quad \tan M = \operatorname{ctn} \delta \cos P, \text{ }^{(1)} \\ \textit{calcolo di } h: \quad \operatorname{sen} h = \dfrac{\operatorname{sen} \delta \operatorname{sen}(\varphi + M)}{\cos M}, \\ \textit{calcolo di } Z: \quad \tan Z = \dfrac{\tan P \operatorname{sen} M}{\cos(\varphi + M)}. \end{cases}$$

Il secondo è formato dalle (5), (9) e (10): con esso si ha il vantaggio di ottenere h per mezzo di tangente; la determinazione di questo elemento dipendendo tuttavia da quella di Z:

$$(12)\quad \begin{cases} \textit{calcolo dell'angolo ausiliario}: \quad \tan M = \operatorname{ctn} \delta \cos P \\ \textit{calcolo dell'angolo azimutale}: \quad \tan Z = \dfrac{\tan P \operatorname{sen} M}{\cos(\varphi + M)} \\ \textit{calcolo dell'altezza}: \quad \tan h = \tan(\varphi + M) \cos Z. \end{cases}$$

Per la pratica del calcolo delle formule (1) e (2) conviene subito fare un' importante osservazione.

---

e dividendo la quantità in parentesi per cos M:

$$\cos h \cos Z = \frac{\operatorname{sen} \delta}{\cos M} (\cos \varphi \cos M - \operatorname{sen} \varphi \operatorname{sen} M) = \frac{\operatorname{sen} \delta \cos(\varphi + M)}{\cos M}.$$

[1] Vedi la regola dei segni al § 29.

Si nota che essendosi stabilita l'eguaglianza

$$\tan M = \tan p \cos P,$$

M è acuto se p e P sono della medesima specie (entrambi acuti od entrambi ottusi); è invece ottuso se p e P sono di specie diversa (uno acuto e l'altro ottuso).

OSSERVAZIONE. — La trasformazione delle coordinate orarie in azimutali si può anche eseguire con metodi grafici. Tuttavia si deve notare che, a causa della piccola scala in cui sono necessariamente disegnati i diagrammi costruiti all'uopo, la precisione dei risultati è generalmente insufficiente.

Ci limiteremo a citare i *diagrammi altazimutali Alessio*, mediante i quali la trasformazione si esegue con rapidità somma. In alcuni problemi importanti della Nautica (ad es. nella determinazione dell'azimut di un astro in funzione delle coordinate orarie e della latitudine) l'approssimazione del risultato è sufficiente, e pertanto il loro impiego è da raccomandarsi in modo particolare [1].

§ 31. **Formule differenziali.** — Si è stabilito, mediante il triangolo di posizione, che, dati tre dei sei elementi φ, h, a, t, δ, A, rimane definito uno qualunque dei rimanenti. Ora, in relazione a questo principio, è di sommo interesse indagare quale sia la variazione che subisce l'elemento così determinato allorquando i tre elementi scelti per definirlo subiscono una *piccola* variazione.

Tratteremo ora il caso relativo alla trasformazione delle coordinate orarie in azimutali, proponendoci di determinare le variazioni delle coordinate h ed a (o Z) dipendenti dalla variazione dei tre elementi δ, t (o P) e φ.

I mezzi di dimostrazione saranno molto semplici essendo basati sui più elementari principî della Geometria: avranno tuttavia il difetto di determinare le variazioni solo in grandezza e non in segno. Ma l'inconveniente non è grave perchè, al fine pratico, il più delle volte interessa soltanto conoscerne la grandezza e d'altra parte non è difficile, con ragionamenti supplementari, stabilire il segno [2].

Incominciamo col determinare le variazioni degli elementi h e Z dipendenti dalla piccola variazione di una delle tre quantità δ P φ, rimanendo inalterate le altre due.

1°. Variazione $|\Delta h|$ dell'altezza corrispondente ad una data variazione $|\Delta P|$ dell'angolo al polo, rimanendo invariate δ e φ.

---

[1] Per la teoria dei diagrammi vedi: ALESSIO, *Sulla Teoria e la pratica della nuova Astronomia*. Appendice alla « Riv. Mar. » Luglio-Agosto 1908. Le norme per l'impiego sono riferite nei diagrammi stessi editi, in 2 cartoni, per cura dell'Istituto Idrografico della R. Marina.

[2] Useremo la notazione $|a|$ per indicare il valore assoluto di a. Useremo inoltre la notazione Δ per indicare una variazione infinitesima. Ciò è contrario all'uso comune ma ci pare necessario per evitare confusioni.

Consideriamo (fig. 42) i triangoli PZA e PZA′ che hanno comune il lato $PZ = 90^0 - \varphi$, nei quali

$$PA = PA' = 90^0 - \delta$$

e dove i rispettivi angoli al polo APZ ed A′PZ differiscono fra loro della piccola quantità ΔP. Determiniamo il valore della differenza fra gli archi AZ ed A′Z che manifestamente è uguale all'incremento $|\Delta h|$ subìto dall'altezza dell'astro per il dato incremento $|\Delta P|$ dell'angolo al polo.

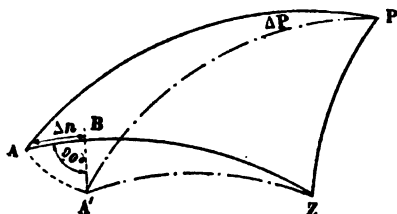



Fig. 42.

Per costruzione A ed A′ sono nel circolo minore che ha per centro P e per raggio sferico la distanza polare $90^0 - \delta$; l'arco AA′ di tale circolo compreso fra essi ha la lunghezza [1]:

$$AA' = |\Delta P \cos \delta|.$$

Centro in Z con raggio sferico ZA′ tracciamo l'arco di cerchio minore A′B; si ha evidentemente:

$$AB = |\Delta h|.$$

Nel piccolo triangolo ABA′, che per la sua piccolezza possiamo considerare come piano, l'angolo in B è, per costruzione, retto; inoltre $BAA' = 90^0 - A$. Pertanto si ha

$$AB = AA' \cos BAA' = AA' \cdot \text{sen } A$$

[1] Per comprendere bene le dimostrazioni è necessario ricordare le seguenti nozioni di Geometria. Si abbia sulla sfera il cerchio massimo AB, il cui polo è P, ed il cerchio minore parallelo ab; sia a l'ampiezza dell'arco di cerchio massimo $Aa = Bb = a$, che li separa. Per un elementare principio di geometria le lunghezze degli archi simili (ossia di eguale ampiezza γ) MN ed mn stanno fra loro nel seguente rapporto:

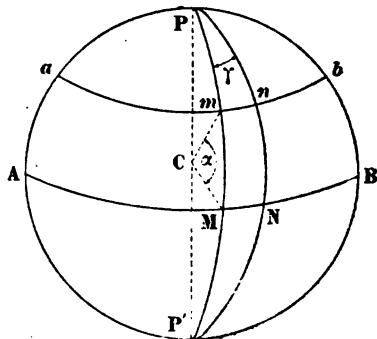
$$\frac{\text{lunghezza } mn}{\text{lunghezza MN}} = \cos a.$$

Scegliendo una determinata *ampiezza* d'arco come unità, ed assumendo come unità di misura delle *lunghezze* l'arco di cerchio massimo che ha l'ampiezza *uno*, la lunghezza dell'arco MN e la sua ampiezza sono misurate dallo stesso numero γ, mentre la lunghezza dell'arco simile mn di circolo minore è, per la precedente relazione, espressa da:

$$\text{lunghezza di } mn = \gamma \cos a.$$

Se ad es. $a = 20^0$, e lunghezza di $MN = 10'$ si ha:

$$\text{lunghezza di } mn = 10' \cos 20^0.$$

Questo modo di misurare le lunghezze degli archi di cerchio massimo e di circolo minore (paralleli) è famigliare a chi ha studiato gli elementi della Navigazione Stimata (dove per semplicità, si considera la Terra sferica, e si assume la lunghezza di 1′ di circolo massimo come unità di misura delle distanze sferiche).

e sostituendo

(1) $$\boxed{|\Delta h| = |\Delta P \cos\delta \operatorname{sen} A|}.$$

Per le analogie dei seni si ha:

$$\cos\delta \operatorname{sen} A = \cos\varphi \operatorname{sen} Z$$

e perciò la (1) può anche scriversi nella forma seguente:

(1bis) $$\boxed{|\Delta h| = |\Delta P \cos\varphi \operatorname{sen} Z|}$$

2°. Variazione $|\Delta h|$ dell'altezza corrispondente ad una data variazione $|\Delta\delta|$ della declinazione, rimanendo invariati P e φ.

Consideriamo (fig. 43) i triangoli PZA e PZA' che hanno comuni il lato $PZ = 90^\circ - \varphi$, e l'angolo al polo. Si ha

$$AA' = |\Delta\delta|.$$

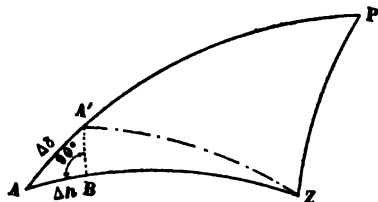



Fig. 43.

Centro in Z tracciamo l'arco A'B di circolo minore; si ha:

$$AB = |\Delta h|.$$

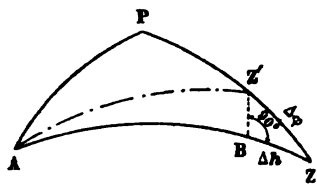
Nel piccolo triangolo AA'B considerato piano, il quale è, per costruzione, rettangolo in B, si ha:

(2) $$\boxed{|\Delta h| = |\Delta\delta \cos A|}.$$

3°. Variazione $|\Delta h|$ dell'altezza corrispondente ad una data variazione $|\Delta\varphi|$ della latitudine, rimanendo invariati P e δ.

Fig. 44.

Mediante considerazioni analoghe alle precedenti, dalla fig. 44 si ha immediatamente:

(3) $$\boxed{|\Delta h| = |\Delta\varphi \cos Z|}.$$

4°. Variazione $|\Delta Z|$ dell'azimut corrispondente ad una variazione $|\Delta P|$ dell'angolo al polo, rimanendo invariati δ e φ.

Consideriamo (fig. 45) i triangoli PZA e PZA' che hanno PZ comune e dove $PA = PA' = 90^\circ - \delta$. Per costruzione A ed A' appartengono al circolo minore di centro P e raggio $90^\circ - \delta$; e si ha

$$AA' = |\Delta P \cos\delta|.$$

Centro in Z e con raggio $ZA = 90^\circ - h$ descriviamo l'arco di circolo minore AB

$$AB = |\Delta Z \cos h|.$$

Nel triangolo BAA' rettangolo in B e dove $B\widehat{A}A' = 180^\circ - A$ (BA è perpendicolare in A all'arco ZA, ed A'A è perpendicolare in A all'arco PA) si ha:

$$AB = AA' \cos B\widehat{A}A';$$
$$|\Delta Z \cos h| = |\Delta P \cos \delta \cos A|;$$

e quindi

$$\boxed{\left|\Delta Z\right| = \left|\Delta P \frac{\cos \delta \cos A}{\cos h}\right|}.$$

5°. Variazione $|\Delta Z|$ dell'azimut, corrispondente alla variazione $|\Delta \delta|$ della declinazione, rimanendo costanti P e φ.

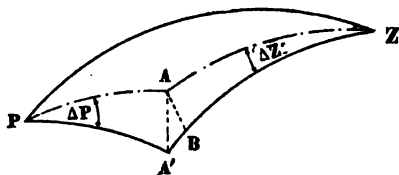
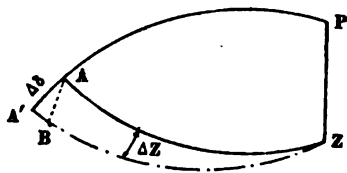



Fig. 45. Fig. 46.

Consideriamo (fig. 46) i triangoli PAZ e PA'Z che hanno comuni l'angolo in P ed il lato $PZ = 90^\circ - \varphi$. Centro in Z con raggio sferico

$$ZA = 90^\circ - h,$$

tracciamo l'arco di circolo minore AB

$$AB = |\Delta Z \cos h|.$$

Nel triangolo ABA', rettangolo in P ed in cui $A'AB = 90^\circ - A$, ed $A'A = |\Delta \delta|$,

$$AB = \Delta \delta \operatorname{sen} A.$$

Sostituendo e riducendo

$$(5) \qquad \boxed{\left|\Delta Z\right| = \left|\Delta \delta \frac{\operatorname{sen} A}{\cos h}\right|}.$$

6°. Variazione $|\Delta Z|$ dell'azimut corrispondente alla variazione $|\Delta \varphi|$ della latitudine, rimanendo costanti P e δ.

Consideriamo (fig. 47) i triangoli PZA e PZ′A che hanno comuni l'angolo in P ed il lato $PA = 90^0 - \delta$. Centro in A, con raggio sferico $AZ = 90^0 - h$, conduciamo l'arco di cerchio minore ZB. Indichiamo con ω l'angolo ZAZ′ del triangolo sferico ZZ′A. Si ha

$$ZB = \omega \cos h\,.$$

Consideriamo poi il triangoletto (piano) ZZ′B, rettangolo in B, dove $ZZ' = \Delta\varphi$, e, $Z'ZB = Z - 90^0$; si ha:

$$|\,ZB\,| = |\,\Delta\varphi \text{ sen } Z\,|\,,$$

e pertanto

$$|\,\omega \cos h\,| = |\,\Delta\varphi \text{ sen } Z\,|\,.$$

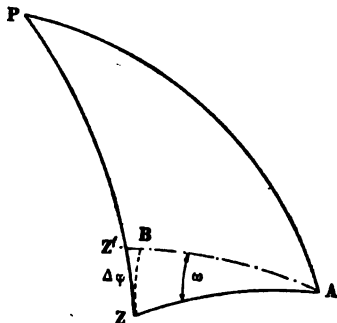



Fig. 47.

Consideriamo ora il triangolo sferico ZAZ′: l'angolo al vertice Z è supplemento all'angolo azimutale Z′ del triangolo di posizione PZ′A, e l'angolo al vertice Z è l'angolo azimutale Z del triangolo di posizione PZA; inoltre

$$\text{lato } ZA = 90^0 - h,$$
$$\text{lato } ZZ' = \Delta\varphi.$$

La relazione fondamentale fra cinque elementi del triangolo sferico [1] (tre angoli e due lati) applicata al triangolo ZAZ′

$$\cos Z \text{ sen } Z' \cos \Delta\varphi - \text{sen } Z \cos Z' = \text{sen } \omega \text{ sen } h.$$

Stante la piccolezza dell'arco $\Delta\varphi$ si può ritenere

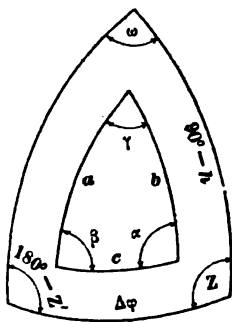
$$\cos \Delta\varphi = 1.$$

Sostituendo questo valore nella precedente relazione, e riducendo, si ha:

$$\text{sen } (Z' - Z) = \text{sen } \omega \text{ sen } h$$

ossia

$$\frac{\text{sen}(Z' - Z)}{\text{sen } \omega} = \text{sen } h.$$

Ma $Z' - Z = \Delta Z$ ed ω sono piccoli angoli;

[1] Vedi nota al § 28, pag. 58. La relazione fondamentale fra cinque elementi del triangolo sferico (tre angoli e due lati) è

$$\text{sen } a \cos \beta + \text{sen } \beta \cos a \cos c = \text{sen } \gamma \cos b.$$

L'unita figura dimostra che tale relazione applicata al caso considerato dà

$$\text{sen } Z \cos (180^0 - Z') + \text{sen } (180^0 - Z') \cos Z \cos \Delta\varphi = \text{sen } \omega \text{ sen } h$$

ovvero:

$$- \text{sen } Z \cos Z' + \text{sen } Z' \cos Z \cos \Delta\varphi = \text{sen } \omega \text{ sen } h.$$

il rapporto dei seni è adunque da ritenersi uguale al rapporto degli angoli stessi:

$$\frac{\Delta Z}{\omega} = \text{sen}\, h\,.$$

Sostituendo ad ω il suo valore dedotto dalla relazione sopra stabilita, ed ordinando, si ha:

$$(6) \qquad \boxed{|\Delta Z| = |\Delta\varphi\ \text{sen}\ Z \tan h|}\,.$$

Dobbiamo ora determinare le variazioni che subiscono gli elementi h e Z quando varîno *nel medesimo tempo* gli altri tre elementi P, δ e φ.

Qui, per semplicità, ci limiteremo ad esporre il seguente principio, la cui dimostrazione è oggetto del calcolo superiore.

Sia V una funzione continua di n variabili x, y, z..... Se si attribuiscano rispettivamente e nel medesimo tempo a queste variabili i piccoli incrementi Δx, Δy, Δz,..... la corrispondente variazione totale ΔV della funzione V è sensibilmente uguale alla somma algebrica delle diverse variazioni elementari che la stessa funzione subisce allorchè si faccia variare di Δx la variabile x, lasciando inalterate le altre variabili, di Δy la y, lasciando immutate le rimanenti, e così via.

Così, nel nostro caso, essendo h funzione di P, δ e φ, se queste tre quantità sono nello stesso tempo variate di ΔP, $\Delta\delta$, $\Delta\varphi$, la variazione totale Δh dell'altezza è uguale alla somma algebrica delle variazioni elementari che subisce l'altezza quando

P sia variato di ΔP, e φ e δ rimangano inalterati
δ " " " $\Delta\delta$, e P e φ " "
φ " " " $\Delta\varphi$, e P e δ " "

Abbiamo testè imparato a determinare il valore assoluto di queste variazioni elementari; l'applicazione del principio ora esposto importa che sia anche determinato il loro segno.

Tuttavia, ove sia soltanto richiesta la determinazione del *valore assoluto massimo* raggiunto dalle variazioni totali di h e Z, per dati valori di ΔP, $\Delta\delta$ e $\Delta\varphi$, è sufficiente conoscere i valori assoluti delle loro variazioni elementari. È difatti evidente che la somma aritmetica di queste ultime ci dà il risultato richiesto.

Pertanto riferendoci alle (1) (2) (3) (4) (5) (6) sopra dimostrate, potremo scrivere

$$(7) \quad |\Delta h|\ max \leqslant |\Delta P \cos\delta\ \text{sen}\ A| + |\Delta\delta \cos A| + |\Delta\varphi \cos Z|$$

$$(8) \quad |\Delta Z|\ max \leqslant \left|\Delta P \frac{\cos\delta \cos A}{\cos h}\right| + \left|\Delta\delta \frac{\text{sen}\ A}{\cos h}\right| + |\Delta\varphi\ \text{sen}\ Z \tan h|\,.$$

Considerando la (7) ed osservando che il massimo valore assoluto che può essere assunto dai coefficienti cos δ, sen A, cos A, cos Z è l'unità, e che tale valore non può essere assunto da tutti contemporaneamente, è lecito porre

(9) $$|\Delta h'|\, max < |\Delta P| + |\Delta\delta| + |\Delta\varphi|,$$

ossia „ *il valore assoluto massimo della variazione subìta dall'altezza è sempre inferiore alla somma dei valori assoluti delle variazioni attribuite alle quantità* P, δ e φ „.

Passando a considerare la (8), osserviamo che i coefficienti cos δ, cos A, sen A, sen Z, che ivi figurano, hanno sempre valori assoluti $\leqslant 1$, quindi

(10) $$\left|\Delta Z\right| max < \left|\frac{\Delta P}{\cos h}\right| + \left|\frac{\Delta\delta}{\cos h}\right| + \left|\Delta\varphi \tan h\right|.$$

I coefficienti $\frac{1}{\cos h} = \sec h$ e $\tan h$ possono a lor volta assumere tutti i valori assoluti da zero ad ∞.

Esaminiamo alcuni casi particolari.

Si attribuisca a cos δ, cos A, sen A, sen Z, il valore assoluto massimo 1 e si considerino i tre casi

$$h \leqslant 30^0\,. \qquad h \leqslant 50^0\,, \qquad h \leqslant 84^0$$

si ha

$h \leqslant 30^0$	$h \leqslant 50^0$	$h \leqslant 84^0$
$\sec h \leqslant 1{,}155$	$\sec h \leqslant 1{,}56$	$\sec h \leqslant 9{,}57$
$\tan h \leqslant 0{,}577$	$\tan h \leqslant 1{,}19$	$\tan h \leqslant 9{,}51$

e perciò si ha

per $h \leqslant 30^0$, $|\Delta Z|\, max < |\Delta P . 1{,}155| + |\Delta\delta . 1{,}155| + |\Delta\varphi . 0{,}577|$
„ $h \leqslant 50^0$, „ „ $< |\Delta P . 1{,}56| + |\Delta\delta . 1{,}56| + |\Delta\varphi . 1{,}19|$
„ $h \leqslant 84^0$, „ „ $< |\Delta P . 9{,}57| + |\Delta\delta . 9{,}57| + |\Delta\varphi . 9{,}51|$

§ 32. **Norme di calcolo - Semplificazione dei dati.** — Faremo subito una importante applicazione delle formule differenziali ottenute ora. Le considerazioni svolte, e, in particolare, le semplicissime relazioni (9) e (10) che ne sono la conseguenza, ci permettono di definire entro quali limiti è compresa la *grandezza dell'errore massimo* risultante sulle coordinate azimutali (*h* ed *a*) di un astro, in un dato zenit di latitudine φ, ottenute trasformando le coordinate orarie (δ e *t*), quando gli elementi δ, *t* e φ usati nel calcolo siano rispettivamente affetti dagli errori Δδ ΔP e Δφ, dovuti, od a loro imperfetta determinazione, oppure ad una loro alterazione fatta volontariamente dal

calcolatore per rendere il calcolo più semplice e speditivo. Qui noi ci occuperemo solo di questa seconda causa d'errore, non senza averla dapprima giustificata.

Quando i dati di un calcolo sono noti con un grado di precisione superiore a quello con cui deve essere ottenuto il risultato, appare legittimo sopprimere le suddivisioni inutili dell'unità principale (1), per non essere obbligati ad eseguire il calcolo con un rigore superfluo. Per esempio, sembra a priori molto probabile che l'errore ΔZ commesso trascurando i secondi della declinazione di un astro, quando si voglia determinare il suo azimut coll'approssimazione di $^1/_2$ grado, sia assolutamente trascurabile.

Se tale ipotesi è vera (ed a provarne il fondamento potranno appunto servire le relazioni ora da noi dimostrate) è manifesto che il tener conto dei secondi di δ importerebbe una inutile complicazione di calcolo ed una conseguente perdita di tempo.

Queste considerazioni acquistano maggior valore quando si tratta di calcoli dell'Astronomia Nautica. Questa scienza non è applicata da calcolatori di professione, ma dai *marinai* che sono *calcolatori di occasione*, e perciò una semplificazione di calcolo non solo si risolve in un *guadagno di tempo*, preziosissimo elemento per il navigante, ma è il mezzo più efficace per evitare errori grossolani. E specialmente a proposito del calcolo di trasformazione delle coordinate orarie in azimutali abbiamo voluto sollevare tale questione, perchè esso, come vedremo in seguito, forma parte fondamentale dei più importanti problemi dell'Astronomia Nautica (2).

Le relazioni (9) e (10) ci permettono appunto di definire in modo rapido e sicuro qual limite sia lecito raggiungere nella semplificazione cui abbiamo accennato. Basterà difatti porvi, in luogo dei simboli $|\Delta P|$, $|\Delta\delta|$, $|\Delta\varphi|$ rispettivamente, i valori assoluti delle variazioni attribuite ai dati per *arrotondarli* convenientemente. Se l'errore medesimo, così determinato, è compreso nei limiti dell'approssimazione che vogliamo raggiungere, la semplificazione è pienamente giustificata.

§ 33. Sistema di formule più convenienti per la trasformazione delle coordinate orarie in azimutali - Avvertenze speciali

---

(1) O, come suol dirsi, *arrotondare* convenientemente i dati.

(2) D'altra parte un eccesso di precisione nei calcoli nautici non è solo inutile, ma illusorio di fronte all'approssimazione delle misure che servono ai calcoli medesimi.

Nella edizione più recente (Madrid, Ed. Martin Alegria, 1850) delle autorevoli Tavole nautiche del Mendoza è detto, in prefazione, che i naviganti inglesi, *con molta ragione*, deridono l'impegno posto per ottenere un'esattezza inutile nei risultati dell'astronomia nautica, mediante la frase « to split straws », che vuol dire « spaccare le pagliuzze », ossia, secondo il proverbio italiano, « cercare il pelo nell'uovo ».

per il loro calcolo logaritmico. — Nel § 30 abbiamo detto che fra le varie formule relative al calcolo di h e Z in funzione di P, δ e φ sono da preferirsi le (12). Questa preferenza è dovuta a due motivi: 1°) perchè l'altezza è data per tangente e quindi risulta sempre ben determinata; 2°) perchè con esse si può fare la prova del calcolo. La prova si ottiene applicando la 1ª relazione del gruppo II del § 29 (analogie dei seni)

$$\cos h \operatorname{sen} Z = \cos \delta \operatorname{sen} P.$$

Questa relazione si può mettere sotto la forma

$$\frac{\cos h \operatorname{sen} Z}{\cos \delta \operatorname{sen} P} = 1,$$

e, passando ai logaritmi (l),

$$l \cos h + l \operatorname{sen} Z + l \sec \delta + l \operatorname{cosec} P = 0.$$

Se questa relazione è soddisfatta ponendovi in luogo di h e Z i valori calcolati con le (12), si ha la prova della esattezza del calcolo logaritmico.

Affinchè nelle formule figurino sempre angoli positivi, conviene sostituire nelle (12), e nella formula di prova, alla declinazione (la quale è + se ha lo stesso nome di φ, — nel caso opposto), la distanza polare $p = 90^0 - \delta$ (algebricamente). E (per motivi che risulteranno di per sè evidenti in seguito) è pure conveniente considerare, in luogo della relazione $\tan h = \tan(\varphi + M) \cos Z$, la sua inversa

$$\operatorname{ctn} h = \operatorname{ctn}(\varphi + M) \sec Z.$$

Concludiamo che il calcolo di h e Z si fa risolvendo logaritmicamente il seguente sistema:

(1)	(a) Calcolo dell'angolo ausil.	$\tan M = \tan p \cos P$
	(b) „ „ „ azim.	$\tan Z = \tan P \operatorname{sen} M \sec(\varphi + M)$
	(c) „ dell'altezza	$\operatorname{ctn} h = \operatorname{ctn}(\varphi + M) \sec Z$
	(d) Prova	$\cos h \operatorname{sen} Z \operatorname{cosec} p \operatorname{cosec} P = 1$

Queste formule sono sempre risolte senza incertezza o pericolo di errori quando nel calcolo logaritmico sieno usate speciali norme nella ricerca dei valori

l sen M (formula 1 b)
l sec Z („ 1 c)
l cos h („ di prova)
l sen Z („ „ „)

che figurano nel calcolo medesimo.

Queste norme differiscono da quelle comunemente usate, le quali in taluni casi critici possono dar luogo a sbagli od a tormentose interpolazioni: sono molto semplici, e sovratutto hanno il pregio di richiedere in ogni circostanza uniformità di procedimenti.

Notiamo:

1°) che la determinazione dei quattro logaritmi considerati dipende dalla preventiva determinazione del logaritmo tangente o cotangente dell'arco (tan per M e Z, ctn per h. Vedi formule 1);

2°) che col metodo comune, per risolvere il problema, è necessario dapprima interpolare il valore dell'arco corrispondente al log tan o ctn dato, e che in alcune circostanze critiche (ossia quando, a seconda dei casi, l'angolo è prossimo a 0°, 90° e 180°) questa determinazione deve farsi con straordinaria precisione, perchè, altrimenti, la successiva interpolazione dei cercati logaritmi risulterebbe fortemente errata, come ognuno può facilmente verificare;

3°) che nella massima parte dei problemi dell'Astronomia Nautica, nei quali le formule trovano pratico impiego, e certo nei casi più importanti, è inutile ed illusoria un'estrema precisione nella determinazione degli archi M, Z ed h, e che pertanto conviene, per ovvie ragioni di semplicità, e per evitare grossolani errori, seguire un metodo uniforme il quale eviti inutili complicazioni e renda la determinazione del logaritmo ricercato indipendente dalla interpolazione degli archi considerati.

Ciò premesso, il problema che ci proponiamo di risolvere è, nella sua forma generale, il seguente:

" Sia dato, o siasi ottenuto per mezzo di calcolo precedente, il
" logaritmo tangente o cotangente di un arco incognito α, e sia ri-
" chiesta l'esatta determinazione dei logaritmi delle funzioni

seno , cosecante , coseno , secante

" del medesimo angolo, senza che in verun caso sia necessaria la ri-
" cerca di un valore molto preciso dell'arco ".

Entrando nella tavola dei logaritmi col noto valore di log tan o ctn, salvo singolare circostanza, non si troverà il valore stesso fra quelli dei logaritmi tavolari [1]: ove lo fosse, la ricerca dei voluti logaritmi non richiederebbe speciali operazioni, ma sarebbe ottenuta colla lettura diretta dei dati tavolari. Invece, generalmente, il dato log

---

[1] Chiamansi *archi tavolari* quegli archi i cui valori crescenti in progressione aritmetica formano gli argomenti della tavola logaritmica. Il valore della differenza costante (1′, oppure 30″, 15″ ecc.) che li separa dicesi *passo* della tavola. Diconsi parimente *valori tavolari* dei logaritmi, od anche *logaritmi tavolari*, i logaritmi delle funzioni corrispondenti agli argomenti.

tan o ctn dato avrà un valore compreso fra quelli di due successivi logaritmi tavolari, di cui uno sarà *prossimo maggiore* e l'altro *prossimo minore.* Sia log tan τ (o ctn τ) uno qualunque di questi due; l'arco tavolare τ corrispondente avrà un valore poco diverso da α essendogli approssimato di una quantità minore del passo della tavola [1]. Sieno

$$l \text{ sen } \tau \,,\ l \text{ cosec } \tau \,,\ l \cos \tau \,,\ l \sec \tau$$

i corrispondenti valori tavolari dei logaritmi ricercati. Il valore esatto di detti logaritmi si determinerà applicando ai valori tavolari ora considerati la relativa *parte proporzionale*, corrispondente alla variazione $\alpha - \tau$ dell'arco. Ora questa parte proporzionale che indicheremo rispettivamente con

$$pp.\ l \text{ sen} \,,\ pp.\ l \text{ cosec} \,,\ pp.\ l \cos \,.\ pp.\ l \sec,$$

si può ottenere senza conoscere la variazione $\alpha - \tau$ dell'arco (e quindi senza interpolare l'esatto valore di questo), ma semplicemente in funzione dell'incremento, o parte proporzionale, che, per la medesima variazione, ha il log tan (o ctn) dato, ossia della differenza

$$l \tan \alpha - l \tan \tau$$

oppure:

$$l \text{ ctn } \alpha - l \text{ ctn } \tau,$$

(delle quali, per definizione, ci sono noti i termini) nonchè di un particolare fattore minore od uguale all'unità dipendente dall'arco tavolare prossimo ad α. Ossia si ha:

$$\begin{aligned} pp.\ l \text{ sen} &= (l \tan \alpha - l \tan \tau) \times f_1 \\ pp.\ l \text{ cosec} &= (l \text{ ctn } \alpha - l \text{ ctn } \tau) \times f_1 \\ pp.\ l \cos &= (l \text{ ctn } \alpha - l \text{ ctn } \tau) \times f_2 \\ pp.\ l \sec &= (l \tan \alpha - l \tan \tau) \times f_2 \,. \end{aligned}$$

[In altri termini i fattori f_1, f_2 misurano il rapporto fra la *pp.* del log cercato e la corrispondente *pp.* del log tan o ctn].

I fattori f_1 ed f_2, funzioni di τ [2] sono essenzialmente positivi e variano fra zero e $+1$; usandosi tavole con passo $\leqslant 1'$, si otten-

[1] Vedremo a suo tempo che nei problemi più comuni dell'Astronomia Nautica questa approssimazione *nella determinazione dell'angolo* è sempre sufficiente, e può pertanto essere evitata ogni interpolazione dell'arco stesso.

[2] Col calcolo differenziale si dimostra:

$$f_1 = \cos^2 \tau \,,\ f_2 = \text{sen}^2\, \tau. \text{ (Vedi Appendice, Nota 4).}$$

gono sempre risultati soddisfacenti esprimendoli con la sola prima cifra significativa convenientemente *arrotondata* [1]. Pertanto le moltiplicazioni indicate nei secondi membri delle citate relazioni diventano estremamente semplici e si possono fare a mente senza veruna difficoltà.

I fattori f_1 ed f_2 assumono perciò nella pratica gli undici valori positivi;

0; 0,1; 0,2; 0,3; 0,4; 0,5; 0,6; 0,7; 0,8; 0,9; 1;

e si possono ricavare dalla seguente tabella:

Valori del fattore f_1 per il quale si deve moltiplicare la *pp.* del *l* tan o *l* ctn per ottenere rispettivamente la *pp.* del *l* sen, o *l* cosec				Valori del fattore f_2 per il quale si deve moltiplicare la *pp.* del *l* tan o *l* ctn per ottenere rispettivamente la *pp.* del *l* sen, o *l* sec			
f_1	arco	arco	f_1	f_2	arco	arco	f_2
—	0°	180°	—	—	0°	180°	—
1			1	zero			zero
—	13	167	—	—	13	167	—
0,9			0,9	0,1			0,1
—	23	157	—	—	23	157	—
0,8			0,8	0,2			0,2
—	30	150	—	—	30	150	—
0,7			0,7	0,3			0,3
—	36	144	—	—	36	144	—
0,6			0,6	0,4			0,4
—	42	138	—	—	42	138	—
0,5			0,5	0,5			0,5
—	48	132	—	—	48	132	—
0,4			0,4	0,6			0,6
—	54	126	—	—	54	126	—
0,3			0,3	0,7			0,7
—	60	120	—	—	60	120	—
0,2			0,2	0,8			0,8
—	67	113	—	—	67	113	—
0,1			0,1	0,9			0,9
—	77	103	—	—	77	103	—
zero			zero	1			1
—	90	90	—	—	90	90	—

[1] Quando si esprime il valore di una grandezza arrestandosi ad un certo ordine di unità, per arrotondare l'ultima cifra, si segue il seguente criterio generale:

Si aumenta di un'unità l'ultima cifra conservata quando la cifra seguente è uguale o superiore a 5.

Si mantiene inalterata l'ultima cifra conservata quando la cifra seguente è minore di 5.

Con tale procedimento il valore arrotondato può adunque risultare errato di ± mezza unità dell'ultima cifra conservata.

Riassumendo diremo che il problema è risolto con le relazioni:

$$(2)\left\{\begin{array}{lll} l \operatorname{sen} \alpha = l \operatorname{sen} \tau + (l \tan \alpha - l \tan \tau) f_1 \\ l \operatorname{cosec} \alpha = l \operatorname{cosec} \tau + (l \operatorname{ctn} \alpha - l \operatorname{ctn} \tau) f_1 \\ l \cos \alpha = l \cos \tau + (l \operatorname{ctn} \alpha - l \operatorname{ctn} \tau) f_2 \\ l \sec \alpha = l \sec \tau + (l \tan \alpha - l \tan \tau) f_2 \end{array}\right. \quad \text{(alg.)}$$

Per maggiore semplicità di calcolo conviene che le parti proporzionali (indicate dai secondi termini dei secondi membri delle (2) sieno positive, ed all'uopo, poichè f_1 ed f_2 sono sempre $+$, dovranno anche essere tali le differenze ($l \tan \alpha - l \tan \tau$) e ($l \operatorname{ctn} \alpha - l \operatorname{ctn} \tau$), ossia si dovrà assumere per $l \tan \tau$ o $l \operatorname{ctn} \tau$ il valore tavolare *prossimo minore* al dato $l \tan \alpha$ o $l \operatorname{ctn} \alpha$.

OSSERVAZIONE 1ª. — I casi critici che si presentano col procedimento comune d'interpolazione avevano in passato gettato grave discredito sul sistema di formule (1). Specialmente in seguito alle critiche del Sig. Bourdon, Ufficiale della marina francese, (*Revue maritime et coloniale*, 1886) le formule suddette furono da molti ripudiate, ed è merito del Ten. di Vasc. Alessio [1] di averle richiamate in uso. Tuttavia il modo d'interpolazione suggerito dall'A., benchè basato sull'identico principio del nostro, ed indubbiamente più semplice, è assai meno preciso: parleremo di esso a suo tempo.

La ricerca dei logaritmi fatta nel modo da noi indicato dà luogo ad un errore che, usando tavole col passo di 15″, è compreso nei limiti di $\pm$ sette unità circa del sesto ordine decimale ($\pm$ 0,000007). Se il passo è doppio, triplo ecc. di 15″, l'errore massimo è duplicato, triplicato ecc. ecc.

Adottandosi delle tavole col passo di 15″ e con cinque cifre decimali (ad es. le Tavole grandi dell'Istituto Idrografico) [2], l'errore di sette unità del sesto ordine, che si può commettere, è all'incirca del medesimo ordine di grandezza dell'errore del quale possono essere affetti i logaritmi tavolari. Difatti questi logaritmi, essendo arrotondati alla quinta cifra decimale, sono espressi con approssimazione compresa nei limiti di $\pm$ 5 unità del sesto ordine. Il metodo risulta, pertanto, pienamente giustificato. E si può aggiungere che l'errore è tollerabile fino a che il passo della tavola sia $\leqslant 1'$ (errore massimo $\leqslant 4 \times 0{,}000007$).

OSSERVAZIONE 2ª. — Naturalmente il metodo d'interpolazione descritto in questo paragrafo, trova pratica applicazione non solo nel calcolo delle (1), ma in tutti i casi in cui lo sviluppo del calcolo logaritmico richiede il passaggio da un determinato valore di $l \tan$ o $l \operatorname{ctn}$ di un angolo ai corrispondenti $l \operatorname{sen}$, o $l \operatorname{cosec}$, $l \cos$, $l \sec$, come ad esempio nella soluzione delle (11) del § 30, dove,

---

[1] *Sulla teoria e la pratica della Nuova Nav. Astr.* Appendice alla « Riv. Mar. » Luglio-Agosto 1908.

[2] *Tavole logaritmiche a cinque decimali* raccolte e pubblicate per cura dell'Istituto Idrografico della R. Marina. 1ª Ediz. Genova, 1913.

Di queste tavole esiste anche un'edizione ridotta ove sono dati i log. delle funzioni trigonometriche per archi variabili di 1′ in 1′ (1ª Ediz. 1916).

per lo sviluppo della 2ª formula (calcolo di h), occorre determinare

$$l\frac{1}{\cos M} = l \sec M,$$

dopo aver calcolato $l \tan M$ colla 1ª, ecc. ecc. [1].

Osservazione 3ª. — Affinchè il calcolatore possa ricavare direttamente sulle tavole i valori dei fattori f_1 ed f_2 necessari per il calcolo delle parti proporzionali di *l tan* (o *ctn*), e sia perciò dispensato dal ricorrere alla tavoletta speciale da noi riferita in questo §, riteniamo opportuno suggerire di scrivere il valore di tali fattori nelle stesse tavole di logaritmi delle funzioni trigonometriche.

Per fissare le idee ci riferiamo alle grandi *tavole logaritmiche dell'Istituto Idrografico* (Genova, 1913), le quali, anche per la disposizione tipografica, si prestano egregiamente allo scopo.

La tavola in cui devono essere scritti i valori di f_1 ed f_2, contemplati nella nostra tavoletta a pag. 81, è la Tavola III (log dei val. ass. delle funzioni trigonometriche di 15″ in 15″; da pag. 182 a pag. 361).

Si tratta di scrivere in ogni pagina della tavola ed in luogo opportuno, i particolari valori dei fattori f_1 ed f_2, corrispondenti agli archi tavolari della pagina stessa. Data la lentissima variazione dei fattori, i numeri da scriversi in ogni facciata sono *due*. Nelle prime pagine (dalla pag. 182 alla 189 compresa), in cui manca la colonna delle differenze, sarà conveniente scrivere i due numeri anzidetti sull'orlo inferiore della facciata, al disotto dell'*intestatura*, in corrispondenza delle linee verticali che dividono rispettivamente i logaritmi delle due prime colonne di sinistra e delle due ultime colonne di destra, cioè nel luogo indicato dai simboli $\overset{s}{*}$ e $\overset{d}{*}$ del seguente esempio:

[1] Il procedimento d'interpolazione che abbiamo suggerito non rappresenta adunque un metodo più o meno artificioso per risolvere un particolare problema di astronomia nautica, ma bensì un metodo assolutamente generale che trova pratica applicazione ogniqualvolta si debba passare dal log tan (o ctn) di un arco al corrispondente logaritmo di un'altra funzione dell'arco medesimo. Ai cultori della Trigonometria sferica è ozioso il ricordare che nei più noti ed usati sistemi di formule risolventi il triangolo sferico, nelle quali (come nel caso particolare da noi considerato) figura un elemento ausiliario, tale elemento è dato per tangente e che nel successivo sviluppo del calcolo occorre appunto determinare il sen o cos (o cosec o sec) dell'elemento medesimo. E chi ha pratica della scuola sa quali antipatie sollevi e quanti errori produca quel tormentoso congegno di interpolazioni che ordinariamente si segue per evitare i cosidetti *casi critici*. Nè si opponga che il metodo è in difetto perchè trascura la esatta determinazione dell'arco e quindi, per altri motivi, la soluzione risulta approssimata: nulla vieta di fare successivamente, ove occorra, l'interpolazione dell'arco; la somma di tutte le operazioni non è certo più grave di quella richiesta dal metodo comune. L'interessante si è di rendere la ricerca del logaritmo indipendente da questa, seguendo un procedimento uniforme, semplice e preciso.

Nelle altre facciate della tavola (dalla pag. 190 alla 361 compresa), i due valori potranno invece essere scritti nel corpo della intestatura inferiore, negli spazi indicati nel seguente esempio dai simboli $\underset{*}{s}$ e $\underset{*}{d}$:

		Prime due colonne di sinistra					Ultime due colonne di destra				
102°	6^h 48^m	COS	$\underset{*}{s}$ ↑	SEC	COTG	TANG	COSC	$\underset{*}{d}$ ↑	SENO	5^h 11^m	77°

Nel seguente specchietto riferiamo i numeri che dovranno essere scritti al posto dei simboli $\underset{*}{s}$ e $\underset{*}{d}$.

Pagine della Tav. III

$\underset{*}{s}$		$\underset{*}{d}$
1	da pag. 182 a 233 inclusa	0
0,9	» 234 a 272 »	0,1
0,8	» 273 a 301 »	0,2
0,7	» 302 a 326 »	0,3
0,6	» 327 a 350 »	0,4
0,5	» 351 a 361 »	0,5

Per l'uso di questi numeri basterà ricordare la seguente semplicissima regola:

« Moltiplicando le differenze o parti proporzionali dei *log tan* o *ctn* letti « nelle due colonne centrali, per i numeri $\underset{*}{s}$ o $\underset{*}{d}$, si ottengono i valori delle dif- « ferenze o parti proporzionali, relative alla medesima variazione, dei logaritmi « letti rispettivamente nelle due prime colonne di sinistra e nelle due ultime « colonne di destra ».

Se si vogliono fare le analoghe aggiunte alla cosidetta tavola degli *archi piccoli* (Tavola II, da pag. 60 a pag. 179 inclusa), basta ricordare che per tutta l'estensione della tavola stessa il numero $\underset{*}{s}$ (due prime colonne di sinistra) ha il valore 1, ed il numero $\underset{*}{d}$ (due ultime colonne di destra) ha il valore zero. È però inutile scrivere questi numeri: basterà ricordare che le pp. dei logaritmi delle prime due colonne di sinistra sono uguali alle pp. del *l* tan o *l* ctn (colonne centrali) e che invece le pp. dei log delle ultime due colonne di destra sono *nulle* (come d'altra parte si può vedere esaminando i valori delle differenze tavolari).

L'*edizione ridotta* delle Tavole logaritmiche a 5 cifre decimali (1ª Ed. 1916) col passo di 1′ non hanno bisogno di aggiunte di sorta. I fattori f_1 e f_2 sono riprodotti in apposito scomparto dell'intestatura inferiore in ogni pagina della Tavola.

Esempi di interpolazione (¹). — 1°. Determinare l sen α, essendo noto l tan α = 8.34261

	l tan α	8.34261	
(Tav. III)	l tan τ	8.34174	sen τ 8.34164
	diff. $\times f_1$ = 87 $\times$ 1 = ... pp. (l sen)		87
		l sen α	8.34251

2°. Determinare l sec α, essendo noto l tan α = 9.62703

l tan α	9.62703	
l tan τ	9.62697	l sec τ 0.03584
diff. $\times f_2$ = 6 $\times$ 0,2 = ... pp (l sec)		1
	l sec α	0.03585

3°. Determinare l cos α, essendo noto l ctn α = 2.24815

l ctn α	2.24815	
l ctn τ	2.24623	l cos τ 9.99999
diff. $\times f_3$ = 192 $\times$ 0 = ... pp (l cos)		zero
	l cos α	9.99999

Esempio di trasformazione di coordinate orarie in azimutali. — Sono noti i seguenti valori delle coordinate orarie di un astro

$$t = 19^h\,43^m\,48^s,9 \quad , \quad \delta = 22°\,44'\,09'' \text{ Sud},$$

nello zenit di latitudine $\varphi = 43°\,31'\,47''$ Sud. Determinare le coordinate azimutali nel medesimo zenit. (Per semplicità omettiamo di scrivere il simbolo l per indicare il logaritmo).

```
p   67° 15' 51" . . . tan 0,37774 . . . . . . . . . . . . . cosec 0,03512
P    4h 16m 11s,1 . . cos 9,64112  tan 0,31271 . . . . . cosec 0,04617
M  46° 14' 38" . . .  tan 0,01886  sen 9,85870
                              83
φ   43° 31' 47"          0,5 × 3  pp.        2
φ + M 89° 46' 25" . . . . . . . . . . .  sec 2,40327  ctn 7,59673
Z  89° 50' 51" . . . . . . . . . . .  tan 2,57470  sec 2,57013  sen 0,00000
                                            13
                                       ───────── pp.    457 pp.        0
                                        1 × 457
h  33° 58' 28" . . . . . . . . . . . . . . . . . . .  ctn 0,17143  cos 9,91870
                                                        42
                                                    ───────── pp.      1
                                                     0,5 × 1
azimut (²) = S 89° 50' 51" E = 90° 09' 09"                    prova 0,00000
```

(¹) Nella pratica del calcolo le parti proporzionali ottenute col procedimento indicato saranno *arrotondate* all'ultima cifra con la quale sono espressi i logaritmi.

(²) Per passare dal valore Z a quello dell'azimut, vedi § 21.

Nota bene. — Nel fare il calcolo bisogna *tenere stretto conto dei segni* delle funzioni trigonometriche allo scopo di poter discernere se gli archi M e Z, i cui valori (ottenuti per mezzo di tang) sono compresi fra 0° e 180°, appartengono al 1° od al 2° quadrante. Nelle applicazioni pratiche non accadrà mai che la *ctn h* risulti negativa; se così avvenisse sapremmo come interpretare il risultato: si tratterebbe (§ 21) di altezza negativa (valore compreso fra 0 e — 90°).

È noto che, per indicare che la funzione od il numero a cui si riferisce il logaritmo sono negativi, si pone la lettera *n* dopo il logaritmo. Così, ad es., scrivendo *l* cos 9,21519 *n*, si vuol indicare che il coseno è negativo.

Nell'esempio questa notazione non figura perchè ivi tutte le funzioni sono positive.

Quando si tratta di un astro che è al di sopra dell'orizzonte, cioè con altezza positiva (come accade in tutte le applicazioni pratiche del presente problema di trasformazione), è lecito non tener conto dei segni, pur di ricordare le seguenti regole.

Regola per M

« Se P è minore di 6^h:
« quando p è maggiore di 90°, è anche M maggiore di 90°,
« e quando p è minore di 90°, è anche M minore di 90°.
« Se P è maggiore di 6^h:
« è sempre M maggiore di 90°.

Regola per Z

« Se P è minore di 6^h:
« quando $(M + \varphi)$ è maggiore di 90°, è anche Z maggiore di 90°,
« e quando $(M + \varphi)$ è minore di 90°, è anche Z minore di 90°.
« Se P è maggiore di 6^h:
« è sempre Z minore di 90°.

La prima parte $(P < 6^h)$ di queste regole non ha bisogno di dimostrazione: basta esaminare le formule che dànno tan M e tan Z.

La seconda parte $(P > 6^h)$ richiede, oltre l'esame delle formule, anche alcune considerazioni geometriche. Esaminando il problema sulla sfera, servendosi, ad es., della fig. 31 del § 22, si vede immediatamente che gli astri i quali sono al disopra dell'orizzonte ed hanno un angolo al polo maggiore di 6^h hanno necessariamente una distanza polare p minore di 90°. Allora nella relazione $\tan M = \tan p \cos P$, avendosi cos P negativa, e tan p positiva, risulta tan M negativa e quindi $M > 6^h$. Così è spiegata la 2ª parte della regola per M.

Per dimostrare la seconda parte della regola per Z, basta il semplice esame della figura sulla sfera. Risulta difatti da semplici considerazioni geometriche che tutti gli astri i quali si trovano al disopra dell'orizzonte ed hanno un angolo al polo maggiore di 90° o 6^h, hanno necessariamente un angolo azimutale minore di 90°.

§ 34. Trasformazione delle coordinate azimutali in coordinate orarie. — Questa trasformazione è inversa della precedente. Note

le coordinate azimutali a ed h in un dato zenit di latitudine φ, si vogliono determinare le coordinate δ e t nel medesimo zenit.

All'uopo si passa dall'azimut a all'angolo azimutale Z con le note relazioni (relazioni 2 del § 28) e si determina δ mediante la 2ª delle I del § 29

$$\text{sen}\,\delta = \text{sen}\,\varphi\,\text{sen}\,h + \cos\varphi\cos h\cos Z,$$

poscia si ottiene P colla 1ª delle III dello stesso §, la quale, risolta rispetto a ctn P, dà:

$$\text{ctn}\,P = \frac{\tan h\cos\varphi}{\text{sen}\,Z} - \text{sen}\,\varphi\,\text{ctn}\,Z.$$

Ottenuto P si passa a t mediante le note relazioni (rel. 1 del § 28).

Notiamo che il problema trigonometrico è identico a quello risolto nei precedenti paragrafi (§ 30 e seg.); ossia, dati, del triangolo di posizione, due lati e l'angolo compreso, si tratta di determinare il terzo lato ed un angolo. Perciò, mutati opportunamente i simboli, si ha il seguente sistema:

(1)	Calcolo dell'angolo ausiliario	$\tan M = \tan z\cos Z$
	" " al polo	$\tan P = \text{sen}\,M\tan Z\sec(\varphi + M)$
	" della declinazione	$\text{ctn}\,\delta = \text{ctn}\,(\varphi + M)\sec P$

[Si ottiene sostituendo, nel sistema (1) del § 33, Z al posto di P, z (distanza zenitale) al posto di p, p al posto di z; M è, come nel caso della trasformazione precedente, un angolo ausiliario, positivo, compreso fra 0^0 e 180^0].

È *formula di prova* la seguente:

$$\cos\delta\,\text{sen}\,P\,\text{cosec}\,z\,\text{cosec}\,Z = 1.$$

Il calcolo logaritmico sarà fatto con le modalità descritte nel § 33.

Ottenuto P si passerà a t con le relazioni (1) del § 28. Ad indicare se l'astro è all'Est od all'Ovest servirà naturalmente il noto valore dell'azimut (a compreso fra 0^0 e 180^0: astro ad Est; a compreso fra 180^0 e 360^0: astro a West).

Il segno di ctn δ indicherà se la declinazione (il cui valore assoluto è sempre compreso fra 0^0 e 90^0) è omonima (segno +) o eteronima (segno —) della latitudine φ.

Questa trasformazione di coordinate è meno interessante, ai fini dell'Astronomia Nautica, della precedente, ed il suo impiego è limi-

tatissimo. Rinunciamo perciò a considerare le relative formule differenziali; d'altra parte è assai facile ottenerle, facendo una opportuna sostituzione di simboli in quelle ottenute al § 31.

§ 35. **Determinazione dell'angolo orario di un astro per mezzo della sua altezza.** — Un altro interessante problema di trasformazione di coordinate è il seguente:

Un astro di nota declinazione δ ha, in uno zenit di latitudine φ, l'altezza h: determinare l'angolo orario t dell'astro medesimo nello zenit dato.

Sono, cioè, note le coordinate δ (sistema orario), h (sistema azimutale): si tratta di determinare la seconda coordinata t del sistema orario.

Serve all'uopo la relazione 1ª delle I del § 29

$$\text{sen}\, h = \text{sen}\, \varphi\, \text{sen}\, \delta + \cos \varphi \cos \delta \cos \text{P},$$

che, risolta rispetto a cos P, dà

$$\cos \text{P} = \frac{\text{sen}\, h - \text{sen}\, \varphi\, \text{sen}\, \delta}{\cos \varphi \cos \delta}. \tag{1}$$

Dall'ottenuto valore di P si passa al corrispondente valore di t, mediante le note relazioni:

$$\begin{array}{ll} t = \text{P} & \text{se l'astro è a West,} \\ t = 24^{\text{h}} - \text{P} & \text{„ \quad „ \quad „ „ Est.} \end{array}$$

Questo risultato dimostra che, per risolvere completamente il problema, è anche necessario sapere se, nello zenit considerato, l'astro è a Ponente oppure a Levante del meridiano. Nella pratica questo *dato necessario* non manca mai: i motivi saranno palesi a suo tempo.

È opportuno rendere la formula (1) calcolabile direttamente coi logaritmi.

Introducendo fra i dati, in luogo di δ, la distanza polare

$$p = 90^{\circ} - \delta,$$

e ponendo

$$s = \frac{1}{2}(p + \varphi + h),$$

si ottengono, mediante gli ordinari procedimenti della trigonometria, le seguenti formule, dette di Borda [1]:

$$(2)\qquad \begin{cases} \operatorname{sen}\frac{1}{2}\mathrm{P} = \sqrt{\dfrac{\cos s \operatorname{sen}(s-h)}{\cos\varphi \operatorname{sen} p}} \\ \cos\frac{1}{2}\mathrm{P} = \sqrt{\dfrac{\cos(s-p)\operatorname{sen}(s-\varphi)}{\cos\varphi \operatorname{sen} p}} \\ \tan\frac{1}{2}\mathrm{P} = \sqrt{\dfrac{\cos s \operatorname{sen}(s-h)}{\cos(s-p)\operatorname{sen}(s-\varphi)}}. \end{cases}$$

Una qualunque di queste formule può servire a calcolare il valore di $\frac{1}{2}$P e quindi quello di P. Tuttavia, in ogni caso, è preferibile l'impiego della terza (tang $\frac{1}{2}$P $= \ldots$ ecc.), poichè un angolo è meglio determinato per *tangente* che per seno o coseno. Ma quando si possa prevedere che P abbia un valore molto inferiore a 12^h (o 180^0) e che quindi $\frac{1}{2}$P sia molto al disotto di 6^h (o 90^0), si potranno anche ottenere buoni risultati coll'impiego della prima formula colla quale si determina sen $\frac{1}{2}$P. È appunto quest'ultima circostanza che si manifesta in tutti i casi pratici nei quali si fa la determinazione di angolo orario: i motivi risulteranno evidenti nello svolgimento del corso.

Pertanto la *formula pratica* della navigazione astronomica è la seguente:

$$(2^{bis})\qquad \boxed{\operatorname{sen}\frac{1}{2}\mathrm{P} = \sqrt{\cos s \operatorname{sen}(s-h)\sec\varphi \operatorname{cosec} p}}$$

colla quale si ottiene il vantaggio di una maggiore semplicità di calcolazione, non disgiunta da una sufficiente precisione di risultato.

Invece non trova mai pratico impiego la formula che dà $\frac{1}{2}$P per *coseno*. Daremo a suo tempo le norme pratiche per la risoluzione delle formule ora indicate.

---

[1] Si veda la regola dei segni nel § 29: ossia si assuma φ sempre positiva, e nel fare la differenza *algebrica* $90^0 - \delta = p$, si consideri δ positiva se ha lo stesso nome di φ, negativa nel caso contrario.

OSSERVAZIONE. — Un'altra modificazione della (1), non logaritmica, ma facilmente risolvibile con opportuna disposizione di tavole, si può ottenere introducendo la funzione *mezzo senoverso*.

$$\text{ver } P = \text{ver } (90^\circ - h) - \text{ver } (\varphi - \delta) \sec \varphi \sec \delta.$$

§ 36. **Formule differenziali** [1]. — Il problema che ci proponiamo di risolvere e che particolarmente interessa la precedente determinazione è il seguente:

Determinare la variazione dell'angolo orario dipendente dalle variazioni dei tre elementi

$$h, \quad \delta, \quad \varphi.$$

1°. Variazione $|\Delta P|$ dell'angolo al polo, corrispondente ad una data variazione $|\Delta h|$ dell'altezza, rimanendo invariate δ e φ.

All'uopo basta risolvere rispetto a $|\Delta P|$ la relazione (1^{bis}) dimostrata al § 31

$$|\Delta h| = |\Delta P \cos \varphi \text{ sen } Z|$$

e si ha:

$$\boxed{\left|\Delta P\right| = \left|\frac{\Delta h}{\cos \varphi \text{ sen } Z}\right|} \quad (1)$$

2°. Variazione $|\Delta P|$ dell'angolo al polo, corrispondente ad una variazione $|\Delta\delta|$ della declinazione, rimanendo inalterate h e φ.

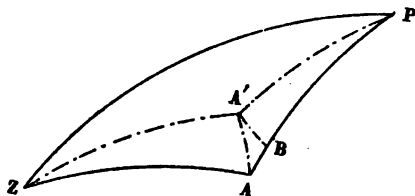



Fig. 48.

Consideriamo i triangoli PZA e PZA' (fig. 48) che hanno comune il lato $PZ = (90^\circ - \varphi)$ e dove $ZA = ZA'$ e

$$PA - PA' = BA = |\Delta\delta|$$

$$Z\widehat{P}A + Z\widehat{P}A' = A\widehat{P}A' = |\Delta P|.$$

Si ha:

$$A'B = |\Delta P \cos \delta|. \quad (1)$$

[1] Vedi trattazione analoga nel § 31.

Nel triangoletto Z'BZ, rettangolo in B, si ha

$$\text{BA} \tan \widehat{\text{BAA'}} = \text{A'B}. \tag{2}$$

Ma, indicando con A l'angolo all'astro PAZ, si ha

$$\text{A'}\widehat{\text{A}}\text{B} = \text{A} - \text{A'}\widehat{\text{A}}\text{Z}.$$

Per costruzione $\text{A'}\widehat{\text{A}}\text{Z} = 90^\circ$, e perciò sostituendo nella (1) si ha

$$|\,\Delta\delta \operatorname{ctn} A\,| = |\,\Delta P \cos\delta\,|$$

e finalmente

$$\boxed{|\Delta P| = \left|\frac{\Delta\delta \operatorname{ctn} A}{\cos\delta}\right|}. \tag{3}$$

Per l'analogia dei seni

$$\cos\delta \operatorname{sen} A = \cos\varphi \operatorname{sen} Z,$$

la (3) si mette nella seguente forma

$$\boxed{|\Delta P| = \left|\frac{\Delta\delta \cos A}{\cos\varphi \operatorname{sen} Z}\right|}. \tag{3bis}$$

3°. Variazione $|\,\Delta P\,|$ dell'angolo al polo, corrispondente ad una data variazione $|\,\Delta\varphi\,|$ della latitudine, rimanendo inalterate h e δ.

Se consideriamo il triangolo di posizione vediamo che la cercata formula differenziale si può ottenere dalla precedente (3) ponendovi φ in luogo di δ, e Z in luogo di A.

Si ha cioè

$$\boxed{|\Delta P| = \left|\frac{\Delta\varphi \operatorname{ctn} Z}{\cos\varphi}\right|}. \tag{4}$$

§ 37. **Determinazione dell'azimut di un astro per mezzo della sua altezza.** — Un astro di nota declinazione δ ha, in uno zenit di latitudine φ, l'altezza h: determinare l'azimut a dell'astro medesimo nello zenit dato.

Il problema trigonometrico è identico a quello risolto nel precedente paragrafo: noti i tre lati del triangolo di posizione si deve determinare uno degli angoli. Serve all'uopo la relazione 2ª delle I del § 29

$$\operatorname{sen}\delta = \operatorname{sen}\varphi \operatorname{sen} h + \cos\varphi \cos h \cos Z$$

che, risolta rispetto a cos Z, dà

$$\cos Z = \frac{\text{sen } \delta - \text{sen } \varphi \text{ sen } h}{\cos \varphi \cos h}.$$

Praticamente, invece di questa relazione, conviene usare le formule logaritmiche di Borda, che, nel caso particolare, sono [1]

$$(1) \quad \begin{cases} \text{sen } \frac{1}{2} Z = \sqrt{\frac{\text{sen } (s-\varphi) \text{ sen } (s-h)}{\cos \varphi \cos h}}, \\ \cos \frac{1}{2} Z = \sqrt{\frac{\cos s \cos (s-p)}{\cos \varphi \cos h}}, \\ \tan \frac{1}{2} Z = \sqrt{\frac{\text{sen } (s-\varphi) \text{ sen } (s-h)}{\cos s \cos (s-p)}} \end{cases}$$

dove

$$s = \frac{1}{2}(p + \varphi + h).$$

Per evitare casi critici è consigliabile in ogni circostanza l' impiego della formula che dà $\frac{1}{2}$ Z per mezzo di tangente.

Dall'ottenuto valore di Z si passa al corrispondente valore di a (azimut contato a partire dal Nord da 0° a 360° nel senso NESW) mediante le note relazioni:

$$\text{quando } \varphi \text{ è Nord} \begin{cases} a = 360^\circ - Z & \text{se l'astro è a West} \\ a = Z & \text{» » » Est} \end{cases}$$

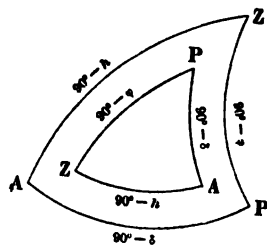
$$\text{quando } \varphi \text{ è Sud} \begin{cases} a = 180^\circ + Z & \text{se l'astro è a West} \\ a = 180^\circ - Z & \text{» » » Est.} \end{cases}$$

Ciò dimostra che, per risolvere completamente il problema, è anche necessario conoscere se, nello zenit considerato, l'astro è a Ponente oppure a Levante del meridiano.

Nella pratica questo *dato necessario* non manca mai.

Fig. 49.

§ 38. **Formule differenziali.** — Il problema trigonometrico è identico a quello trattato nel penultimo paragrafo (§ 36). Con opportuna sostituzione di simboli (vedi fig. 49), si ottengono i seguenti risultati:

---

[1] Per δ, φ ed h vale la solita regola dei segni del § 29.

1°. Variazione $|\Delta Z|$ nell'azimut, corrispondente ad una data variazione $|\Delta h|$ dell'altezza, rimanendo invariate δ e φ.

Si ha (sostituzione dei simboli nella relazione 4 del § 36)

$$\left|\Delta Z\right| = \left|\frac{\Delta h \operatorname{ctn} A}{\cos h}\right| . \tag{1}$$

Per l'analogia dei seni ($\cos h \operatorname{sen} A = \cos\varphi \operatorname{sen} P$), si ha pure

$$\left|\Delta Z\right| = \left|\frac{\Delta h \cos A}{\cos\varphi \operatorname{sen} P}\right| . \tag{1bis}$$

2°. Variazione $|\Delta Z|$ dell'azimut, corrispondente ad una data variazione $|\Delta\delta|$ della declinazione, rimanendo invariate h e φ.

Si ha (sostituzione di simboli nella relazione 1 del § 36)

$$\left|\Delta Z\right| = \left|\frac{\Delta\delta}{\cos\varphi \operatorname{sen} P}\right| . \tag{2}$$

3°. Variazione $|\Delta Z|$ dell'azimut, corrispondente ad una data variazione $|\Delta\varphi|$ della latitudine, rimanendo invariate h e δ.

Si ha (sostituzione di simboli nella relazione 3 del § 36)

$$\left|\Delta Z\right| = \left|\frac{\Delta\varphi \operatorname{ctn} P}{\cos\varphi}\right| . \tag{3}$$

§ 39. Simultanea determinazione dell'angolo orario e dell'azimut di un astro per mezzo della sua altezza. — Si hanno le relazioni

$$\tan\frac{P}{2} = \sqrt{\frac{\cos s \operatorname{sen}(s-h)}{\cos(s-p)\operatorname{sen}(s-\varphi)}};$$

$$\tan\frac{Z}{2} = \sqrt{\frac{\operatorname{sen}(s-\varphi)\operatorname{sen}(s-h)}{\cos s \cos(s-p)}},$$

le quali si possono anche mettere nella forma seguente

$$\tan\frac{P}{2} = \sqrt{\frac{\cos s}{\operatorname{sen}(s-\varphi)}} \times \sqrt{\frac{\operatorname{sen}(s-h)}{\cos(s-p)}};$$

$$\tan\frac{Z}{2} = \sqrt{\frac{\operatorname{sen}(s-h)}{\operatorname{sos}(s-p)}} : \sqrt{\frac{\cos s}{\operatorname{sen}(s-\varphi)}}.$$

Pongasi

$$\begin{array}{|l|}\hline N = \log\cos s + \log\operatorname{cosec}(s-\varphi) \\ N' = \log\operatorname{sen}(s-h) + \log\sec(s-p) \\ \hline\end{array};$$

sarà allora :

$$\boxed{\frac{N+N'}{2}=\log\tan\frac{P}{2}\,;\qquad \frac{N'-N}{2}=\log\tan\frac{Z}{2}}\,.$$

Questa elegante soluzione è dovuta all'Amm. Magnaghi che ideò e costruì tavole apposite per il calcolo relativo (¹).

Daremo subito un esempio di applicazione di queste formule.

Esempio

$\varphi = 32°40'\,S$; $\delta = 22°40'\,S$; $h = 49°10'$; astro a Levante.

p	67°20′				
h	49 10				
φ	32 40				
$2s$	149 10				
s	74 35	l cos	9.42461		
$s-\varphi$	41 55	l cosec	0.17519		
$s-h$	25 25	. . . .		l sen	9.63266
$s-p$	7 15	. . . .		l sec	0.00349

$$\begin{array}{rlrl}
N & 9.59980 & N' & 9.63615\\
+N' & 9.63615 & -N & 9.59980\\
 & 19.23595 & & 0.03635\\
\dfrac{N+N'}{2} & 9.61798 & \dfrac{N'-N}{2} & 0.01818\\
 & =l\tan\dfrac{P}{2} & & =l\tan\dfrac{Z}{2}\\
\dfrac{P}{2} & 1^h30^m08^s{,}4 & \dfrac{Z}{2} & 46°11'55''\\
P = & 3^h00^m16^s{,}8 & Z = & 92°23'50''
\end{array}$$

$$t = 24^h - P = 20^h59^m43^s{,}2\,;\quad a = S\,92°23'50''\,E = 87°36'10''.$$

(¹) **Magnaghi**, *Tavole e formule Nautiche*, Genova, R.° Uff. Idr. 1877.

Il citato sistema di formule serviva per un tipo di calcolo nautico che ormai è caduto in disuso. Tuttavia esso può trovare tutt'ora pratico impiego in casi singolari.

Le « *Tablas Nauticas* » del Graiño, molto usate nella Marina Spagnuola, sono particolarmente atte alla soluzione di queste formule e in generale di tutte le formule di Borda e derivate (Tablas Náuticas. Graiño. Ferrol, Ed. El Correo Gallego, 1905).

CAPITOLO IV

Il Tempo e la sua misura

---

§ 40. **Uso della sfera geocentrica.** — Consideriamo la sfera rappresentativa sulla quale sono disegnate le direzioni geocentriche (o vere) degli astri; veniamo così ad individuare la *sfera celeste geocentrica*, di cui si è già detto nei §§ 15 e 26. Il suo aspetto è, in tutte le sue linee ed in tutti i suoi punti, uguale a quello della sfera celeste di un osservatore situato alla superficie della Terra, facendo eccezione per gli astri erranti (sistema solare) ([1]). Benchè le nostre osservazioni dirette si svolgano tutte sulla *sfera apparente*, in ogni problema dell'Astronomia Nautica passeremo dalle direzioni apparenti (ossia da quelle effettivamente osservate) alle geocentriche, e quindi svolgeremo e risolveremo i problemi stessi sulla sfera geocentrica. Rimane così stabilito che, trattandosi in questo capitolo dell'angolo orario di un astro qualsiasi e delle variazioni che questa coordinata subisce col tempo, *noi intenderemo sempre riferirci alla posizione geocentrica dell'astro*, o, in altri termini, considereremo l'angolo orario geocentrico e le sue variazioni.

Nel trattare dei problemi del tempo, benchè non necessario, è naturale ed opportuno per aiutare l'immaginazione dello studioso, porre la sfera geocentrica col suo centro nel punto da cui hanno origine le considerate direzioni degli astri, cioè nel centro della Terra. Così facendo, le posizioni di *tutti* gli astri sulla sfera, le quali formano oggetto di nostro studio, sono determinate direttamente dalla intersezione delle visuali condotte dal centro stesso della sfera agli astri, ed inoltre ogni meridiano della sfera è contenuto nello stesso piano del corrispondente meridiano della Terra ellissoidica. Di più,

---

([1]) Ricordiamo tuttavia che, eccettuando la Luna, la diversità di aspetto è lieve, poichè la differenza fra direzione apparente e geocentrica (parallasse) è assai piccola. Per il Sole, di cui in questo capitolo dei tempi ci occuperemo in modo speciale, la parallasse ha il valore massimo 8″,8.

avvenendo allora il moto diurno reale della Terra ed il conseguente moto apparente della sfera intorno allo stesso asse, i movimenti degli astri rispetto ai meridiani (dai quali movimenti dipendono i valori degli angoli orari nei diversi istanti) risulteranno più evidenti.

§ 41. **Relazioni fra i valori degli angoli orari simultanei dello stesso astro rispetto a due meridiani ed i valori delle longitudini.** — Sieno Z_1 e Z_2 (fig. 50) due zenit situati in due diversi meridiani PZ_1P' e PZ_2P', e sia, in un certo istante, A la posizione (geocentrica) di un astro. Ci proponiamo di stabilire le relazioni esistenti fra i due valori dell'angolo orario di A riferito ai due differenti semicerchi di riferimento (meridiani), PZ_1P' e PZ_2P', dei quali è nota la longitudine.

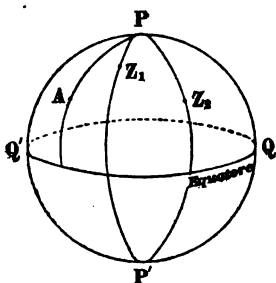



Fig. 50.

Premettiamo alcune osservazioni sul modo di misurare ed esprimere gli angoli orari e le longitudini geografiche.

L'angolo orario di un astro può ugualmente essere definito da un valore positivo y compreso fra 0^h e 24^h, o dal valore negativo $y - 24^h$: nel primo caso si misura l'arco di equatore che si deve percorrere, a partire dal meridiano, nel senso positivo (¹), per giungere al piede del cerchio di declinazione dell'astro; nel secondo invece si misura l'arco di equatore che si deve percorrere nel senso negativo per giungere al medesimo punto. Così, ad esempio, lo stesso angolo orario può essere definito dal valore positivo 15^h, o dal valore negativo $15^h - 24^h = -9^h$. È comodo e conveniente misurarlo ed esprimerlo sempre col *valore positivo compreso fra* 0^h e 24^h e $< 24^h$, e così faremo nella dimostrazione che segue, ed in generale *in tutte le applicazioni dell'Astronomia.*

Le stesse osservazioni si possono ripetere circa la misura della longitudine: nella prima parte della dimostrazione noi intenderemo che questa coordinata sia sempre misurata nel senso positivo e quindi espressa con valori positivi compresi fra 0^h e 24^h, e quando sia misurata in tal modo la indicheremo col simbolo Λ. È però uso generale, come già si disse nel § 7 (ed è necessario farlo in alcuni problemi del tempo di cui tratteremo fra breve) di misurare la longitudine con archi $< 12^h$, e quindi le longitudini dei meridiani ad Oriente di

(¹) Circa il senso positivo delle coordinate angolo orario e longitudine geografica, vedi §§ 19 e 7.

Greenwich saranno positive, quelle Occidentali negative. Il valore della longitudine così misurata sarà propriamente indicato col solito simbolo λ.

Fra i valori Λ e λ, relativi allo stesso meridiano, esistono perciò le relazioni :

$$(1)\qquad \begin{aligned} &\lambda = \Lambda, \text{ (valori positivi)} && \text{se } \Lambda < 12^h \\ &\lambda = \Lambda - 24^h, \text{ alg. (valori negativi)} && \text{se } \Lambda > 12^h. \end{aligned}$$

Ciò premesso, incominciamo a stabilire la relazione che passa fra gli angoli orari simultanei rispetto al 1° meridiano e ad un altro meridiano qualsiasi.

Consideriamo (figg. 51 *a* e 51 *b*) la faccia Nord dell'equatore della sfera geocentrica, e sieno rispettivamente PZ_gx, e PZE le tracce

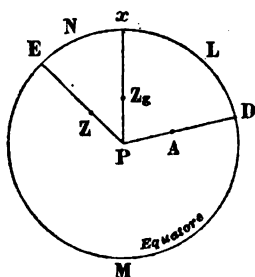
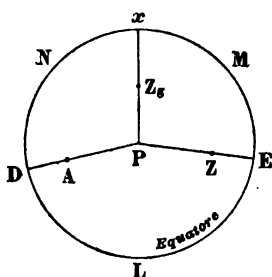



Fig. 51 *a*. Fig. 51 *b*.

del 1° meridiano e di un altro meridiano qualsiasi, e sia PAD la traccia del cerchio di declinazione dell'astro A.

Per la longitudine adottiamo le notazioni dianzi convenute e poniamo che i simboli T e t indichino rispettivamente i valori positivi e $< 24^h$ dell'angolo orario nel 1° meridiano ed in un meridiano diverso dal 1°.

I punti x, E, D possono succedersi nell'ordine xED, oppure xDE. Consideriamo dapprima la successione xDE (fig. 51 *a*); si ha:

$$x\text{LD} = \text{T}, \qquad \text{DME} = 24^h - t, \qquad \text{EN}x = x\text{NE} = \Lambda.$$

La somma dei tre archi considerati è uguale ad una circonferenza intera (24^h), quindi si ha :

$$\text{T} + 24^h - t + \Lambda = 24^h,$$

cioè

$$(2)\qquad \text{T} = t - \Lambda.$$

Nel caso della successione xED (fig. 51 *b*) si ha:

$$24^h - \Lambda, \qquad \text{ELD} = t, \qquad \text{DN}x = x\text{ND} = 24^h - \text{T}$$

ed essendo la somma dei tre archi eguale ad una intera circonferenza, si ottiene:

$$24^h - \Lambda + t + 24^h = T + 24^h,$$

cioè

$$T = t - \Lambda + 24^h. \tag{3}$$

Perciò possiamo concludere che in ogni caso fra i valori positivi e $< 24^h$ degli angoli orari T, t e della longitudine Λ del meridiano a cui è riferito t, esiste, a meno di 24^h, o di una intera circonferenza, la relazione

$$T = t - \Lambda\,.$$

Se la longitudine viene misurata con archi $< 12^h$, noi potremo stabilire la relazione che lega i valori positivi (e $< 24^h$) degli angoli orari T e t ed il valore λ della longitudine (a volte positivo, a volte negativo e sempre in valore assoluto $< 12^h$) sostituendo nelle (2) e (3) a Λ il valore λ ricavato dalle (1).

Nel caso della prima delle (1), essendo $\lambda = \Lambda$, si ha, sostituendo nella (2):

$$T = t - \lambda,$$

e nel caso della seconda delle (1), essendo $\lambda = \Lambda - 24^h$ e $\Lambda = 24^h + \lambda$ si ha

$$T = t - \lambda - 24^h.$$

Allo stesso modo, ponendo successivamente nella (3) i valori $\Lambda = \lambda$ e $\Lambda = 24^h + \lambda$, si ha:

$$T = t - \lambda + 24^h$$

e

$$T = t - \lambda\,.$$

Possiamo perciò concludere che in ogni caso *fra i valori positivi e* $\leq 24^h$ *degli angoli orari* T *e* t *ed il valore* λ *della longitudine, esiste,* a $\pm$ *una intera circonferenza* ($\pm\, 24^h$), *la relazione algebrica*

$$\boxed{T = t - \lambda\,, \text{ od anche, } t = T + \lambda, \text{ (alg. !)}}\,. \tag{4}$$

E più precisamente, per la discussione fatta, il valore positivo e $< 24^h$ dell'angolo orario T è uguale:

1° all'angolo orario t diminuito algebricamente del valore di λ (ciò accade quando la differenza algebrica $t - \lambda$ è positiva e $< 24^h$);

2° oppure alla stessa differenza algebrica $t - \lambda$ *accresciuta di* 24^h (ciò accade quando la differenza algebrica $t - \lambda$ è negativa);

3° oppure alla stessa differenza algebrica $t - \lambda$ *diminuita di* 24^h (ciò accade quando la differenza algebrica $t - \lambda$ è positiva e $\geq 24^h$).

Analogamente si può esprimere la relazione

$$t = T + \lambda .$$

Da questa si può ricavare un'altra relazione più generale, considerando gli angoli orari t e t' simultanei del medesimo astro rispetto ai meridiani di longitudine λ e λ'. Essendo T il corrispondente valore dell'angolo orario rispetto al 1° meridiano, ed applicando la (4), si hanno, *a* $\pm$ una circonferenza intera (24^h), le seguenti relazioni:

$$T = t - \lambda , \qquad T = t' - \lambda' ;$$

e, sottraendo membro a membro,

$$(5) \qquad \boxed{t - t' = \lambda - \lambda', \text{ od anche, } t = t' + (\lambda - \lambda'), \text{ (alg.!)}} .$$

Le relazioni ora trovate ci dànno il modo di determinare il valore dell'angolo orario di un astro rispetto ad un dato meridiano qualsiasi quando sia noto il valore della stessa coordinata rispetto ad un altro meridiano dato, e giustificano l'impiego delle seguenti regole:

1° l'angolo orario T di un astro nel 1° meridiano è uguale all'angolo orario simultaneo t del medesimo astro nel meridiano λ, *diminuito algebricamente* del valore della longitudine λ;

2° l'angolo orario t di un astro nel meridiano λ è uguale all'angolo orario simultaneo T del medesimo astro nel 1° meridiano, *aumentato algebricamente* del valore della longitudine λ;

3° (regola generale che comprende le precedenti); l'angolo orario t di un astro nel meridiano λ è uguale all'angolo orario simultaneo t' del medesimo astro nel meridiano λ *aumentato algebricamente* della differenza *algebrica* $(\lambda - \lambda')$;

4° in ognuno dei casi considerati dovendosi esprimere l'angolo orario che si cerca con valori positivi e $< 24^h$, se il risultato ottenuto con le descritte operazioni è negativo, si aggiungono 24^h al risultato stesso; se invece, essendo positivo, è uguale o maggiore di 24^h, si tolgono 24^h.

Dai risultati ottenuti discendono immediatamente queste proposizioni fondamentali:

La differenza di longitudine fra due luoghi è misurata dalla differenza delle ore simultanee del medesimo astro nei due luoghi considerati; $(\lambda - \lambda' = t - t')$.

E, come caso particolare, si ha che *la longitudine di un luogo è misurata dalla differenza delle ore simultanee del medesimo astro nel luogo considerato e nel 1° meridiano* $(\lambda = t - T)$.

Esempi

$t = 1^h26^m30^s$, $\lambda = +6^h12^m38^s$. Trovare T.

$$\begin{aligned} t &= 1^h26^m30^s \\ -\lambda &= -6^h12^m38^s \\ T &= -4^h46^m08^s + 24^h = 19^h13^m52^s. \end{aligned}$$

(Qui abbiamo aggiunto 24^h dopo avere fatto la differenza algebrica $t - \lambda$, e perciò abbiamo ottenuto il risultato finale per mezzo di due sottrazioni. Nella pratica, per rendere il computo più sollecito, è conveniente aggiungere 24^h a t, prima di eseguire la differenza $t - \lambda$ ogni qualvolta si vede che tale differenza è negativa).

$t = 6^h15^m45^s$, $\lambda = -11^h36^m25^s$. Trovare T.

$$\begin{aligned} t &= 6^h15^m45^s \\ -\lambda &= +11^h36^m25^s \\ T &= 17^h52^m10^s \end{aligned}$$

$t = 18^h47^m11^s$, $\lambda = -10^h42^m27^s$. Trovare T.

$$\begin{aligned} t &= 18^h47^m11^s \\ -\lambda &= +10^h42^m27^s \\ T &= +29^h29^m38^s - 24^h = 5^h29^m38^s \end{aligned}$$

$T = 22^h56^m18^s$, $\lambda = +10^h15^m26^s$. Trovare t.

$$\begin{aligned} T &= 22^h56^m18^s \\ +\lambda &= +10^h15^m26^s \\ t &= 33^h11^m44^s - 24^h = 9^h11^m44^s. \end{aligned}$$

$t' = 8^h20^m$, $\lambda' = -10^h$, $\lambda = +11^h$; determinare t

$$\begin{aligned} \lambda - \lambda' &= 11^h - (-10^h) = +21^h \\ +t' & \qquad\qquad\qquad\quad + 8^h20^m \\ t & \qquad\qquad\qquad\quad = 29^h20^m - 24^h = 5^h20^m. \end{aligned}$$

§ 42. Concetto generale della misura del tempo. — Si comprende che, per precisare senza ambiguità l'ordine nel quale si succedono gli avvenimenti, è sufficiente adottare di comune accordo un orologio qualunque il cui indice messo in movimento in un dato istante, scelto come origine dei tempi, descrive indefinitamente, con una ben determinata e conosciuta legge di moto, una circonferenza graduata. Un istante fisico qualsiasi è infatti definito se si conosce il numero di rivoluzioni che l'indice ha compiuto dall'origine fino all'istante considerato, nonchè la graduazione segnata dall'indice medesimo durante l'attuale rivoluzione. Si avrà così, supponendo che l'indice abbia compiuto n rivoluzioni, e segni attualmente la graduazione X, una espressione della forma

$$n \text{ rivoluzioni} + X,$$

la quale definisce l'istante fisico considerato.

In natura esiste una grande varietà di orologi. Consideriamo dapprima il moto del Sole fra le stelle, il quale avviene lungo l'eclittica, ed assumiamo come origine delle rivoluzioni compiute dal Sole sull'eclittica medesima il punto vernale γ. Il Sole [1] (fig. 52), muovendosi con una determinata legge sull'eclittica, si può paragonare alla lancetta di un orologio meccanico. Il numero di rivoluzioni compiute a partire da un passaggio iniziale per il punto γ, e la posizione di S rispetto al punto γ, potranno assumersi per determinare un istante qualsiasi. L'intervallo di tempo trascorso fra due ritorni successivi del Sole al punto vernale, che, in Astronomia Teorica, si dimostra essere in grandezza (sensibilmente) costante, serve appunto a definire una delle grandi suddivisioni del tempo: la durata di questo moto periodico del Sole si dice *anno tropico*, ed è quella che determina il giro delle stagioni e tutto il nostro sistema di cronologia civile.

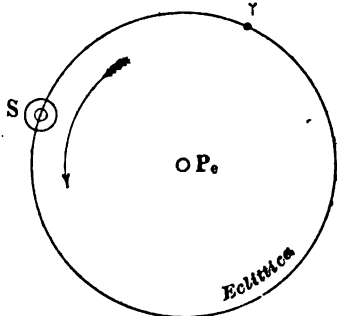



Fig. 52.

Nel passare per i due equinozî e per i due solstizî il Sole determina il principio e la durata delle *quattro stagioni* (donde i nomi dati a questi particolari punti dell'eclittica).

La rotazione diurna (apparente) della sfera celeste offre un altro mezzo di misura del tempo.

---

[1] Nel discorso diremo per brevità *Sole* per indicare la sua *posizione sulla sfera*.

Consideriamo (fig. 53) la faccia Nord dell'equatore; sia PZO la traccia di un meridiano qualsiasi.

Immaginiamo che l'equatore, graduato da 0^h a 24^h a partire dal meridiano superiore nel senso della rotazione diurna della sfera (vedi freccia), rappresenti il quadrante dell'orologio, e PZO sia il meridiano superiore dell'osservatore il cui zenit è in Z; il piede D del cerchio orario di un astro A si assuma per rappresentare l'estremità della lancetta dell'orologio; variando l'angolo orario dell'astro A, questo indice percorrerà il quadrante. Se l'osservatore adotta per origine del tempo un determinato passaggio della lancetta per la posizione 0 (corrispondente ad un dato passaggio dell'astro al proprio meridiano superiore PZO) un istante successivo sarà definito senza ambiguità dalla indicazione del numero intero di rivoluzioni compiute e dell'arco OMD che è l'*angolo orario* dell'astro nell'istante considerato.

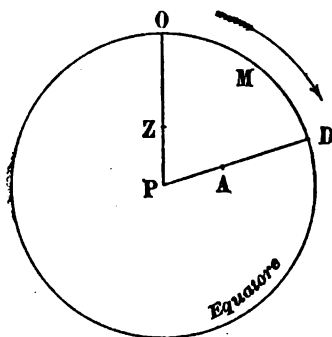



Fig. 53.

Il tempo misurato nel modo ora descritto, cioè col movimento del cerchio orario dell'astro rispetto al meridiano, dicesi *tempo dell'astro*, e l'angolo orario (*espresso sempre con valori positivi e compresi fra* 0^h e 24^h) il quale misura la frazione di rivoluzione compiuta dal cerchio di declinazione dell'astro dopo l'ultimo passaggio al meridiano superiore, dicesi *ora dell'astro* nello zenit (o nel meridiano) considerato.

Una intera rivoluzione, ossia l'intervallo di tempo trascorso fra due passaggi consecutivi dell'astro nel meridiano superiore, dicesi *giorno dell'astro*.

A seconda degli astri che si considerano si hanno diverse specie di tempi e di giorni (*tempi e giorni sidereo, stellare, solare, lunare, planetario*).

Noi distingueremo i tempi in due categorie: *tempi uniformi* e *tempi non uniformi*. Sono uniformi quelli relativi agli astri il cui angolo orario varia in maniera uniforme; diconsi non uniformi quelli relativi agli astri, per i quali tale circostanza non si verifica.

Supponiamo che il polo P dell'equatore intorno al quale avviene la rotazione (apparente) della sfera celeste abbia una posizione rigorosamente fissa fra le stelle [1]. Allora, essendo la rotazione della sfera

---

[1] Con ciò trascuriamo gli effetti dei moti di precessione e nutazione dell'asse terrestre, i quali, d'altra parte, sono lentissimi e certamente trascurabili durante una intera rivoluzione della sfera.

perfettamente uniforme, è manifesto che le variazioni degli angoli orarî dei punti i quali sono fissati sulla sfera (stelle) sono proporzionali ai tempi corrispondenti: in altri termini, nella fatta ipotesi, il tempo di ogni stella è rigorosamente uniforme.

Inoltre essendo la velocità di rotazione (apparente) della sfera celeste uguale alla velocità di rotazione (reale) della Terra, è chiaro che il *giorno di una stella*, ossia il tempo impiegato dal cerchio orario di una stella fissa per compiere un'intera rivoluzione rispetto al meridiano di un dato luogo, è uguale alla *durata di una rotazione terrestre.*

Riguardo agli altri astri che si muovono fra le stelle fisse (astri erranti), vediamo a quali condizioni dovrebbe soddisfare il loro movimento affinchè le variazioni dei rispettivi angoli orarî fossero uniformi.

La variazione dell'angolo orario di un astro errante è la somma di due variazioni distinte: l'una uniforme, dovuta al moto diurno della sfera sulla quale l'astro è situato (ma non fisso), l'altra prodotta dal cambiamento di ascensione retta subìta dall'astro per virtù del moto proprio, e, precisamente, dal *moto in ascensione retta.*

Affinchè l'angolo orario di un astro abbia incrementi uniformi è adunque necessario che la sua ascensione retta vari proporzionalmente al tempo ovvero che il *moto in ascensione sia uniforme.* Ciò, come vedremo meglio fra breve, non accade per gli astri erranti per cui i tempi Solare, Lunare, Planetario non sono uniformi.

Per definizione, *quando il tempo è uniforme*, il piede del cerchio di declinazione descrive rispetto al meridiano archi uguali in tempi uguali, ed allora *la variazione dell'angolo orario può servire a misurare con esattezza gli intervalli trascorsi ed a paragonarli*: in altri termini la durata di un intervallo sarà determinata esattamente e senza ambiguità mediante il numero di ore, minuti e secondi che in esso percorre il piede del cerchio di declinazione.

Quando invece la variazione dell'angolo orario non è uniforme, quantunque ogni particolare valore dell'angolo orario definisca con precisione l'istante cui si riferisce, la variazione dell'angolo da sola (cioè il numero di ore, minuti e secondi percorsi dal piede del cerchio orario) non può servire a misurare e paragonare con esattezza le durate degli intervalli trascorsi.

§ 43. Convenzioni circa i simboli usati per indicare il tempo e l'angolo orario di un astro - Relazioni esistenti fra i valori delle

ore simultanee dello stesso astro rispetto a diversi meridiani ed i valori delle longitudini dei meridiani stessi. — Dalle fatte definizioni risulta che l'*ora di tempo* di un astro e l'*angolo orario* dello stesso astro (riferiti, naturalmente, allo stesso meridiano) hanno il medesimo valore. Difatti, dire che ad un certo istante contasi in un dato meridiano un certo tempo t, equivale a dire che in quell'istante, e rispetto a quel meridiano, l'astro considerato ha un angolo orario di t ore.

Viene perciò spontaneo di indicare quelle due quantità con gli stessi simboli; ma ciò non vuol dire che i due oggetti sieno la stessa cosa, poichè uno definisce un istante e l'altro misura un angolo. Però la confusione fra i due significati non è mai possibile, e la differenza risulta sempre evidente dal contesto del discorso. Pertanto useremo gli stessi simboli per indicare l'uno e l'altro. Per indicare le ore di tempo e gli angoli orarî rispetto allo zenit di Greenwich (1° meridiano) useremo la lettera T, e per indicare gli stessi elementi riferiti ad un altro meridiano qualsiasi useremo la lettera t. Con indici appropriati, da apporsi ai piedi delle lettere stesse, si indicherà l'astro a cui si riferisce l'ora di tempo o l'angolo orario di cui si tratta.

Noi diremo per brevità *ora locale* di un astro l'ora dell'astro riferita ad un dato meridiano qualsiasi, ed *ora di Greenwich* l'ora riferita al 1° meridiano.

Poichè angolo orario ed ora dell'astro hanno lo stesso valore, le relazioni del § 41 servono a stabilire le relazioni fra i valori simultanei delle ore di un medesimo astro rispetto a differenti meridiani ed i valori delle longitudini di questi meridiani.

§ 44. **Tempo sidereo.** — Diremo delle diverse specie di tempo specialmente considerate in Astronomia. Abbiamo supposto nel § 42, parlando del tempo di una stella, che il polo conservi una posizione fissa fra le stelle, mentre esso è soggetto a continui e lenti spostamenti (§ 16). Si può dimostrare che, per tale fatto, l'intervallo fra due passaggi consecutivi di una stella al meridiano (giorno della stella) non è rigorosamente costante, però lo è tanto più quanto più vicina all'equatore è la stella [1]. Perciò, per misurare il tempo, gli astronomi hanno trovato opportuno di prendere, invece di una stella qualsiasi, il punto equinoziale di primavera o punto vernale, il quale sta sempre sull'equatore, di più è l'origine delle ascensioni rette e delle

---

[1] La dimostrazione di questo principio non è affatto difficile, ma non ci pare compatibile con la forma elementare di questo corso.

longitudini celesti. Il tempo misurato col movimento del punto vernale rispetto al meridiano in un determinato luogo dicesi *tempo sidereo* del luogo, ed in conformità delle cose dette l'ora siderea del luogo è l'angolo orario del punto vernale all'istante che si considera.

Di tale angolo orario e delle sue relazioni coll'ascensione retta e coll'angolo orario degli astri abbiamo già detto nel § 20: nei *problemi del tempo* faremo spesso uso di tali relazioni.

Per *unità siderea* si prende l'intervallo fra due passaggi consecutivi del punto vernale nel meridiano superiore, e chiamasi *giorno sidereo.* Il giorno sidereo incomincia in altri termini a 0^h di tempo sidereo, e si dice che è $1^h, 2^h, 3^h, \ldots$ di tempo sidereo quando l'angolo orario del punto γ è $1^h, 2^h, 3^h, \ldots$

Agli accennati spostamenti del polo corrispondono conseguenti spostamenti del punto γ sull'eclittica (§ 18). Tali moti sono tuttavia così lenti che i loro effetti si possono praticamente trascurare nel periodo di una sola rivoluzione, e così si viene implicitamente ad ammettere che il giorno sidereo sia non solo uniforme, ma anche equivalente alla durata di una rotazione terrestre ([1]).

Il giorno sidereo differisce invece pochissimo da tal periodo e *nelle considerazioni che seguono li ammetteremo identici ed uguali anche al giorno di una stella.*

Le misure astronomiche dimostrano che la durata (costante) ([2]) di un *anno tropico* (§ 42) è di 366,2422 (ossia circa 366 $^1/_4$) *giorni siderei*, il che equivale a dire che in quell'intervallo il punto vernale descrive, rispetto ad ogni meridiano terrestre, 366 circonferenze intere più la frazione 0,2422 di circonferenza (ovvero un arco di $5^h48^m46^s$).

§ 45. **Tempo solare.** — L'impiego del tempo sidereo presenterebbe per la vita civile dei grandi inconvenienti, perciò, per la misura del tempo, si fa uso generalmente del tempo solare. L'angolo orario (geocentrico) del Sole rispetto al meridiano di un determinato luogo, misurato nel modo convenuto, dicesi *ora Solare vera* (o anche semplicemente *ora vera*) del luogo, ed indicasi col simbolo t_v, e l'intervallo che separa due passaggi successivi del Sole nel meridiano superiore dicesi *giorno Solare vero.* Il giorno Solare vero di un determinato luogo

---

([1]) Il movimento di precessione non altera l'uniformità del giorno sidereo, invece quello di nutazione fa sì che i giorni siderei non siano rigorosamente eguali. Tuttavia il difetto di uniformità è tanto piccolo che in un periodo di 19 anni oscilla fra $+1^s$ e -1^s (BRÜNNOW, *Astronomia sferica*).

([2]) A tutto rigore la durata dell'anno tropico ha delle lentissime variazioni. Essa diminuisce in 100 anni di circa $0^s,6$.

incomincia all'istante del passaggio del Sole nel meridiano superiore del luogo, cioè a *mezzodì vero*.

Il giorno Solare è più lungo del giorno sidereo perchè il moto in ascensione retta del Sole avviene in senso contrario a quello di rotazione della sfera.

Infatti in un anno tropico il punto vernale compie 366,2422 rivoluzioni diurne, o giorni siderei. Il Sole partecipa a queste rivoluzioni, ma, durante lo stesso intervallo, la sua ascensione retta si accresce di 360°, ossia, in virtù del moto proprio, fa esattamente una rivoluzione in senso contrario; pertanto dall'inizio al termine dell'anno tropico il Sole compie, rispetto ad ogni meridiano terrestre, soltanto 365 intere rivoluzioni (giorni Solari) più la frazione 0,2422 di rivoluzione (ovvero un arco di $5^h48^m46^s$).

L'ascensione retta del Sole non variando uniformemente, il tempo vero presenta l'inconveniente di non essere uniforme. Due cause producono questa irregolarità del movimento del Sole in ascensione retta, e cioè l'inclinazione dell'eclittica sull'equatore, e la non uniformità del movimento del Sole sull'eclittica.

Infatti, essendo l'eclittica obliqua rispetto all'equatore, ad archi eguali percorsi sulla medesima non corrispondono sull'equatore eguali differenze di ascensione retta: quindi anche supponendo uniforme il moto del Sole sull'eclittica, i giorni Solari veri dovrebbero, per ciò solo, essere disuguali. Ma, inoltre, abbiamo veduto (§ 15) che il moto del Sole sull'eclittica non è uniforme. Dalla combinazione di queste due circostanze segue che la durata del giorno Solare vero varia sensibilmente con le stagioni.

§ 46. **La data astronomica e convenzione relativa - Passare dal tempo Solare di Greenwich al tempo Solare di un altro meridiano e viceversa.** — Come origine del tempo Solare vero del 1° meridiano è assunto un determinato passaggio iniziale del Sole vero nel meridiano superiore di Greenwich. Perciò un istante fisico viene definito mediante il tempo Solare di Greenwich con una espressione della forma

(1) $$D^g + T_v,$$

dove D^g indica il numero intero di rivoluzioni (di 24^h) o di giorni Solari veri trascorsi dopo il passaggio iniziale, e T_v è l'ora [1] vera

---

[1] Si ricordi che l'*ora*, secondo le fatte convenzioni, è sempre espressa con valori positivi e $< 24^h$.

del 1° meridiano corrispondente all'istante considerato, la quale misura la frazione di rivoluzione compiuta dopo l'ultimo passaggio.

Nei luoghi di longitudine λ, diversa da zero, si è convenuto di assumere l'origine del tempo Solare vero locale nel seguente modo.

Per i luoghi di longitudine Est (λ compresa fra 0^h e $+12^h$) è scelto il passaggio superiore del Sole che ha *immediatamente preceduto* quello iniziale di Greenwich, per quelli di longitudine Ovest (λ compresa fra -12^h e 0^h) è invece scelto il passaggio che ha *immediatamente seguito* quello iniziale al 1° meridiano.

In questo modo, lo stesso istante definito dalla (1) è individuato col tempo Solare vero locale con un'espressione della forma

$$d^g + t_v,$$

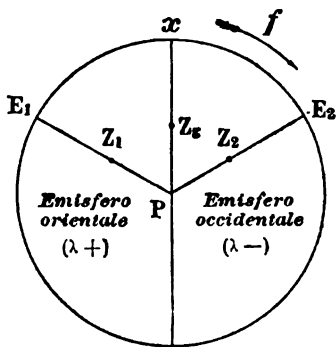
dove d^g è il numero di rivoluzioni (di 24^h) o di giorni Solari veri trascorsi dopo lo scelto passaggio iniziale nel luogo considerato, e t_v è l'ora vera locale simultanea di T_v.

In base a questa convenzione relativa alle origini dei tempi è facile vedere che in ogni istante le quantità D^g e d^g sono legate fra loro dalla seguente relazione generale:

$$[(d^g \times 24^h) + t_v] - [(D^g \times 24^h) + T_v] = \lambda \tag{2}$$

dove t_v e T_v sono le ore locali e di Greenwich corrispondenti all'istante considerato ed espresse con valori positivi $< 24^h$, e λ è la longitudine del meridiano a cui si riferisce t_v, *espressa con valori assoluti compresi fra 0^h e 24^h, e quindi positiva se il meridiano considerato appartiene all'emisfero orientale di Greenwich, negativa nel caso opposto*, come abbiamo già convenuto di fare altrove.

Fig. 54.

La relazione (2) dice, in forma analitica, che la differenza fra le ore Solari trascorse a partire dal passaggio iniziale nel meridiano di longitudine λ fino all'istante considerato, e le ore Solari trascorse [1] a partire dal passaggio iniziale al 1° meridiano fino al medesimo istante, è uguale *in grandezza e*

[1] Il cui valore è equivalente alla somma degli incrementi subiti dall'angolo orario del Sole nell'intervallo.

segno al valore della longitudine espresso nel modo ora detto. È questa infatti la conseguenza della convenzione fatta circa l'origine dei tempi ai diversi meridiani. Per convincersene basta esaminare la fig. 54 dove è rappresentata la faccia Nord dell'equatore QQ', e $PZ_g x$, PZ_1E_1 e PZ_2E_2 sono le tracce del 1° meridiano e di due altri meridiani qualsiasi, e la freccia *f* indica il senso secondo il quale avvengono gli accrescimenti dell'angolo orario.

La (2), risolta rispetto a T_v, dà

$$T_v = t_v - \lambda + (d^g - D^g) \times 24^h. \tag{3}$$

D'altra parte noi sappiamo, per la discussione fatta nel § 41, che, essendo T_v e t_v *espressi con valori positivi compresi fra* 0^h *e* 24^h (e $< 24^h$) [1], e λ *nel modo convenuto*, fra i valori T_v, t_v, simultanei, e λ esistono, a seconda dei casi, le relazioni:

(4)
- $T_v = t_v - \lambda$, quando la differenza algebrica $t_v - \lambda$ è positiva e $< 24^h$;
- $T_v = t_v - \lambda + 24^h$, quando la differenza algebrica $t_v - \lambda$ è negativa;
- $T_v = t_v - \lambda - 24^h$, quando la differenza algebrica $t_v - \lambda$ è positiva e $> 24^h$.

Confrontando la (4) con la (3), si vede che:

nel primo caso : $(d^g - D^g) \times 24^h = \text{zero}$, cioè, $D^g = d^g$,
nel secondo caso : $(d^g - D^g) \times 24^h = 24^h$, cioè, $D^g = d^g - 1$,
nel terzo caso : $(d^g - D^g) \times 24^h = -24^h$, cioè, $D^g = d^g + 1$.

Le stesse relazioni (3) e (4) opportunamente trasformate (per semplicità tralasciamo di svolgere tutta la elementare dimostrazione) provano che:

quando la somma algebrica $T_v + \lambda$ è $+$ e $< 24^h$, $d^g = D^g$,
" " " " è $-$, $d^g = D^g - 1$,
" " " " è $+$ e $> 24^h$, $d^g = D^g + 1$.

Le quantità D^g e d^g, le quali indicano il numero intero di giorni solari trascorsi dall'origine del tempo, si chiamano rispettivamente *data astronomica del 1° meridiano* e *data astronomica locale*. Noi sappiamo che queste date non si contano indefinitamente, ma si scompongono per comodità, in anni, mesi ecc. ecc.

[1] Cioè nel modo convenuto per le *ore di tempo*.

Per le convenzioni fatte rimane implicitamente stabilito che la data astronomica di un dato luogo qualsiasi aumenta di un'unità nell'istante del passaggio del Sole al meridiano superiore medesimo, cioè nel cosidetto " *mezzodì vero* ".

La discussione ora fatta ci offre il mezzo di enunciare la regola per passare dalla data e dall'ora vera di Greenwich alla data ed all'ora vera simultanee locali di un determinato meridiano λ ed inversamente.

1°. *Passare dall'ora e dalla data locale di un noto meridiano all'ora ed alla data di Greenwich.*

Premesso che le ore simultanee T_v, t_v sono sempre espresse con valori positivi $< 24^h$, e che la longitudine λ del meridiano a cui si riferisce t_v viene espressa con valori assoluti compresi fra 0^h, e 12^h ed è positiva se Est, negativa se West si esegue la conversione nel seguente modo.

Si fa la differenza algebrica $t_v - \lambda$, se questa risulta positiva e $< 24^h$ essa ci dà il cercato valore T_v; la data D^g di Greenwich è uguale alla locale d^g. Se la differenza è positiva e $\geqslant 24^h$ si sottraggono 24^h da essa ed il risultato così ottenuto è uguale a T_v; la data di Greenwich è maggiore di un' unità della data locale. Se la differenza è negativa si aggiungono ad essa algebricamente 24^h ed il risultato è uguale a T_v; la data di Greenwich è minore di un'unità della data locale.

2°. *Passare dall'ora e dalla data di Greenwich all'ora ed alla data locale di un altro meridiano.* Si fanno le medesime premesse della regola precedente.

Si fa la somma algebrica $T_v + \lambda$; se questa risulta positiva e $< 24^h$, essa ci dà il cercato valore di t_v; la data locale e quella di Greenwich sono uguali fra loro. Se la somma è positiva e $> 24^h$, si sottraggono 24^h da essa, ed il risultato è uguale al cercato valore di t_v; la data locale è maggiore di un'unità della data di Greenwich. Se la somma è negativa si aggiungono ad essa algebricamente 24^h e si ottiene t_v; la data locale è minore di un'unità della data di Greenwich.

ESEMPI

$T_v = 8^h20^m17^s$ del 15 Gennaio 1913. Trovare t_v e la data locale in uno zenit di longitudine $\lambda = + 2^h19^m45^s$.

15 Gennaio 1913 ,	$T_v =$	$8^h20^m17^s$
	$+\lambda =$	$2^h19^m45^s$
15 Gennaio 1913 ,	$t_v =$	$10^h40^m02^s$

$T_v = 9^h41^m30^s$ del 2 Agosto 1913. Trovare t_v e la data locale nel meridiano di longitudine $\lambda = -10^h55^m15^s$.

$$\begin{array}{lrl} \text{2 Agosto 1913,} & T_v = & 9^h41^m30^s \\ & +\lambda = - & 10^h55^m15^s \\ \hline & t_v = - & 1^h13^m45^s + 24^h \text{ del 1 Agosto 1913}, \quad t_v = 22^h46^m15^s. \end{array}$$

$t_v = 18^h27^m14^s$ del 5 Settembre 1913; $\lambda = +1^h35^m10^s$. Trovare T_v e la data di Greenwich.

$$\begin{array}{lrl} \text{5 Settembre 1913,} & t_v = & 18^h27^m14^s \\ & -\lambda = - & 1^h35^m10^s \\ \hline \text{5 Settembre 1913,} & T_v = & 16^h52^m04^s \end{array}$$

$t_v = 6^h45^m22^s$ del 19 Ottobre 1913; $\lambda = +10^h37^m40^s$. Trovare T_v e la data di Greenwich.

$$\begin{array}{lrl} \text{19 Ottobre 1913,} & t_v = & 6^h45^m22^s \\ & -\lambda = - & 10^h37^m40^s \\ \hline & T_v = - & 3^h52^m18^s + 24^h \text{ del 18 Ottobre 1913}, \ T_v = 20^h07^m42^s. \end{array}$$

§ 47. **Conservazione della data in mare - Doppia data dell'antimeridiano di Greenwich.** — Il navigante conserva la data della regione ove si trova attualmente, basandosi sul naturale avvicendarsi dei giorni solari, salvo a modificare la regola nel caso eccezionale seguente.

Consideriamo due meridiani molto vicini all'antimeridiano di Greenwich (detto anche meridiano 180^0 o 12^h), e sieno

$$\lambda_1 = 12^h - \varepsilon, \qquad \lambda_2 = -(12^h - \varepsilon),$$

le loro rispettive longitudini, ε essendo un arco positivo molto piccolo (ad es. una frazione di secondo). Sia un'epoca od istante qualsiasi definito in tempo vero di Greenwich, $T_v = 18^h25^m$, 4 Marzo.

Sieno t'_v e t''_v le ore vere simultanee di T_v nei meridiani λ_1 e λ_2; secondo le convenzioni del § precedente si avrà nel meridiano λ_1:

$$\begin{array}{lrl} \text{4 Marzo,} & T_v = & 18^h25^m \\ & +\lambda_1 = & +(12^h - \varepsilon) \\ \hline \text{5 Marzo,} & t'^v = & 30^h25^m - 24^h - \varepsilon, \text{ ossia} \\ \text{5 Marzo,} & t'_v = & 6^h25^m - \varepsilon, \end{array}$$

e nel meridiano λ_2:

$$\begin{array}{lrl} \text{4 Marzo,} & T_v = & 18^h 25^m \\ & +\lambda_1 = & -(12^h - \varepsilon) \\ \hline \text{4 Marzo} & t''_v = & 6^h 25^m + \varepsilon. \end{array}$$

Si vede che nel medesimo istante la differenza dei tempi veri dei due meridiani è molto prossima ad 1 giorno (od a 24^h); se ε si riduce a zero, applicando la convenzione sulle date, si è condotti ad attribuire al tempo del meridiano 12^h due date differenti di un'unità. Questo meridiano non ha dunque una data precisa, ma l'ambiguità non esiste che per i luoghi che vi si trovano esattamente.

Per mantenere la propria data in accordo con quella dei meridiani che attraversa, il navigante è obbligato, per quanto si è detto ora, di aumentarla o di diminuirla di un'unità appena passato il meridiano 12^h. L'antimeridiano di Greenwich rappresenta dunque la *linea di cambiamento di data* (o di separazione delle date).

Infatti, supponiamo che la nave tagli questo meridiano nell'istante definito poco fa. Se il passaggio ha luogo da λ_2 a λ_1, passando cioè dall'emisfero Occidentale (rispetto a Greenwich) all'Orientale [1], il tempo Astronomico locale varia improvvisamente da 4 Marzo ($6^h 25^m$) a 5 Marzo ($6^h 25^m$), ed il giorno seguente, a mezzodì vero, la data diventerà 6 Marzo, mentre nel mezzodì precedente la data era diventata 4 Marzo: perciò vi sarà un *salto di data*.

Andando da λ_1 a λ_2, passando cioè dall'emisfero Orientale all'Occidentale [1], l'effetto è inverso: nell'istante del passaggio il tempo locale passa da 5 Marzo ($6^h 25^m$) a 4 Marzo ($6^h 25^m$) e nel mezzodì seguente la data diventerà 5 Marzo, come nel mezzodì precedente: vi sarà dunque un *raddoppiamento di data*.

§ 48. **Tempo solare medio.** — La convenienza di usare il tempo Solare per definire le epoche e la durata degli avvenimenti è evidente. Ma, d'altra parte, il tempo Solare vero ha il grave inconveniente di non essere uniforme.

Si trovò, pertanto, indispensabile, anche nelle consuetudini civili, di abbandonare l'uso del tempo Solare vero che abbiamo già descritto, per sostituirvi quello del *tempo Solare medio*.

---

[1] È manifesto che ciò accade quando la nave taglia l'antimeridiano di Greenwich con rotta nei quadranti *West* cioè compresa fra 180° e 360°).

[2] Cioè con rotta nei quadranti *Est* (0° — 180°).

La durata del giorno Solare medio è quella che risulterebbe dal prendere la media fra le durate di un numero infinitamente grande di giorni veri. Il principio del giorno Solare medio si suol collocare in Astronomia in un istante non molto diverso dal *mezzodì vero*, ma, generalmente, non coincidente con questo.

L'andamento del tempo medio è fondato sulle condizioni seguenti:

Consideriamo il moto variabile del Sole lungo l'eclittica e immaginiamo che, contemporaneamente ad esso, si muova, pure sull'eclittica, un Sole fittizio con moto uniforme, in guisa da compiere una rivoluzione intera *fra le stelle* in un periodo esattamente uguale a quello che impiega il Sole vero. A tal fine si suppone che l'uno e l'altro partano insieme dal perigeo p (vedi fig. 17 del § 15); dopo mezza rivoluzione essi arriveranno insieme all'apogeo a, e, dopo una intera rivoluzione, ritorneranno ancora insieme al perigeo [1]. Fuori di questi due punti i due Soli si troveranno ad occupare sull'eclittica posizioni diverse; e, siccome gli equinozî non corrispondono all'apogeo e al perigeo, ma ne sono distanti quasi di un angolo retto (99°; vedi § 15), il Sole fittizio passerà agli equinozî in un'epoca differente dagli istanti in cui passa il Sole vero.

Poniamo ora che, contemporaneamente al Sole fittizio dal moto uniforme, si trovi nell'equinozio di primavera (o punto vernale) un terzo Sole, che chiameremo *Sole medio*, e facciamo che, mentre quello percorre l'eclittica con moto uniforme, il Sole medio percorra, con moto uniforme l'equatore nel medesimo senso, e che pertanto ad ogni istante l'ascensione retta del Sole medio sia uguale alla longitudine del Sole fittizio (detta *longitudine media del Sole*). Il moto del Sole medio in ascensione retta essendo per definizione uniforme, uniformi pure saranno le variazioni del suo angolo orario. Quindi, ammettendo che il *mezzodì medio* (o il principio del giorno Astronomico solare medio) sia determinato dal passaggio del Sole medio nel meridiano superiore, è palese che l'intervallo fra due tali mezzodì sarà costante, e questa è la durata che si chiama *giorno medio*.

Dunque, riassumendo, diremo: Il *mezzodì medio* di un luogo è determinato ogni giorno dal passaggio nel meridiano superiore del Sole medio, cioè di quel punto dell'equatore la cui ascensione retta è costantemente uguale alla longitudine media del Sole vero. E l'*ora media* di un luogo è in ogni istante uguale all'angolo orario del Sole medio

[1] È noto infatti (§ 15), che i semicerchi pya ed ayp sono percorsi in tempi uguali, per virtù della seconda legge di Keplero.

rispetto al meridiano locale; essa è indicata col simbolo t_m. L'ascensione retta del Sole medio chiamasi semplicemente *ascensione retta media*. Noi la indicheremo col simbolo α_m.

Chiamasi *equazione del tempo vero* [1] ed indicasi con ε_v, l'eccesso positivo o negativo dell'ora di tempo medio sulla simultanea di tempo vero, o, meglio ancora, la *correzione* additiva o sottrattiva da farsi all'ora vera per ottenere l'ora media simultanea:

$$t_m = t_v + \varepsilon_v \quad \text{(alg.!)} \tag{1}$$

L'equazione del tempo si annulla in quattro epoche dell'anno, cioè al 15 Aprile, 14 Giugno, 31 Agosto e 24 Dicembre. Le epoche corrispondenti ai massimi dell'equazione del tempo sono invece

	12 Febbraio	14 Maggio	26 Luglio	18 Novembre [2]
ε_v...	$+ 14^m 31^s$	$- 3^m 53^s$	$+ 6^m 12^s$	$- 16^m 18^s$

(Le date citate sono approssimate).

Come si vede, la massima differenza fra i valori delle ore simultanee t_m e t_v è di $^1/_4$ d'ora circa.

La nota formula generale (§ 20)

$$t + \alpha = t' + \alpha' ,$$

applicata al Sole vero ed al Sole medio dà

$$t_v + \alpha_v = t_m + \alpha_m ,$$

dove α_v è l'ascensione retta del Sole vero, e gli altri simboli hanno il significato sopra stabilito.

Si ha pertanto

$$t_m = t_v + \alpha_v - \alpha_m .$$

Confrontando questa relazione con la (1), si ottiene

$$\varepsilon_v = \alpha_v - \alpha_m$$

Dicesi *equazione del tempo medio*, ed indicasi con ε_m, la *correzione* additiva o sottrattiva da farsi all'ora media per ottenere l'ora vera simultanea. Ossia

$$t_v = t_m + \varepsilon_m \quad \text{(alg.!)} \tag{1bis}$$

[1] La parola *equazione* è adoperata in Astronomia nel senso di differenza fra due quantità (generalmente poco diverse fra loro), ossia di *correzione* che si deve applicare all'una per avere l'altra.

[2] Considerando la variazione di questo elemento diremo che la sua variazione massima nell'intervallo di 1 giorno è di 30^s circa, ed ha luogo nell'ultima decade di Decembre (ciò vuol dire che la differenza fra giorno vero e giorno medio non supera mezzo minuto).

Ed è chiaro che, per le definizioni date,

$$\boxed{\varepsilon_m = -\varepsilon_v} \quad , \qquad (\varepsilon_m = \alpha_m - \alpha_v) \cdot$$

L'equazione del tempo essendo sempre molto piccola (talvolta nulla), il Sole vero ed il Sole medio passano al meridiano a distanza di pochi minuti (e talora insieme); conviene perciò attribuire la medesima data al giorno vero ed al giorno medio che hanno inizio nei due istanti prossimi, corrispondenti ai transiti del Sole vero e del Sole medio.

Quindi, per la *data astronomica del tempo medio* si segue la medesima convenzione fatta circa il tempo vero (§ 46), e valgono le medesime regole per passare dalla data e dall'*ora media di Greenwich* a quella di un altro meridiano, ed inversamente. Basterà sostituire nelle relazioni del § 46 ai simboli T_v e t_v rispettivamente T_m e t_m.

§ 49. **Tempo astronomico e tempo civile.** — Con le convenzioni da noi stabilite, *il giorno astronomico di un astro qualunque incomincia nell'istante del passaggio dell'astro nel meridiano superiore*; in altri termini in questo istante l'orologio astronomico, regolato sull'astro, segna 0^h.

Il *giorno Solare civile*, avendo origine a mezzanotte, incomincia 12 ore prima del giorno astronomico ed ha la stessa data. Secondo la vecchia consuetudine il giorno civile si suddivide in due periodi di 12^h, i quali si distinguono con le denominazioni *mattino* od *antimeriggio*, e *sera* o *pomeriggio*. Così facendo, l'ora od angolo orario *civile* si conta da 0^h a 12^h, a partire dal meridiano inferiore, il mattino; da 0^h a 12^h, a partire dal meridiano superiore, la sera. Si vede che il tempo civile ha la medesima espressione dell'astronomico nell'intervallo di tempo che va dal mezzodì alla mezzanotte seguente. Invece fra la mezzanotte ed il mezzodì seguente, il tempo civile è espresso con una data il cui valore supera di un'unità la data astronomica corrispondente, e l'ora civile è minore di 12^h della astronomica.

Così le 6^h pomeridiane del 20 Maggio corrispondono alle 6^h astronomiche del 20 Maggio.

Le 2^h antimeridiane del 14 Aprile sono le 14^h astronomiche del 13 Aprile.

Oggidì la maggior parte delle nazioni ha abbandonata la suddivisione del giorno *civile* nelle due parti mattino e sera, e le ore si

contano da 0^h a 24^h, *sempre però a partire dalla mezzanotte*. Per passare dal tempo civile così espresso all'astronomico corrispondente, se le ore sono minori di 12^h, si aumentano di 12^h e si diminuisce la data civile di un giorno. Se le ore civili superano 12^h, basta togliere 12^h mantenendo la stessa data.

Reciprocamente: per passare dal tempo astronomico al civile, se le ore sono minori di 12^h, si aggiungono 12^h, mantenendo la data; se sono maggiori di 12^h, si tolgono 12^h e si aumenta di un giorno la data.

Il 4 Novembre, 8^h di tempo civile equivale al 3 Novembre, 20^h di tempo astronomico.

Il 2 Marzo 16^h di tempo civile equivale al 2 Marzo, 4^h di tempo astronomico.

§ 50. **Relazione fra il giorno medio ed il giorno sidereo.** — Nel § 44 si è detto che l'anno tropico ha la durata costante di 366,2422 giorni siderei (uniformi); nello stesso intervallo l'ascensione retta del Sole vero variando esattamente, per definizione, di 360° o 24^h, il Sole fa una rivoluzione di meno rispetto al meridiano, e quindi trascorrono 366,2422 — 1 = 365,2422 giorni solari veri.

Di qui è facile concludere che la *durata media* del giorno Solare vero, ossia la lunghezza del *giorno medio*, è misurata in tempo sidereo dal rapporto:

$$\frac{366,2422}{365,2422}$$

ovvero

$$1 \text{ giorno medio} = \frac{366,2422}{365,2422} = 1,0027391 \text{ giorno sidereo.}$$

Ed essendo 1 giorno = 24^h, e la frazione 0,0027391 di 24^h uguale a $3^m56^s,56$, possiamo dire che *la durata di un giorno medio è uguale a quella di un giorno sidereo più* $3^m56^s,56$ *di tempo sidereo.*

Inversamente si troverà che *un giorno sidereo comprende*

$$\frac{365,2422}{366,2422} \text{ giorni medî,}$$

ossia *la durata di un giorno sidereo è uguale a quella di un giorno medio meno* $3^m55^s,91$ *di tempo medio.*

Riassumendo ed esprimendo il giorno nelle sue suddivisioni (ore, minuti, secondi)

$$24^h \text{ medie} = 24^h \text{ sideree} + 3^m56^s,56 \text{ di tempo sidereo}$$
$$24^h \text{ sideree} = 24^h \text{ medie} - 3^m55^s,91 \text{ di tempo medio.}$$

Da queste relazioni è facile dedurre:

1°) in tempo sidereo la durata di un'ora, di un minuto ecc., di tempo medio,

2°) in tempo medio la durata di un'ora, di un minuto ecc., di tempo sidereo.

E si ottiene:

1 ora media	$= 1^h$ siderea	$+ 9^s,8566$	di tempo	sidereo ,
1 ora siderea	$= 1^h$ media	$- 9^s,8295$	„ „	medio ,
1 min. medio	$= 1^m$ sidereo	$+ 0^s,1642$	„ „	sidereo ,
1 min. sidereo	$= 1^m$ medio	$- 0\ ,1638$	„ „	medio ,
1 sec. medio	$= 1^s$ sidereo	$+ 0^s,0027$	„ „	sidereo ,
1 sec. sidereo	$= 1^s$ medio	$- 0^s,0027$	„ „	medio ,

Analogamente si ottengono i valori di n ore di n minuti o di n secondi di tempo sidereo, o di tempo medio.

Per esempio:

n minuti siderei $= n$ minuti medî $- n\ 0^s,1638$ di tempo medio,
n ore medie $= n$ ore sideree $+ n\ 9^s,8566$ „ „ sidereo.

§ 51. **Conversione d'intervalli (medî in siderei, e siderei in medî).** — Con queste relazioni si trova facilmente il modo di esprimere in una delle due unità (siderea e media) le durate del tempo date nell'altra unità, ossia di *convertire gli intervalli di tempo medio negli equivalenti intervalli di tempo sidereo e viceversa.*

In generale se I_m è il numero che misura in *tempo medio* la durata di un dato intervallo, ed H_m, M_m, S_m sono rispettivamente i numeri delle ore, dei minuti e dei secondi che lo esprimono, il numero I_s, il quale misura in *tempo sidereo* la durata dello stesso intervallo, si ottiene con la relazione:

$$I_s = I_m + 9^s,8566\ H_m + 0^s 1642\ M_m + 0^s,0027\ S_m. \tag{1}$$

Ed, inversamente, se I_s è il numero che misura in *tempo sidereo* la durata di un dato intervallo, ed H_s, M_s, S_s sono rispettivamente i numeri delle ore, dei minuti e dei secondi che lo esprimono, il numero I_m il quale misura in *tempo medio* lo stesso intervallo è dato dalla relazione:

$$I_m = I_s - 9^s,8295\ H_s - 0^s,1638\ M_s - 0^s,0027\ S_s. \tag{2}$$

I differenti termini che servono a calcolare il valore dell'intervallo sidereo nell'espressione (1) e dell'intervallo medio nell'espres-

sione (2), sono dati in tavole apposite. Queste tavole si trovano in tutte le raccolte ed anche nelle appendici delle Effemeridi Nautiche. Esse hanno per argomento i numeri H, M, S di ore, di minuti e di secondi dell'intervallo I da convertire.

Citiamo ad esempio la tavola ausiliaria delle Effemeridi Astronomiche Italiane intitolata "*Accelerazione del tempo sidereo sul medio e ritardo del medio sul sidereo*". Ivi nella colonna "*Accelerazione*" sono dati i valori delle quantità $9^s,8566$ H e 0^s1642 M, che, *aggiunte* al valor numerico I_m dell'intervallo misurato in *tempo medio* (relazione 1) dànno l'equivalente intervallo *sidereo* I_s; nella colonna "*Ritardo*" sono dati i valori delle quantità $9^s,8295$ H e 0^s1638 M, che, *sottratte* al valor numerico I_s dell'intervallo misurato in *tempo sidereo* (relazione 2), dànno l'equivalente intervallo medio I_m. Il motivo delle denominazioni "*Accelerazione*" e "*Ritardo*" sta nel fatto che le quantità così chiamate, in realtà misurano l'*accelerazione* dell'orologio sidereo sul tempo medio, ed inversamente il *ritardo* dell'orologio medio sul sidereo nell'intervallo considerato; pertanto le (1) e (2) si usano scrivere semplicemente nella forma seguente:

Conversione di I_m, intervallo *medio*, nell'equivalente *sidereo*:

$$(1^{bis}) \quad \boxed{I_s = I_m + A} \quad (A = 9^s,8566\,H + 0^s,1642\,M + 0^s,0027\,S);$$

Conversione di I_s, intervallo *sidereo*, nell'equivalente *medio*:

$$(2^{bis}) \quad \boxed{I_m = I_s - R} \quad (R = 9^s,8295\,H + 0^s,1638\,M + 0^s,0027\,S);$$

dove A e R sono rispettivamente l'*accelerazione* ed il *ritardo* considerati poc'anzi.

Indicando con t_s, t_m, α_m tre valori simultanei dell'angolo orario sidereo, dell'angolo orario medio e dell'ascensione retta media, e con t'_s, t'_m, α'_m i valori delle stesse quantità corrispondenti ad un istante posteriore al precedente, si ha, per la relazione generale 1 del § 20,

$$\begin{array}{c} t_s = t_m + \alpha_m \\ t'_s = t'_m + \alpha'_m \\ \hline t'_s - t_s = t'_m - t_m + \alpha'_m - \alpha_m , \end{array}$$

e, poichè le quantità $t'_s - t_s$ e $t'_m - t_m$ sono, rispettivamente, le variazioni subìte dall'ora siderea e media fra i due istanti considerati e, quindi, per definizione, misurano coll'unità siderea e media la du-

rata dell'intervallo compreso fra i due istanti medesimi, si può scrivere

$$I_s = I_m + (\alpha'_m - \alpha_m).$$

La quantità $(\alpha'_m - \alpha_m)$, cioè la variazione dell'ascensione retta media è sempre positiva, e pertanto la relazione ora trovata ci dice che, se vien dato I_m, e si vuole determinare l'equivalente I_s, bisogna aggiungere al valor numerico di I_m la variazione di α_m nel dato intervallo; se, al contrario, è dato I_s, per ottenere l'equivalente I_m, bisogna sottrarre al valor numerico di I_s la variazione di α_m nell' intervallo dato.

Confrontando questo risultato colle relazioni (1^{bis}) e (2^{bis}) si vede che:

1°) la quantità A (*accelerazione*) è la quantità di cui varia l'ascensione retta media nel dato numero di ore e di minuti *medî*;

2) la quantità R (*ritardo*) è la quantità di cui varia l'ascensione retta media nel dato numero di ore e di minuti ecc. *siderei.*

Così rimane stabilito che l'ascensione retta media *aumenta* in ragione di $3^m56^s,56$ in un giorno medio, e quindi in 1^h media (24^a parte del giorno medio) di $9^s,8566$, in 1^m medio di $0^s,1642$ ecc. ecc. Analogamente, in un giorno sidereo α_m *aumenta* di $3^m55^s,91$, ed in 1^h siderea di $9^s,8295$ ecc. ecc.

ESEMPI

1°. Determinare l'intervallo sidereo I_s equivalente all'intervallo medio $I_m = 12^h27^m48^s$.

$I_m =$	$12^h\,27^m\,48^s$	Accelerazione per 12^h =	$1^m\,58^s,28$
Accelerazione = +	$2\ \ 02,88$	Accelerazione per 28^m =	$4,60$
I_s =	$12^h\,29^m\,50^s,88$	Accelerazione =	$2^m\,02^s,88$

2°. Determinare l'intervallo medio I_m equivalente all'intervallo sidereo $I_s = 21^h17^m10^s$.

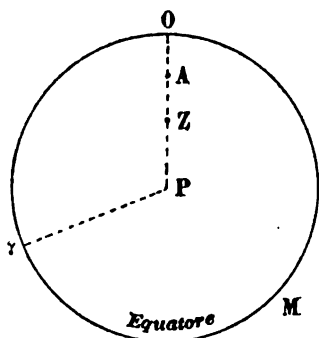
I_s =	$21^h17^m10^s$	Ritardo per 21^h =	$3^m26^s,42$
Ritardo =	$-3\ \ 29,20$	Ritardo per 17^m =	$2,78$
I_m =	$21^h13^m40^s,80$	Ritardo =	$3^m29^s,20$

§ 52. **Ora siderea corrispondente all'istante del passaggio di un astro nel meridiano superiore - Ora siderea a mezzodì medio.** — La fig. 55 rappresenta la faccia Nord dell'equatore. Sia PZO la traccia del meridiano dell'osservatore il cui zenit è Z.

Ci proponiamo di dimostrare che *nell' istante in cui un astro passa nel meridiano superiore* PZO, *ossia quando il suo angolo orario è nullo* ($t = 0^h$), *l'ascensione retta dell'astro è uguale all'angolo orario del punto vernale* (*ora siderea*). Infatti, sia γ la posizione del punto vernale nell'istante in cui l'astro A è nel meridiano PZO. Ricordando il senso nel quale si contano le ascensioni rette (diretto) e gli angoli orarî (retrogrado) si vede in figura che:

Fig. 55.

$$\gamma MO = \alpha$$
$$OM\gamma = \tau_s ,$$

dove α è l'ascensione retta dell'astro, e τ_s è l'ora siderea od angolo orario del punto vernale rispetto al meridiano PZO in cui si trova l'astro stesso. E poichè $OM\gamma = \gamma MO$, si ha, per un *astro qualsiasi* di cui α è l'ascensione retta,

$$\boxed{\tau_s = \alpha} ,$$

ossia: nell'istante del passaggio al meridiano superiore l'*ascensione retta dell'astro è uguale all'ora siderea locale.*

Applicando questo principio generale al *Sole medio*, si ha

$$\boxed{\tau_s = \alpha_m} ,$$

ossia: *nell'istante del mezzodì medio* ($t_m = 0^h$) *l'ascensione retta del Sole medio e l'ora siderea locale hanno il medesimo valore.*

Potevamo giungere alla stessa conclusione, considerando la relazione generale (1) del § 20

$$t_s = t + \alpha ,$$

che applicata al Sole medio dà

$$t_s = t_m + \alpha_m .$$

Ponendovi $t_m = 0$, ed indicando con τ_s il corrispondente valore dell'ora siderea si ha la relazione:

$$\tau_s = \alpha_m ,$$

poc'anzi dimostrata per via diretta.

§ 53. **Conservazione del tempo.** — L'ora siderea e l'ora media di un dato meridiano qualsiasi vengono *conservate* meccanicamente mediante l'*orologio sidereo* e l'*orologio medio.*

Si chiama *orologio sidereo* uno strumento meccanico il cui quadrante è diviso in 24 ore ed il cui indice è animato da un moto di rotazione uniforme eguale a quello (apparente) della sfera celeste, e regolato in modo da indicare zero ore ogni qualvolta il punto vernale passa in un dato meridiano assunto come regolatore. È manifesto che in tal modo l'indice dell'orologio segna in ogni istante il valore del tempo sidereo del meridiano dato; per tanto dicesi che l'orologio è *regolato sul tempo sidereo di quel meridiano.*

L'*orologio medio* è uno strumento meccanico simile al precedente, il cui indice ha un moto di rotazione uniforme eguale a quello (apparente) del cerchio orario del Sole medio ed è regolato in maniera da indicare 0^h ogni qualvolta il Sole medio passa nel meridiano superiore considerato. Così in ogni istante l'indice segna il valore del tempo medio del dato meridiano e perciò dicesi che è *regolato sul tempo medio di quel meridiano.*

Gli orologi sidereo e medio di cui fanno uso il navigante ed il geodeta sono il *cronometro sidereo* ed il *cronometro medio.* Essi sono costruiti in maniera da prestarsi al trasporto. Sulle navi, in generale, si hanno soltanto cronometri medî.

È invalso l'uso di graduare i quadranti dei cronometri *medî* da 0^h a 12^h invece che da 0^h a 24^h. Donde viene che il cronometro segna l'ora media con ambiguità di 12^h. Per es., quando il cronometro indica 6^h, l'angolo orario del Sole medio può essere 6^h oppure 18^h; in altri termini, il cronometro segna le ore secondo l'antica usanza civile. L'ambiguità è solo apparente se il cronometro è regolato sul tempo medio del meridiano in cui si trova l'osservatore o di uno prossimo, non essendo possibile confondere le ore antimeridiane colle pomeridiane. Non è così quando il cronometro segni l'ora di un meridiano molto differente da quello occupato dall'osservatore.

Poichè il cronometro medio che usa il navigante è sempre *regolato sull'ora media del 1º meridiano,* conviene soffermarsi un po' sull'argomento.

D'altra parte in tutti i problemi pratici della nautica si presenta la necessità di conoscere, non solo l'ora di Greenwich, ma anche la relativa data astronomica (D) che, come si è visto nel § 46, può essere uguale, oppure può differire di un'unità in più od in meno da quella locale (*d*). È dunque necessario dire in base a quale criterio

si stabilisca la data del 1° meridiano corrispondente all'ora dello stesso meridiano ottenuta per mezzo del cronometro e si elimini ogni ambiguità sul valore effettivo dell'ora medesima.

Per mezzo dei comuni orologi si ha sempre un valore, sia pure approssimato, del tempo medio del proprio meridiano o di un meridiano prossimo, e, ad ogni modo, sono sempre note la longitudine del meridiano sul quale è regolato il tempo medesimo, e la relativa data. Note adunque l'ora e la data nella forma civile si passa alla corrispondente espressione astronomica (§ 49) e sono così determinate le seguenti quantità:

t_m, appr. ora media astronomica di un dato meridiano λ sul quale è regolata l'ora della regione in cui si è,
d, data astronomica dello stesso meridiano [1].

È quanto basta per poter determinare, colle norme del § 46, le corrispondenti quantità

T_m, ora media di Greenwich, approssimata;
D, data di Greenwich corrispondente.

ESEMPI

1°. Il cronometro regolato sul tempo medio di Greenwich segna

$$3^h\ 15^m\ 20^s.$$

In quell'istante nella regione dove si trova l'osservatore sono circa le $8^h\ ^1/_4$ antimeridiane del 3 Maggio (ora e data civile). Il tempo del luogo è regolato sul meridiano 5^h Est. Quali sono l'ora e la data astronomica di Greenwich nell'istante considerato?

2 Maggio, t_m appr.	$20^h 15^m$	Il tempo medio esatto di Greenwich è quindi:
$-\lambda$	-5	
2 Maggio, T_m appr.	$15^h 15^m$	2 Maggio, $T_m = 15^h 15^m 20^s$

2°. Il cronometro della nave, regolato sul tempo medio di Greenwich segna

$$5^h\ 05^m\ 12^s.$$

Il tempo di bordo è regolato sul tempo del meridiano 11^h West, e sono circa le 6^h pomeridiane del 26 Marzo (ora e data civile). Determinare l'ora e la data astronomiche di Greenwich nell'istante considerato.

---

[1] Vedremo in seguito che tanto in terra quanto in mare è generalmente convenuto di regolare il proprio tempo su di un meridiano prossimo a quello medio del paese o della regione in cui ci si trova. È quasi sempre un meridiano che dista dal 1° di un numero intero di ore. Quindi il passaggio dall'ora propria a quella simultanea di Greenwich si fa con un semplicissimo calcolo mentale (somma o sottrazione).

26 Marzo, t_m appr.	6^h	Il tempo medio esatto di Greenwich
$-\lambda$	$+11$	è quindi:
26 Marzo, T_m appr.	17^h	26 Marzo, $T_m = 17^h\,05^m\,12^s$.

3°. Il cronometro della nave, regolato sul tempo medio di Greenwich segna

$$2^h\,43^m\,14^s.$$

Il tempo di bordo è regolato sul tempo del meridiano 4^h West, e sono circa le $10^h\,{}^3/_4$ antimeridiane del 2 Agosto (ora e data civile). Determinare l'ora e la data astronomiche di Greenwich nell'istante considerato.

1 Agosto, t_m appr.	22^h45^m	Il tempo medio esatto di Greenwich
$-\lambda$	$+4$	è quindi:
2 Agosto, T_m appr.	2^h45^m	2 Agosto, $T_m = 2^h43^m14^s$.

Osservazione. — Per motivi d'indole pratica non è affatto conveniente ammettere l'ambiguità di 12^h nelle indicazioni del cronometro sidereo poichè l'eliminarla richiederebbe ragionamenti meno semplici di quelli richiesti nel caso del cronometro medio. Pertanto, salvo casi eccezionali, i quadranti dei cronometri siderei sono divisi in 24^h.

§ 54. **Il tempo sidereo e la data.** — Il tempo sidereo non ha una data particolare, ma per individuare con esso un istante si usa attribuirgli la data del giorno medio a cui appartiene l'ora siderea considerata.

Conviene tuttavia notare che, in talune particolari circostanze, l'indicazione dell'ora siderea e della data del giorno medio che la contiene non è sufficiente ad individuare senza ambiguità l'istante a cui si riferisce.

Difatti, poniamo che si abbiano due orologi, di cui uno, M, conservi l'ora media di un determinato meridiano e l'altro, S, conservi l'ora siderea dello stesso meridiano.

All'istante di un determinato mezzodì medio del meridiano considerato, l'orologio M segnerà 0^h, invece l'orologio S segnerà l'ora siderea τ_s (vedi § 52). Trascorse 24 ore medie, l'orologio M ritornerà a segnare 0^h, mentre l'orologio S, la cui lancetta percorre in un giorno medio un intero quadrante (di 24^h) più un arco di $3^m56^s,56$, segnerà l'ora $\tau_s + 3^m56^s,56$. Ne segue che nell'intervallo di un giorno medio l'orologio sidereo segna due volte (a distanza di 24 ore sideree) le ore che hanno i valori compresi fra

$$\tau_s \quad e \quad \tau_s + 3^m56^s,56,$$

ossia fra:

il valore dell'ora siderea corrispondente al mezzodì medio che inizia il giorno considerato, e

il valore dell'ora siderea corrispondente al mezzodì medio che termina lo stesso giorno medio.

L'ambiguità adunque esiste quando l'ora siderea considerata definisce un istante molto prossimo all'inizio ed al termine del giorno medio al quale appartiene.

Riassumendo, possiamo concludere che « l'ora *siderea* e la data del giorno *medio* a cui essa appartiene, definiscono senza ambiguità un istante purchè l'ora medesima abbia valori che non sieno compresi fra il particolare valore τ_s relativo al mezzodì medio col quale incomincia il giorno medio della data considerata, ed il valore $\tau_s + 3^m 56^s,56$ ». In questo caso l'ambiguità si toglie dicendo che l'ora siderea di cui si tratta è prossima all'inizio od al termine del giorno medio. All'uopo basta indicare un valore approssimato, anche grossolanamente, dell'ora media corrispondente.

§ 55. Tempo medio legale. — Se negli usi civili ognuno adottasse l'ora di tempo medio del proprio meridiano, cioè l'ora locale, si avrebbe nello stesso paese un'infinità di ore diverse ed è ovvio insistere sulla confusione che tale fatto arrecherebbe nelle relazioni sociali.

È pertanto necessario, sotto il punto di vista sociale, adottare un'ora convenzionale, identica per gli abitanti della medesima regione: occorre in altri termini che gli orologi siano regolati sopra un meridiano unico opportunamente scelto, e sia così stabilita per ogni paese un'ora *legale*, da usarsi nelle relazioni civili.

La scelta di quest'ora dipende da diversi punti di vista; la principale preoccupazione è naturalmente quella di allontanarsi il meno possibile dall'ora locale; donde la necessità di assumere come meridiano regolatore degli orologi quello centrale del paese considerato, od almeno uno prossimo a questo, affinchè nei punti estremi del paese la differenza fra le ore legale e locale sia la più piccola possibile.

D'altra parte, data l'enorme estensione dei rapporti fra paese e paese, è manifesta la convenienza di regolare gli orologi in modo che la relazione esistente fra i tempi simultanei delle diverse regioni sia la più semplice possibile, e questo risultato si ottiene se le differenze fra detti tempi sono misurate da un numero intero di ore. Non figurando nelle differenze nè minuti nè secondi, il passaggio dall'ora di un paese a quella dell'altro è reso quanto mai semplice.

Un sistema che realizza quest'ultimo requisito conciliandolo nella migliore maniera colla necessità di rendere minima la differenza fra le ore legale e locale è quello dei *fusi orari*, le cui basi furono gettate in un congresso internazionale tenuto a Washington nel 1884 e rinsaldate definitivamente nella Conferenza dell'ora avvenuta a Parigi nel 1913.

Con questo sistema la superficie terrestre è divisa in 24 fusi uguali per mezzo di altrettanti meridiani equidistanti di 15° (1^h) di longitudine. Gli abitanti delle regioni situate entro ciascun fuso regolano il loro orologio sull'*ora media* del meridiano *centrale* o regolatore del fuso (la cui longitudine sarà da noi distinta col simbolo λ_1).

Con tale sistema, in ogni parte del mondo, gli orologi segnano simultaneamente lo *stesso numero di minuti e di secondi*, e soltanto l'ora è differente; in un fuso dato e qualunque, essa è in avanzo di un'ora su quella del fuso che immediatamente lo fiancheggia a West, ed è in ritardo di un'ora su quella del fuso che lo fiancheggia ad Est.

Il *fuso iniziale* o *fondamentale*, dal quale dipendono tutti gli altri, è quello che è diviso a metà dal *meridiano di Greenwich*. L'Italia, e gran parte del-

l' Europa centrale, cadono nel fuso diviso a metà dal meridiano 1^h Est Greenwich, e perciò l'ora legale relativa chiamasi ora *dell'Europa centrale* [1].

Giova notare che, col sistema dei fusi orarî, la differenza fra t_m *ora media locale* (ossia riferita al meridiano del luogo), e l'*ora media legale*, che indicheremo con t_l, raggiunge al massimo il valore di 30 minuti.

Tuttavia molti Stati, non essendo compresi interamente in un fuso, hanno scelto, come ora legale, quella del fuso nel quale è contenuta la maggior parte del territorio nazionale e, per conseguenza, nelle regioni esterne al fuso adottato la differenza fra l'ora media locale e l'ora legale è maggiore di 30^m.

L'esatto valore della differenza $t_m - t_l$ è determinato dalla relazione (5) del § 41 che, applicata al caso nostro, dà

$$(1) \qquad \boxed{t_m - t_l = \lambda - \lambda_l \quad \text{(alg.)}},$$

dove λ è la longitudine del luogo.

Ad esempio, essendo a Livorno $\lambda = 0^h41^m11^s$ Est Greenwich (longitudine del Faro) ed essendo l'ora legale italiana regolata sul fuso $\lambda_l = 1^h$ Est Greenwich, si ha $t_m - t_l = 0^h41^m11^s - 1^h = -18^m49^s$, ossia gli orologi sono in avanzo sul tempo medio locale di 18^m49^s.

Per motivi analoghi a quelli che consigliano l'adozione dell'ora legale, in alcune località della Terra prossime all'antimeridiano di Greenwich, si assume anche una *data legale* che non corrisponde a quella astronomica di cui è detto nel prec. § 46.

Astronomicamente la *linea di cambiamento di data* è definita dal meridiano 180° o 12^h (vedi § 47). Questo antimeridiano attraversa alcune regioni continentali ed alcuni gruppi di isole. Ove in questi paesi si usasse, per le relazioni civili, la data astronomica, ossia quella che astronomicamente loro compete, esisterebbe il grave inconveniente che due luoghi prossimi avrebbero nel medesimo istante tempi differenti fra loro di un giorno. Ad esempio in uno di

---

[1] Diamo la lista dei nomi propri attribuiti al tempo di alcuni fusi particolari:

Tempo	del	fuso	$\lambda_l =$	0^h		=	Tempo dell' Europa Occidentale
»	»	»	» =	1^h	E	=	» » Centrale
»	»	»	» =	2^h	E	=	» » Orientale
»	»	»	» =	5^h	E	=	Indian Time
»	»	»	» =	8^h	E	=	Philippine Time
»	»	»	» =	10^h	E	=	Guam Standard Time
»	»	»	» =	11^h	W	=	Hawaian Standard Time
»	»	»	» =	9^h	W	=	Alaska Standard Time
»	»	»	» =	8^h	W	=	Pacific Time
»	»	»	» =	7^h	W	=	Mountain Time
»	»	»	» =	6^h	W	=	Central Time
»	»	»	» =	5^h	W	=	Eastern Time
»	»	»	» =	4^h	W	=	Intercolonial Time.

Il tempo dell' Europa Centrale (1^h Est G.) sarà chiamato dagli Italiani *tempo dell'Etna*, essendo il meridiano della vetta di questo monte molto vicino al meridiano 1^h Est G. (Passa a pochi metri dall'osservatorio Etneo).

In Germania è detto tempo di *Stargard*, località della Pomerania assai vicina al meridiano 1^h Est G.

Nelle nazioni che, come l' Italia, hanno adottato il sistema dei fusi orari per indicare l'ora delle navi durante la navigazione, si distinguono i vari fusi con una particolare numerazione. Di ciò si farà cenno quando si tratterà dell'ora di bordo (§ 184).

essi sarebbero le 6 ore del 6 Marzo, mentre nell'altro vicino sarebbero le 6 ore del 4 Marzo (vedi § 47). Ciò è inammissibile e pertanto si è convenzionalmente stabilita, *per gli usi civili*, una *linea legale di separazione delle date* la quale evita il grave inconveniente. In talune regioni, adunque, e precisamente dove il meridiano 12^h attraversa Terre o gruppi di isole, la linea è deviata da questo meridiano, in modo da lasciare dal medesimo lato tutte le isole del medesimo gruppo o di gruppi prossimi e le regioni appartenenti allo stesso territorio. Ciò si può fare senza forti deviazioni perchè l'antimeridiano di Greenwich attraversa nella sua maggior parte l'enorme distesa acquea del Pacifico.

L'attuale linea legale di separazione delle date è così condotta [1].

Lascia al West la Terra di Wrangell (mare Artico), segue al largo la costa della Russia Asiatica e passa attraverso lo stretto di Bering, poi tra le isole Komandorskie (Commanders Islands, all'Est del Kamchatka) e le isole Bliznie (Near Islands; il gruppo più occidentale delle isole Aleutine). Poscia la linea s'inflette verso Sud Est al largo delle isole Aleutine per raggiungere in $\varphi = 48°$ Nord l'antimeridiano di Greenwich, che segue fino al parallelo 5° Sud. S'inflette quindi verso Sud Est per raggiungere in $\varphi = 15°30'$ Sud il meridiano 172°30' Est, che segue fino al parallelo 45°30' Sud. Di qui si dirige sul punto situato in $\varphi = 51°30'$ Sud e $\lambda = 180°$, donde poi segue l'antimeridiano. La linea lascia all'*Est* le isole Cure e Midway, lo scoglio Schjetman, le isole Phoenix, le isole Tokelau (Union Islands), l'isola Gente Hermosa, gli scogli Turpie, Taviuni, le isole Samoa, lo scoglio Antiope, l'isola Savage, gli scogli Buffon ed Harons, il gruppo Nimrod; lascia al *West* le isole Morell e Ryer, le isole Gaspar Rico, le isole Marshall, le isole Gilbert, le isole Ellice, gli scogli Robida e Lalla Rook, le isole Wallis, l'isola Tafahi, le isole Tonga, le isole Kermadec, le isole Chatham, le isole Borenty e l'isola Antipode [2].

In questo modo alcune Terre che fanno parte dell'emisfero Occidentale (rispetto a Greenwich) vengono riunite, per quanto riguarda la loro data, all'emisfero Orientale. Così accade, ad esempio, per la penisola del Ciuckci, che per la data risulta riunita al rimanente della Siberia: in questi luoghi, pertanto, la data legale supera di un'unità la data che astronomicamente loro compete.

Altre Terre che fanno parte dell'emisfero Orientale (rispetto a Greenwich) sono riunite, per quanto riguarda la data, all'emisfero Occidentale. Così, ad esempio, buona parte delle Isole Aleutine, pure essendo in longitudine Orientale, sono riunite all'America; in questi luoghi, pertanto, la data legale è inferiore di un'unità alla data astronomica.

Osservazione importante. — Naturalmente quando il nostro tempo, ossia quello sul quale sono regolati gli orarî e le consuetudini della vita nella regione in cui ci troviamo, è il tempo legale della regione medesima, il passaggio dell'ora e della data proprie alle simultanee del 1° meridiano si fa colle stesse regole del § 46, coll'avvertenza di usare, per detto passaggio, della longitudine del meridiano sul quale è regolato il tempo legale (meridiano centrale o regolatore).

---

[1] Diciamo Est ed West per indicare le *direzioni* azimutali in cui si trovano le terre e le isole rispetto all'osservatore che si muove lungo la linea considerata.

[2] Dall'*Annuaire du Bureau des Longitudes*, 1917.

CAPITOLO V

Le effemeridi astronomiche

---

§ 56. **Definizione.** — Per la soluzione dei problemi astronomici è necessario conoscere alcuni dati relativi agli astri, parte dei quali si ottengono mediante l'osservazione, altri invece vengono assegnati da libri chiamati *Effemeridi astronomiche.* Esse riuniscono tutti i dati astronomici più importanti di un determinato anno, e vedono la luce alcuni anni prima di quello al quale esse si riferiscono.

Le principali Grandi Effemeridi sono le seguenti:

La Connaissance des Temps, di Parigi (1ª Ed. 1679);
The Nautical Almanac, di Greenwich (1ª Ed. 1769);
Das Astronomisches Jahrbuch, di Berlino (1ª Ed. 1776);
The American Nautical Almanac, di Washington.

Benchè buona parte di queste Effemeridi fossero in origine pubblicate per uso particolare dei naviganti, tuttavia ricevettero dei successivi ingrandimenti che le resero meno adatte allo scopo primitivo, e nella forma attuale sono vere opere da Osservatorio, destinate alle operazioni dell'Astronomia Superiore e dell'Alta Geodesia.

Pertanto si resero necessarie, ai fini della Navigazione Astronomica, delle *edizioni ridotte*, ed a queste spetta veramente il nome di *Effemeridi Nautiche.* Citeremo fra le altre, l'edizione ridotta del *Nautical Almanac di Greenwich*, come quella che è generalmente nota ed usata dai Naviganti. (Dovendosi eventualmente indicare questa Effemeride si userà l'abbreviazione N. A.). Di questo tipo sono le

Effemeridi Astronomiche ad uso dei naviganti

pubblicate, a partire dal 1916, dall'Istituto Idrografico della R. Marina. (Queste Effemeridi saranno da noi indicate coll'abbreviazione *Eff. It.*),

Nelle Effemeridi Nautiche sono riuniti i soli elementi necessari ai Naviganti, e l'approssimazione usata è quella richiesta per i bisogni della Navigazione Astronomica.

Col sestante, col cronometro e colle Tavole logaritmiche, le Effemeridi completano quella suppellettile nautica che forma il *vade mecum* indispensabile del navigante.

Siamo dispensati dal descrivere le Effemeridi perchè a ciò provvede la spiegazione inserita in ognuna di esse. Ci limiteremo pertanto ad esporre i concetti fondamentali che regolano la loro redazione e le norme generali per la ricerca degli elementi.

§ 57. **Dati principali delle effemeridi nautiche.** — Gli astri sui quali si svolgono le osservazioni e le misure dei naviganti sono i seguenti:

il *Sole*;
la *Luna*;
i *Pianeti Venere*, *Marte*, *Giove* e *Saturno*;
le *Stelle di prima*, *seconda*, ed, eventualmente, di *terza* grandezza.

Le Effemeridi Nautiche riferiscono i valori che gli elementi variabili astronomici assumono in determinati istanti di tempo medio del *primo meridiano* (T_m).

Le posizioni degli astri considerate nelle Effemeridi sono quelle *geocentriche* (§§ 15 e 26) [1].

Gli elementi principali del Sole sono la *declinazione* ($\delta_\odot$), l'*ascensione retta media* (α_m), e l'*equazione del tempo.*

Le Eff. It. considerano l'*equazione del tempo medio* (ε_m); il N. A. invece considera l'*equazione del tempo vero* (ε_v). Noi sappiamo che per un dato istante queste quantità hanno lo stesso valore assoluto, ma l'una è di segno contrario all'altra ($\varepsilon_v = -\varepsilon_m$).

Le tavole Solari delle Grandi Effemeridi dànno generalmente il valore di questi elementi per ogni *mezzodì medio di Greenwich* ($T_m = 0^h$),

---

[1] In realtà le Effemeridi riferiscono le cosidette *posizioni geocentriche apparenti* delle quali si è fatto cenno nell'apposita nota del § 26, ovverosia quelle relative ad un osservatore geocentrico e *tenendo conto delle apparenze prodotte dall'aberrazione della luce.* Di queste apparenze noi abbiamo fatto completa astrazione, non essendo l'argomento compatibile con la forma elementare del corso. D'altra parte l'alterazione prodotta dall'aberrazione nella *direzione degli astri* è così piccola che, almeno in prima approssimazione, può essere trascurata. Tuttavia, per il fatto che le coordinate geocentriche riferite dalle Effemeridi sono affette dall'importo dell'aberrazione, non commettiamo errore sensibile se nella correzione delle nostre misure e nei nostri ragionamenti trascuriamo gli effetti di questo fenomeno e per semplicità *ragioniamo come se l'aberrazione non esistesse.*

La nota del § 26 (pag. 49) dovrà essere consultata dallo studioso per rendersi conto della nomenclatura usata nelle Effemeridi. Ad esempio nel N. A. l'angolo orario (geocentrico) del Sole vero è chiamato *apparent time* (t_v), la declinazione geocentrica è chiamata *apparent declination* ecc. ecc.

ossia ad intervalli di 24^h medie. La durata dell'intervallo è, naturalmente, commisurata alla rapidità di variazione degli elementi Solari e scelta in modo da permettere l'uso di semplici metodi di interpolazione.

Tuttavia, per rendere ancor più semplice al Navigante la determinazione di tali elementi Solari, tanto il N. A. quanto le Eff. It. ne riferiscono i valori *per ogni ora pari di* T_m (tavole biorarie)

Nelle Effemeridi è anche riferito il valore del semidiametro geocentrico ($\sigma_{\odot}$). In generale fra i dati *non figura la parallasse orizzontale* potendosi assumere costantemente per $\pi_{\odot}$ il valore medio 8″, 8.

Gli elementi principali della *Luna*, dei *Pianeti* e delle *Stelle* sono la declinazione ($\delta_{☾}$, $\delta_{\bullet}$, δ_{*}) e l'ascensione retta ($\alpha_{☾}$, $\alpha_{\bullet}$, α_{*}). La rapidità di variazione delle coordinate Lunari è tale che è necessario riferire i valori ad intervalli non maggiori di 2^h. Pertanto nella maggior parte delle Effemeridi Nautiche $\alpha_{☾}$ e $\delta_{☾}$ sono riferiti ad *ogni ora pari di* T_m (tavole biorarie).

Per i Pianeti sono invece adottati intervalli di 24^h, ed i valori corrispondono ad *ogni mezzodì medio di Greenwich.*

Per le Stelle, a causa dell'estrema lentezza di variazione delle coordinate, è sufficiente adottare intervalli di alcuni mesi. Nel N. A. l'intervallo è di 90 giorni; nelle Eff. It. è di 2 mesi. Per i calcoli ordinari in mare è anche sufficiente considerare come costanti durante tutto l'anno le coordinate α_{*} e δ_{*}, e quindi fare uso dei dati riferiti negli *indici stellari* contenuti in talune Effemeridi (ad es. nelle Eff. It.).

È interessante osservare che nei cataloghi stellari le stelle sono elencate in ordine di grandezza di ascensione retta. Per facilitare le ricerche alcune Effemeridi hanno degli indici nei quali l'elencazione delle stelle è anche fatta in ordine di grandezza di declinazione (ad es. vedi Eff. It.).

Oltre le coordinate equatoriali sono riferiti:

per la *Luna*, il *semidiametro geocentrico* ($\sigma_{☾}$), la *parallasse orizzontale equatoriale* ($\pi_{☾}$), *l'ora media del 1° meridiano all'istante del passaggio superiore dell'astro nel meridiano di Greenwich, e l'età della Luna* (numero dei giorni trascorsi dall'ultimo novilunio). Questi dati sono riferiti per *ogni mezzodì medio di Greenwich*;

per i pianeti l'*ora media del 1° meridiano all' istante del passaggio superiore dell'astro nel meridiano di Greenwich.*

Generalmente nelle Effemeridi planetarie ad uso dei naviganti non figurano nè il *semidiametro* ($\sigma_{\bullet}$) nè la parallasse orizzontale ($\pi_{\bullet}$)

perchè i valori di queste quantità sono così piccoli da poter essere trascurati nelle operazioni della navigazione Astronomica. (Tuttavia le Eff. It. riferiscono il valore medio mensile di $\pi_{☾}$).

OSSERVAZIONE. — Nelle Effemeridi abbreviate ad uso dei Naviganti i valori dei diversi elementi astronomici sono espressi con un'approssimazione la quale è razionalmente commisurata all'approssimazione richiesta nella soluzione del problema fondamentale della Nautica astronomica: la determinazione del *punto nave*.

Il vantaggio che si ottiene colla semplificazione dei dati è grandissimo e perciò noi riteniamo che le Effemeridi abbreviate sieno non solo utili ma necessarie.

Tuttavia in alcune particolari determinazioni, come, ad esempio, quella di tempo per regolare i cronometri, l'approssimazione delle Effemeridi abbreviate può sembrare scarsa. Per questo motivo esprimiamo l'opinione che, pur non essendo indispensabile, sia conveniente avere a bordo anche una copia delle Grandi Effemeridi.

§ 58. **Riduzione (od interpolazione) degli elementi delle effemeridi.** — Per determinare il valore degli elementi corrispondenti ad un determinato istante, nel quale si è fatta un'osservazione, è necessario conoscere la *data* e l'ora media del 1° meridiano nell'istante considerato. A terra, quando sia nota l'ora media locale t_m colla relativa data d e la longitudine λ del luogo, si ottengono questi dati necessarî con le note regole del § 46 (passaggio dal tempo di un dato meridiano a quello di Greenwich).

A bordo, avendosi il cronometro medio, l'ora T_m è ottenuta direttamente dal cronometro stesso; per stabilire la data corrispondente D, serve il criterio esposto nel § 53. È necessario osservare che questa particolare funzione del cronometro è affatto *accessoria* e *secondaria*, e viene utilizzata soltanto per ovvie ragioni di convenienza.

Si possono determinare i valori degli elementi anche se il tempo di Greenwich è noto con mediocre precisione, quale ad es. si può raggiungere con un ordinario orologio da tasca.

Infatti, ponendo mente alla velocità di variazione dei vari elementi astronomici, e tenendo conto della precisione richiesta negli *ordinari* calcoli Nautici, si può affermare che per la ricerca degli elementi Solari e Planetari è sufficiente l'approssimazione del *decimo di ora* (6 minuti), e per quella degli elementi Lunari basta l'approssimazione di qualche minuto (2...3 minuti).

Chiameremo *ore od istanti tavolari* le ore di T_m alle quali sono riferiti nelle Effemeridi i valori dell'elemento considerato; parimente

agli intervalli fra le ore tavolari daremo il nome di *intervalli tavolari* e diremo *elementi* o *dati tavolari* i valori dati nelle tavole.

La durata degli intervalli tavolari è commisurata al modo di variare degli elementi, in guisa da permettere la ricerca dei valori corrispondenti ad istanti intermedi fra i tavolari usando il metodo delle *parti proporzionali* o dell' *interpolazione semplice*, che supponiamo sia ben noto al lettore già pratico del maneggio di tavole logaritmiche.

Per facilitare l' interpolazione, le Effemeridi dànno, in apposita colonna, i valori della *variazione oraria* di ogni elemento, oppure la differenza fra i consecutivi *dati tavolari.* Particolarità delle Eff. It. è di riferire per ogni elemento la variazione oraria, e pertanto la parte proporzionale della variazione per un determinato intervallo I si ottiene costantemente moltiplicando la variazione oraria per il valore di I misurato in ore e parti decimali di ora (negli ordinari calcoli di navigazione è sufficiente considerare i *decimi di ora* opportunamente arrotondati).

È nostra opinione che al navigante convenga interpolare i valori degli elementi astronomici, compresi quelli che hanno un nome od un segno (declinazione, equazione del tempo), con le medesime norme pratiche seguìte nella ricerca dei logaritmi, ossia considerando i soli valori assoluti degli elementi e delle loro variazioni. Il segno spettante all'elemento determinato sarà quindi assegnato in ultimo mediante un rapido esame dei dati tavolari. (Per chiarire le idee, il lettore esamini gli esempi che seguono questo paragrafo).

Al riguardo richiamiamo l'attenzione del calcolatore sulla particolare circostanza in cui l'elemento, avendo un nome od un segno, cambia di nome o di segno fra le due ore tavolari successive che comprendono l' istante considerato. In tal caso può accadere che il valore della variazione, considerato come *correzione al valore numerico tavolare dell'elemento* superi quest'ultimo, e nello stesso tempo la correzione sia negativa. Allora si fa la differenza fra i due numeri; con ciò si ottiene il valor numerico dell'elemento all' istante assegnato; il nome od il segno spettante al determinato valore dell'elemento è l'opposto di quello corrispondente al dato tavolare al quale si apporta la correzione. (Vedi esempi 2º e 4º).

Aggiungiamo che nella pratica non accade mai di avere dubbî in proposito, purchè si proceda colla dovuta attenzione.

Osservazione. — Nella maggior parte dei casi pratici, quando occorra determinare il valore delle coordinate α_* e δ_* delle *stelle*, per una determinata ora T_m di data D, è lecito assumere per esso il valore tavolare corrispondente

alla data prossima, evitando qualsiasi interpolazione. Difatti le variazioni di questi elementi sono così lente che anche trascurandole per un periodo di qualche mese non si commette grave errore. Anzi, come già si accennò nel precedente paragrafo, nelle circostanze ordinarie di navigazione è anche lecito assumere per α_* e δ_* i valori indicati nell'*indice stellare* dell'anno considerato, e corrispondenti alla posizione media dell'astro all'inizio dell'anno medesimo.

Esempi

(Si riferiscono all'anno 1917)

1°. Determinare la declinazione del Sole per il tempo di Greenwich:

$$18 \text{ Marzo, } T_m = 5^h36^m.$$

Il prossimo istante tavolare è 6^h del 16 Marzo. La variazione in 1 ora è 1',00. Dall'esame dei successivi valori tavolari di $\delta_\odot$ si vede che il valore cercato deve essere maggiore di quello relativo a 6^h.

18 Marzo, $T_m = 6^h$	$\delta_\odot$	0°58',0 S
add. (1',00) × (0,4)		+ 0,4
All' istante dato	$\delta_\odot$	0°58',4 S

2°. Determinare la declinazione del Sole per il tempo di Greenwich:

$$20 \text{ Marzo, } T_m = 16^h42^m.$$

Il prossimo istante tavolare è 16^h del 20 Marzo. L'intervallo è $42^m = 0^h,7$. La variazione in 1^h è 1',00.

Dall'esame della tavola si vede che vi è cambiamento di nome fra le 16^h e le 18^h.

20 Marzo, $T_m = 16^h$.	$\delta_\odot$	0°00',6 S
sott. (1',00) × (0,7)		− 0, 7
	$\delta_\odot$	0°00', 1 N

La correzione è sottrattiva, e supera il valore di δ a 16^h; vi è quindi cambiamento di nome.

3°. Determinare l'equazione del tempo per il tempo di Greenwich:

$$19 \text{ Marzo, } T_m = 15^h23^m.$$

Il prossimo istante tavolare è 16^h del 19 Marzo. L'intervallo è $37^m = 0^h,6$. La variazione oraria è $0^s,75$. Nella tavola si vede che la correzione deve essere additiva.

19 Marzo, $T_m = 16^h$	ε_m	$7^m47^s,6$ (−)
add. (0^s,75) × (0,6)		+ 0,5
	ε_m	$7^s48^s,1$ (−)

4°. Determinare la declinazione della Luna per il tempo di Greenwich:

$$21 \text{ Marzo, } T_m = 20^h54^m.$$

Il prossimo istante tavolare è 20^h del 21 Marzo. L' intervallo è $54^m = 0^h,9$. La variazione oraria è 15',85. Dall'esame della tavola risulta che vi è cambiamento di nome fra le 20^h e le 22^h.

21 Marzo, $T_m = 20^h$.	$\delta_☾$	0°01',5 S
sott. (15',85) × (0,9)		−14,3
	$\delta_☾$	0°12,8 N

La correzione è sottrattiva, e supera il valore di δ a 20^h; vi è perciò cambiamento di nome.

5°. Determinare l'ascensione retta del pianeta Venere per il tempo di Greenwich.

20 Marzo, $T_m = 18^h 36^m$.

Il prossimo istante tavolare è il mezzodì del 21 Marzo. L'intervallo è $24^h - 18^h 36^m = 5^h 24^m = 5^h,4$. La variazione oraria è $11^s,5$. Nella tavola si vede che la correzione deve essere sottrattiva.

21 Marzo, $T_m = 0^h$	α●	$23^h 29^m 34^s,0$
sott. (11^s,5) × (5,4)		− 1 02,1
	α●	$23^h 28^m 31^s,9$

§ 59. **Ricerca dell'ascensione retta media - Determinazione dell'ora siderea corrispondente a mezzodì medio di un dato meridiano diverso dal 1°.** — Per la loro speciale importanza conviene trattare a parte di queste particolari determinazioni. Per ottenere il valore di α_m corrispondente ad un'ora media del 1° meridiano diversa da $T_m = 0^h$, ricordiamo che questa quantità *cresce* uniformemente $3^m 56^s,56$ in 24^h medie, e che la variazione per un determinato intervallo qualsiasi si può ottenere mediante tavole apposite le quali dànno la variazione corrispondente ad 1^h, 2^h, 3^h...., ad 1^m, 2^m, 3^m,.... ecc. di tempo *medio* [come sarebbe ad es. la tavola delle Eff. It. intitolata " Accelerazione ecc. ", di cui abbiamo parlato più sopra (§ 51)].

Nelle Eff. It. e nel N. A., nella stessa pagina in cui sono dati i valori di α_m, è riprodotta in margine una succinta tavola contenente i valori delle suddette variazioni. Così tutti gli elementi necessari per la ricerca di α_m sono compresi nella medesima facciata del libro.

La ricerca è condotta nel seguente modo.

Al valore di α_m corrispondente all'istante tavolare che *immediatamente precede* l'istante dato T_m, si sommano le variazioni (sempre positive) ottenute entrando, con le ore e coi minuti (arrotondati) di T_m, nella tavoletta apposita.

Esempi

1°. Trovare il valore dell'ascensione retta media per l'ora di Greenwich 20 Marzo (1917), $T_m = 6^h23^m19^s$.

20 Marzo $T_m = 6^h$	α_m	$23^h50^m46^s,1$
add. per 23^m		$3^s,8$
all'istante dato	α_m	$23^h50^m49^s,9$

2°. Id. id. per il 19 Marzo (1917), $T_m = 23^h49^m40^s$.

19 Marzo $T_m = 22^h$.	α_m	$23^h49^m27^s,3$
add. per 1^h		9, 9
» » 50^m		8, 2
all'istante dato	α_m	$23^h49^m45^s,4$

Per la risoluzione di alcuni problemi relativi alla conversione dei tempi bisogna determinare l'ora siderea del meridiano λ corrispondente a un determinato mezzodì medio dello stesso meridiano: in altri termini, si tratta di determinare il particolare valore τ_s dell'ora siderea locale corrispondente all'istante medio locale $t_m = 0^h$ del giorno considerato.

Noi sappiamo (§ 52) che, a mezzodì medio, l'ora siderea locale e l'ascensione retta media hanno lo stesso valore, e perciò la determinazione di τ_s equivale alla determinazione di α_m per l'istante $t_m = 0^h$.

Si passa adunque da $t_m = 0^h$ e dalla rispettiva data d, a T_m e D, e per questo istante si interpola nelle Effemeridi il corrispondente valore di α_m.

Esempi

1°. Determinare il valore τ_s dell'ora siderea locale corrispondente a mezzodì medio locale del 19 Marzo 1917, nel luogo di longitudine $\lambda = 10^h20^m17^s$ *Est* Greenvich.

$t_m =$	$0^h00^m00^s$ (19 Marzo)	18 marzo $T_m = 12^h$	. .	α_m	$23^h43^m52^s,2$
$-\lambda$	$-10\ 20\ 17$	add. per 1^h	. . . .		9, 9
T_m	$13^h39^m43^s$ (18 Marzo)	» » 40^m	. . . .		6, 6
				$\tau_s = \alpha_m$	$23^h44^m08^s,7$

2°. Id. id. 20 Marzo 1917, $\lambda = 10^h 20^m 17^s$ *West* Greenwich.

$t_m = 0^h 00^m 00^s$ (20 Marzo)	20 Marzo $T_m = 10^h$ . .	α^m	$23^h 51^m 25^s,6$
$-\lambda + 10\ 20\ 17$	add. per 20^m. . . .		$3,3$
$T_m\ 10^h 20^m 17^s$		$\tau_s = \alpha^m$	$23^h 51^m 28^s,9$

§ 60. Determinazione degli elementi solari fatta mediante le effemeridi dell'anno precedente. — Può avvenire che il navigante, trascorso l'anno, sia sprovvisto delle Effemeridi dell'anno nuovo e tuttavia si trovi nella necessità di fare delle determinazioni Astronomiche. Egli potrà allora supplire alla mancanza delle Effemeridi dell'anno *corrente* facendo uso di quelle dell'anno *precedente* con le seguenti avvertenze.

Notiamo che gli elementi solari (declinazione, ascensione retta media, equazione del tempo, semidiametro e parallasse) si riproducono periodicamente, riprendendo gli stessi valori [1] a distanza di un anno tropico ossia di 365 giorni medî più $5^h 48^m 46^s$ (vedi § 44).

Osserviamo inoltre che l'*anno civile comune* comprende 365 giorni medî esatti, e quindi:

1 anno civile comune = 1 anno tropico $- 5^h 48^m 46^s$ di tempo medio,

e che l'*anno civile bisestile* [2] comprende invece 366 giorni, ossia:

1 anno civile bisestile = 1 anno tropico $+ 18^h 11^m 14^s$ di tempo medio.

Consideriamo ora tre casi:

1° due anni civili successivi A ed A + 1, ambedue comuni;
2° due anni civili successivi A ed A + 1, di cui è bisestile il primo;
3° due anni civili successivi A ed A + 1, di cui è bisestile il secondo.

In ognuno dei tre casi si possiede l'Effemeride del primo anno (anno A) e si vuole ottenere il valore degli elementi Solari ($\delta_\odot$, α_m, ε_m, $\sigma_\odot$, $\pi_\odot$) per l'istante appartenente all'anno seguente A + 1, definito dalla data e dall'ora di Greenwich D e T_m.

1° Caso. (A ed A + 1 comuni). Fra gli istanti definiti dalla stessa ora e dalla stessa data trascorre un anno comune ossia l'anno tropico meno $5^h 48^m 46^s$ medio. Indicando generalmente col simbolo E l'elemento Solare che si vuol determinare, si può quindi enunciare la seguente:

Regola. — Il cercato valore dell'elemento E per l'istante

Anno	Data	Ora media
A + 1	D	T_m

è uguale al valore dello stesso elemento per l'istante

Anno	Data	Ora media
A	D	$T_m - 5^h 48^m 46^s$

ossia per $5^h 48^m 46^s$ *prima* dell'istante dell'anno precedente definito dalla stessa data e dalla stessa ora.

---

[1] Salvo leggere differenze, praticamente trascurabili nelle applicazioni dell'Astronomia alla Nautica.

[2] Gli anni il cui millesimo è divisibile per quattro sono bisestili, eccetto gli anni secolari che lo sono soltanto allorchè il numero dei secoli è divisibile per quattro. Così, ad esempio, il 1900 non è stato bisestile; lo sarà invece il 2000 perchè 20 è divisibile per 4.

2° CASO. (A bisestile, A + 1 comune). Fra gli istanti definiti dalla stessa ora e dalla stessa data trascorre un anno bisestile se la data D è anteriore od uguale al 28 *Febbraio*; passa invece un anno *comune* se la data D è uguale o posteriore al 1° *Marzo*. Donde la seguente:

REGOLA. Se la data D è anteriore od uguale al 28 *Febbraio*, il cercato valore dell'elemento E per l'istante

Anno	Data	Ora media
A + 1	D	T_m

è uguale al valore dello stesso elemento per l'istante

Anno	Data	Ora media
A	D	$T_m + 18^h 11^m 14^s$,

ossia per $18^h 11^m 14^s$ *dopo* l'istante dell'anno precedente definito dalla stessa data e dalla stessa ora. Se, invece, la data D è uguale o posteriore al 1° *Marzo* vale a medesima regola del 1° caso.

3° CASO. (A comune, A + 1 bisestile). Fra gli istanti definiti dalla stessa ora e dalla stessa data trascorre un anno *comune* se la data D è anteriore od uguale al 28 *Febbraio*; passa invece un anno *bisestile* se la data D è uguale o posteriore al 1° *Marzo*. Donde la seguente:

REGOLA. — Se la data D è anteriore od uguale al 28 *Febbraio* il cercato valore dell'elemento E si ottiene con la stessa regola del 1° caso.

Se la data D è uguale o posteriore al 1° *Marzo*, il cercato valore dell'elemento E per l'istante

Anno	Data	Ora media
A + 1	D	T_m

è uguale al valore dello stesso elemento per l'istante

Anno	Data	Ora media
A	D	$T_m + 18^h 11^m 14^s$,

(come nella prima parte della regola relativa al 2° caso).

Se la data D è 29 *Febbraio*, il cercato valore dell'elemento E per l'istante

Anno	Data	Ora media
A + 1	29 Febbraio	T_m

è uguale al valore dello stesso elemento per l'istante

Anno	Data	Ora media
A	1 Marzo	$T_m - 5^h 48^m 46^s$.

OSSERVAZIONE 1ª. — Se, dovendosi fare la differenza

$$T_m - 5^h 48^m 46^s,$$

l'ora T_m è minore di $5^h 48^m 46^s$, si aggiungono 24^h a T_m e si abbassa la data D di un'unità.

Analogamente, se il risultato della somma

$$T_m + 18^h 11^m 14^s,$$

è maggiore di 24^h, si tolgono 24^h e si aumenta la data D di un'unità.

OSSERVAZIONE 2ª. — Durante il corso vedremo che nei principali calcoli della moderna Astronomia Nautica, basati sulle osservazioni stellari, gli unici elementi necessari allo svolgimento del calcolo sono l'ascensione retta media del Sole (α_m) e le coordinate equatoriali α_* e δ_* delle stelle.

Del modo di determinare α_m con le Effemeridi dell'anno precedente, abbiamo detto ora. Relativamente alle coordinate α_* e δ_* basti ricordare che le loro variazioni sono molto lente, e quindi, senza commettere grave errore, potremo assumere per esse il valore corrispondente alla ultima data delle Effemeridi dell'anno anteriore.

ESEMPIO

Nel N. A. del 1913 si ha:

Marzo 1913. A mezzodì medio di Greenwich:

Sole

Data	Declinazione	Var. in 1^h	Eq. del tempo medio	Var. in 1^h	Ascens. retta media
14	S. 2°39',3	0',99	— $9^m28^s,4$	0,70	$23^h25^m59^s,2$
15	S. 2 15 ,6	0 ,99	— 9 11 ,6	0,71	23 29 55 ,7
16	S. 1 51 ,9	0 ,99	— 8 54 ,5	0,72	23 33 52 ,3

Qual'è il valore di $\delta_\odot$, ε_m, α_m a mezzodì medio di Greenwich ($T_m = 0^h$) del 15 Marzo 1914?

Siamo nel 1° caso perchè 1913 e 1914 sono anni comuni.

I cercati valori sono quelli che corrispondono all'istante

1913, 15 Marzo, $T_m = 0^h - 5^h48^m46^s$, ossia
id. 14 » $T_m = 18^h11^m14^s$.

---

[1] 15 Marzo, $T_m = 0^h$ . . . . $\delta_\odot$ 2°15',6 S
add. (5,8) × (0',99) . . . . . . + 5,7
$\delta_\odot$ 2°21',3 S

---

15 Marzo, $T_m = 0^h$ . . . . ε_m $9^m11^s,6$ (—)
add. (5,8) × (0^s,71) . . . . . . + 4,1
ε_m $9^m15^s,7$ (—)

---

14 Marzo, $T_m = 0^h$ . . . . α_m $23^h25^m59^s,2$
add. per 18^h 2 57,4
» » 11^m 1,8
α_m $23^h28^m58^s,4$

---

[1] (5,8) è il numero che misura l'intervallo $5^h48^m46^s$ in ore e parti decimali di ora (arrot. alla 1ª cifra dec.).

Ossia il 15 Marzo 1914 a mezzodì medio di Greenwich corrispondono i seguenti valori

$$\delta_{\odot} = 2^{\circ}21',3 \text{ S}: \qquad \varepsilon_m = -9^m15^s,7; \qquad \alpha_m = 23^h28^m58^s,4.$$

Dal N. A. del 1914 si hanno, per la stessa data e la stessa ora, i valori esatti

$$\delta_{\odot} = 2^{\circ}21',4 \text{ S}; \qquad \varepsilon^m = -9^m14^s,5; \qquad \alpha_m = 23^h28^m58^s,8.$$

Le differenze sono compatibili con l'approssimazione generalmente richiesta nei calcoli Nautici.

CAPITOLO VI

Conversione dei tempi

§ 61. **Simboli - Generalità.** — Nella discussione che segue useremo, come si è già fatto eventualmente nei capitoli precedenti, le seguenti notazioni:

D data Astronomica di Greenwich:
d " " locale (ossia di un luogo di longitudine λ qualsiasi diversa da zero);
T ora di un astro al 1° meridiano (Greenwich);
t " " " " al meridiano del luogo di longitudine λ, qualsiasi, diversa da zero;
α ascensione retta di un astro dato;
ε_v equazione del tempo vero;
ε_m " " " medio: ($\varepsilon_m = -\varepsilon_v$).

Speciali simboli posti al piede delle lettere T, t, α indicheranno l'astro al quale si riferiscono rispettivamente le ore T e t e l'ascensione retta α, nel modo che segue [1]:

T_s,	t_s		ore del punto vernale, o di tempo *sidereo*;
T_m,	t_m,	α_m	" ed ascensione retta del *Sole medio*;
T_v,	t_v,	α_v	" " " " *Sole vero*;
T_*,	t_*,	α_*	" " " della *Stella*;
$T_☾$,	$t_☾$,	$\alpha_☾$,	" " " " *Luna*;
$T_●$,	$t_●$,	$\alpha_●$	" " " del *Pianeta*.

[1] Quando, per avventura, si debbano indicare le ore simultanee allo stesso meridiano di due astri differenti, non specificati, useremo, come nel passato, i simboli T e T′ (se le ore sono riferite al primo meridiano) oppure t e t' (se le ore sono riferite ad un altro meridiano).
Analogamente per indicare i valori simultanei dell'ascensione retta di due astri differenti, non specificati, useremo i simboli α ed α'.

In questo capitolo si applicherà continuamente la relazione fondamentale dimostrata nel § 20.

$$(1) \qquad \boxed{t_s = t + \alpha = t' + \alpha'} \; .$$

A tal riguardo è necessario ricordare che quando le quantità t_s, t, t', α, α', che vi figurano, sieno espresse con valori positivi e $< 24^h$ (come si è convenuto di fare in ogni caso) questa relazione è vera a $\pm$ una circonferenza intera (o 24^h). Perciò, quando risolvendola rispetto ad uno qualunque dei suoi elementi, si giunga ad un risultato negativo, oppure positivo e $> 24^h$, si dovranno rispettivamente aggiungere o togliere 24^h, affinchè l'elemento stesso venga espresso nel modo stabilito.

Nel problema della conversione dei tempi si dovrà continuamente applicare la relazione generale (vera a $\pm 24^h$) dimostrata nel § 41

$$\boxed{T = t - \lambda \text{ (algebr.)}} \, ,$$

la quale ci dice che quando λ è $+$ (o Est), T si ottiene sottraendo da t il valore numerico di λ, e quando λ è — (o West), T si ricava aggiungendo a t il valore numerico di λ. Donde la seguente *regola mnemonica*:

„ Lambda Ponente, Greenwich crescente
Lambda Levante, Greenwich calante „.

Non sorrida il lettore se usiamo mezzi che possono a tutta prima sembrare puerili o banali: la loro utilità nella pràtica applicazione dei calcoli gli verrà presto dimostrata dall'esperienza. La regola è ispirata dall'analoga usata dagli Inglesi, e riferita nello stesso Nautical Almanac di Greenwich:

“ Longitude West, Greenwich time best
Longitude East, Greenwich time least „.

§ 62. **Ricerca dell'ora di un astro qualsiasi simultanea all'ora media - Caso generale.** — Dati: l'ora media t_m, la relativa data d, e la longitudine λ del luogo; trovare il simultaneo valore di t.

Da t_m e d si passa ai valori simultanei T_m e D (§ 46).

Si interpolano nelle Effemeridi i valori di α_m e di α per l'ora T_m della data D: risultano così noti tutti gli elementi necessari alla determinazione di t mediante la formula generale applicata al Sole medio

ed all'astro considerato:

$$t_m + \alpha_m = t + \alpha$$

(1) $$\boxed{t = t_m + \alpha_m - \alpha}\,.$$

CASI PARTICOLARI. — 1°. *Dall'ora media alla siderea.* L'astro (fittizio) considerato è il punto vernale; $\alpha =$ zero. Se applichiamo la (1) al caso attuale, otteniamo

(2) $$\boxed{t_s = t_m + \alpha_m}\,.$$

OSSERVAZIONE. — Per la (2), la formula generale (1) si può anche sostituire con le relazioni

$$\boxed{t_s = t_m + \alpha_m\,, \quad t = t_s - \alpha}\,.$$

In altri termini, la conversione generale di cui si tratta in questo paragrato può riguardarsi come il risultato di due successive conversioni: 1°) dall'ora media all'ora siderea; 2°) dall'ora siderea all'ora dell'astro.

2°. *Dall'ora media all'ora vera.* Per il caso del Sole le Effemeridi dànno direttamente, e per determinate ore di Greenwich, i valori della differenza $\alpha_m - \alpha_v$ che figura nella formula generale (1), ossia dell'equazione del tempo (§ 48), e si ha

$$\boxed{t_v = t_m + \varepsilon_m} \text{ (algebr.)},$$

oppure (essendo, $-\varepsilon_v = \varepsilon_m$),

$$\boxed{t_v = t_m - \varepsilon_v} \text{ (algebr.)}.$$

Il valore dell'equazione del tempo si interpola nelle Effemeridi per l'istante T_m, data D, corrispondente ai noti valori t_m e d [1].

ESEMPI

I

$t_m = 18^h 22^m 40^s$ $\qquad$ $d = 22$ Settembre 1917.

$\lambda = 6^h 55^m 14^s$ West Greenwich.

Determinare l'ora siderea t_s.

---

[1] Si ricordi che le Eff. It. dànno l'equazione del tempo *medio* ($\varepsilon_m = -\varepsilon_v$), mentre il N. A. dà l'equazione del tempo *vero* (ε_v). Le due quantità differiscono unicamente per il segno.

a) Determinazione di T_m e D per la ricerca di α_m

22 Settembre,	t_m	$18^h22^m40^s$
	$-\lambda$	$+6\ 55\ 14$
23 Settembre,	T_m	$1^h17^m54^s$

b) Ricerca di α_m

23 Settembre, a $T_m = 0$ . .	α_m	$12^h07^m02^s,8$
add. per 1^h		$9,9$
» » 18^m		$2,9$
	α_m	$12^h07^m15^s,6$

c) Determinazione di t_s

t_m	$18^h22^m40^s$
α_m	$12\ 07\ 15,6$
t_s	$6^h29^m55^s,6$

II

$t_m = 10^h57^m12^s$ $d = 15$ Agosto 1917

$\lambda = 11^h20^m$ Est Greenwich.

Determinare l'ora della Luna $t_☾$.

a) Determinazione di T_m e D per la ricerca di α_m ed $\alpha_☾$.

15 Agosto,	t_m	$10^h57^m12^s$
	$-\lambda$	$-11\ 20$
14 Agosto,	T_m	$23^h37^m12^s$

b) Ricerca di α_m e di $\alpha_☾$

14 Agosto, $T_m = 22^h$ . .	α_m	$9^h32^m57^s,6$
add. per 1^h		$9,9$
» 37^m.		$6,1$
	α_m	$9^h33^m13^s,6$
15 Agosto, $T_m = 0^h$ . . .	$\alpha_☾$	$7^h56^m25^s$
(v. or. $121^s,5$) sott. p. $0^h,4$.		-49
	$\alpha_☾$	$7^h55^m36^s$

c) Determinazione di $t_☾$

t_m	$10^h57^m12^s$
α_m	$9\ 33\ 13,6$
$t_s = t_m + \alpha_m$	$20\ 30\ 25,6$
$-\alpha_☾$	$-7\ 55\ 36$
$t_☾$	$12\ 34\ 49,6$

III

$t_m = 5^h17^m12^s$ $d = 16$ Agosto 1917

$\lambda = 2^h15^m17^s$ West Greenwich.

Determinare l'ora vera t_v.

a) Determinazione di T_m e D per la ricerca dell'equazione del tempo

$$\begin{array}{lr} \text{16 Agosto, } t_m & 5^h17^m12^s \\ -\lambda & +2\ 15\ 17 \\ \hline \text{16 Agosto, } T_m & 7^h32^m29^s \end{array}$$

b) Ricerca dell'equazione del tempo

16 Agosto, $T_m = 8^h$ . . .	ε_m	$4^m09^s,6$ (—)
add. $(0^s,5) \times (0,5)$ . . .		+ 0,3
	ε_m	$4^m09^s,9$ (—)

c) Determinazione di t_v

t_m	$5^h17^m12^s$
ε_m	$-4\ 09,9\ (= -\varepsilon_v)$
t_v	$5^h13^m02^s,1$

§ 63. Applicazione più importante della precedente conversione (da t_m a t) ai problemi dell'astronomia nautica. — La conversione dell'ora media nell'ora di un astro qualsiasi trova continua applicazione nei problemi dell'Astronomia Nautica.

Essa ci dà il mezzo di " *determinare il valore che ha in un dato istante la coordinata oraria* T *di un astro qualsiasi allorchè sia nota (mediante il cronometro) l'ora media corrispondente* T_m ".

Difatti noi sappiamo che, quantunque l'ora di un astro definisca propriamente un *tempo*, e l'*angolo orario* misuri invece un angolo, l'una e l'altra hanno il medesimo valore. Tanto è che si usa indicare ambedue col medesimo simbolo (vedi § 43).

Perciò, convertendo la nota ora di Greenwich T_m, nella simultanea ora T dell'astro considerato, veniamo implicitamente ad ottenere il valore della coordinata *angolo orario* dell'astro medesimo, nel primo meridiano.

Giova pertanto fissare bene in mente la relazione fondamentale

$$T = T_m + \alpha_m - \alpha \quad (1)$$

[1],

che, nel caso particolare del Sole, diventa

$$T_v = T_m + \varepsilon_m \text{ (algebr.)} \quad \text{od anche} \quad T_v = T_m - \varepsilon_v \text{ (algebr.)}. \quad (2)$$

Osservazione. — Ricordi lo studioso che il problema ora risolto è *assolutamente fondamentale* nell'Astronomia Nautica, e più specialmente nelle operazioni che si propongono di determinare la posizione della nave, ossia nei così detti *problemi di posizione*. La sua risoluzione, come si vede, è tutta basata sulla conoscenza dell'ora del 1° meridiano *conservata* dal cronometro, ed è es-

(1) È noto che $T_m + \alpha_m = T_s$, e pertanto questa relazione può anche scriversi $T = T_s - \alpha$.

senzialmente per tale motivo che questo strumento *preciso* è indispensabile ai fini della Navigazione Astronomica.

Difatti dall'esame della (1) si vede subito che una eventuale mancanza di precisione nell'ora T_m corrispondente all' istante considerato, si riproduce integralmente nella coórdinata T che si vuol determinare. E poichè a suo tempo vedremo che nella determinazione del punto nave con osservazione di astri l'errore nella coordinata T è causa di un errore di uguale grandezza nella longitudine geografica del punto ottenuto, si può subito comprendere come il Navigante abbia l'assoluta necessità di possedere un orologio il quale conservi con la maggior possibile precisione l'ora del 1° meridiano.

Esempi

I

Determinare l'angolo orario T_* della stella Arturo (α Bootis) all' istante 1917, 25 Aprile, $T_m = 10^h09^m45^s$.

a) Ricerca di α_* per l' istante considerato.

Nell'Eff., per il 1° Maggio, si trova $\alpha_* = 14^h11^m55^s,7$.

b) Determinazione di t_*.

25 Aprile	T_m	$10^h09^m45^s$
» » $T_m = 10^h$ . . .	α_m	2 13 21 ,5
add. per 10^m		1 ,6
	$T_s = T_m + \alpha_m$	$12^h23^m08^s,1$
	$- \alpha_* -$	14 11 55 ,7
	T_*	$22^h11^m12^s,4$

II

Determinare l'angolo orario T_v del Sole all' istante 1917, 12 Maggio, $T_m = 0^h48^m10^s$.

a) Ricerca dell'equazione del tempo per l' istante considerato.

12 Maggio, $T_m = 0^h$ . . .	ε_m	$3^m47^s,5$ (+)
add. $(0^s,05) \times (0,8)$ . .		0,0
	ε_m	$3^m47^s,5$ (+)

b) Determinazione di T_v.

T_m	$0^h48^m10^s$
ε_m	+ 3 47 ,5 $(= - \varepsilon_v)$
T_v	$0^h51^m57^s,5$

§ 64. Ricerca dell'ora media simultanea all'ora di un astro qualsiasi. — Questo problema di conversione può essere risolto sempre

con metodo sommamente semplice ogni qualvolta si conosca non solo l'ora t dell'astro e la longitudine λ del meridiano a cui è riferita, ma anche un valore approssimato dell'incognita t_m.

La determinazione di t_m viene allora fatta risolvendo con *successive approssimazioni* la relazione

$$(1) \qquad \boxed{t_m = t + \alpha - \alpha_m}\,.$$

Questa relazione è ottenuta applicando al Sole medio od all'astro considerato la solita relazione generale (1) del § 61.

Le quantità α ed α_m che vi figurano sono variabili col tempo e si possono determinare per mezzo delle Effemeridi in funzione del tempo del primo meridiano. In molte circostanze sarà noto *a priori* un valore approssimato di t_m con la data relativa, e pertanto si potrà ottenere un valore ugualmente approssimato del tempo medio del 1° meridiano passando da t_m e d a T_m e D (§ 46). In taluni casi pratici sarà addirittura nota direttamente l'ora di Greenwich (approssimata).

Interpolando nelle Effemeridi i corrispondenti valori di α e di α_m si hanno tutti gli elementi per risolvere la (1) e quindi ottenere un più approssimato valore dell'incognita t_m. Col nuovo valore di t_m si passa al corrispondente tempo medio di Greenwich col quale si determinano più precisi valori di α e di α_m, per una seconda e più approssimata risoluzione della (1). E così via fino a quando i valori dell'ora media determinati con due successive risoluzioni della (1) differiscono fra loro di quantità piccolissime, cioè comprese nei limiti d'approssimazione che il calcolatore si propone di raggiungere. Il numero delle approssimazioni necessarie è, in generale, molto piccolo: è maggiore quando l'astro considerato sia la Luna, la cui ascensione retta varia con molta rapidità [1].

La preventiva conoscenza di un approssimato valore del tempo medio, la quale rende possibile il procedimento delle successive approssimazioni, non manca mai quando l'ora t da convertire corrisponde ad una osservazione astronomica effettivamente eseguita, essendo lecito supporre, anche nella peggiore ipotesi, che l'osservatore possa riferirsi alle indicazioni di un comune orologio da tasca, regolato, come di consuetudine, sull'ora media locale o su quella di un noto meridiano prossimo.

---

[1] In media circa 52^m al giorno.

Il descritto metodo delle successive approssimazioni può trovare pratico impiego nella conversione dell'ora Lunare, dell'ora Planetaria e, particolarmente, dell'ora vera Solare.

In quest'ultima circostanza la nozione approssimata dell'incognita t_m necessaria per la ricerca degli elementi delle Effemeridi, fa parte implicitamente dei dati del problema. Difatti l'ora da convertire t_v differisce dall'incognita t_m dell'equazione del tempo, e questa quantità non può superare il valore 16^m circa (vedi § 48).

D'altra parte, tenuto conto della lenta variazione dell'equazione del tempo, si può applicare un procedimento che, in ogni caso, limita il calcolo alla prima approssimazione.

I. *Dall'ora vera all'ora media.* — I dati del problema sono l'ora vera locale t_v, la relativa data d e la longitudine λ del luogo.

La cercata ora media t_m si ottiene mediante la relazione

$$t_m = t_v + \varepsilon_v \text{ (algebr.)}$$

od anche

$$t_m = t_v - \varepsilon_m \text{ (algebr.)}$$

Il problema è ridotto alla ricerca del valore dell'equazione del tempo, corrispondente all'istante dato t_v.

L'equazione del tempo varia molto lentamente [1]; pertanto, assumendo il valore corrispondente al mezzodì di Greenwich della data $D = d$, e risolvendo con esso la (2) si ottiene un valore dell'incognita t_m molto vicino al vero col quale, opportunamente convertito in T_m, è possibile interpolare nelle Eff. il valore preciso dell'elemento cercato [2].

Diremo ora di alcuni casi particolari nei quali la conversione di t in t_m si può fare per via diretta e con metodo più elegante di quello delle successive approssimazioni. Si tratta dei casi nei quali l'astro a cui si riferisce l'ora t è il punto vernale (ora siderea) oppure una stella (ora stellare).

II. *Dall'ora siderea all'ora media.* — Gli elementi noti sono l'ora siderea locale t_s, la data del giorno medio locale in cui cade l'istante

---

[1] La variazione massima dell'equazione del tempo nell'intervallo di un giorno è 30^s circa, ed ha luogo il 23 Dicembre.

[2] Si ricordi che le Eff. It. dànno l'equazione del tempo *medio* ($\varepsilon_m = -\varepsilon_v$), mentre il N. A. dà l'equazione del tempo vero (ε_v). Le due quantità differiscono unicamente per il segno.

definito da t_s, e la longitudine λ del luogo. Il passaggio diretto da t_s a t_m si ottiene col seguente procedimento.

Se noi determiniamo l'ora siderea locale τ_s corrispondente al mezzodì medio locale del giorno dato, veniamo a conoscere la seguente coppia di valori simultanei delle ore media e siderea

$$\text{ora siderea } \tau_s \ldots\ldots \text{ ora media } 0^h.$$

Confrontando τ_s con l'ora t_s da convertire, noi veniamo a determinare *in misura siderea* (I_s) l'intervallo di tempo che trascorre fra il mezzodì medio e l'istante considerato. La conversione di tale intervallo sidereo nell'equivalente medio ci farà perciò conoscere la variazione dell'angolo orario del Sole medio a partire da mezzodì ($t_m = 0_h$), ossia ci darà direttamente l'ora media t_m simultanea alla data ora siderea t_s.

Per tanto, il problema è ridotto alle seguenti due operazioni:

1° ricerca di τ_s cioè dell'ora siderea locale corrispondente a mezzodì locale (vedi § 59);

2° conversione dell'intervallo sidereo trascorso fra τ_s e t_s, nell'equivalente intervallo medio (vedi § 51).

Osservazione 1ª. — Nel § 54 abbiamo notato che nello stesso giorno medio il tempo sidereo assume due volte i valori che sono compresi fra

$$\tau_s \quad \text{e} \quad \tau_s + 3^m56^s{,}56,$$

e, precisamente, una volta all'inizio del giorno medio considerato e l'altra al termine del medesimo giorno. Perciò quando l'ora data t_s abbia uno di questi particolari valori, affinchè l'intervallo compreso fra τ_s e t_s risulti determinato senza l'ambiguità di 24^h sideree, è necessario sapere a quale delle due epoche si riferisce la data ora t_s; pertanto questa nozione deve essere aggiunta ai dati del problema.

Così ad esempio siasi ottenuto

$$\tau_s = 18^h25^m17^s$$

e sia l'ora da convertire

$$t_s = 18^h27^m21^s.$$

Essendo quest'ora nelle condizioni su esposte, se l'istante definito dall'ora t_s è prossimo al mezzodì che inizia il giorno medio a cui essa appartiene, l'intervallo I_s che passa fra τ_s e t_s è

$$I_s = 18^h27^m21^s - 18^h25^m17^s = 2^m04^s.$$

Se invece è prossima al termine dello stesso giorno, l'intervallo è

$$I_s = 24^h02^m04^s.$$

Osservazione 2ª. — Quando si deve determinare per mezzo della differenza il valore dell'intervallo I fra l'ora t di un astro qualsiasi e l'ora successiva t' del

medesimo astro, essendo ambedue le ore espresse con valori positivi compresi fra 0^h e 24^h, se l'ora *successiva* t' è espressa con un numero di ore più piccolo che non la *precedente* t, bisogna ridurre t' alla medesima origine di t, aggiungendo ad essa tante volte 24^h, quante volte, nell'intervallo compreso fra gli istanti t e t', l'angolo orario dell'astro ha assunto il valore zero [1]. Per questo motivo nel caso particolare di conversione di cui trattiamo, quando il valore di t_s è minore di quello di τ_s, si dovrà sempre aggiungere 24^h a t_s, perchè certamente nell'intervallo l'ora siderea è passata per il valore zero. Nella circostanza eccezionale in cui, essendo t_s molto piccolo, e τ_s molto vicino a 24^h, siasi nelle condizioni speciali discusse nell'osservazione precedente, potrà per avventura accadere di dover aggiungere (2×24^h) a t_s.

Ad esempio, sia

$$\tau_s = 23^h 59^m 30^s \quad \text{e} \quad t_s = 0^h 01^m 15^s.$$

In questo caso, nell'intervallo compreso fra l'inizio del giorno medio e la sua fine, l'ora siderea assume due volte i valori compresi fra $23^h 59^m 30^s$ e $23^h 59^m 30^s + 3^m 56^s,56 = 24^h 03^m 26^s,56$, e perciò passa due volte per il valore 24^h o 0^h.

Se t_s è prossima all'inizio del giorno medio considerato

$$I_s = 24^h 01^m 15^s - 23^h 59^m 30^s = 1^m 45^s.$$

Se invece è prossima al termine del medesimo giorno

$$I_s = 48^h 01^m 15^s - 23^h 59^m 30^s = 24^h 01^m 45^s.$$

III. *Dall'ora stellare all'ora media.* — Gli elementi noti sono:

1° l'ora t_* di una determinata stella;

2° la data d del giorno medio locale a cui appartiene l'istante definito da t_*;

3° la longitudine λ del luogo.

Il passaggio da t_* a t_m si ottiene nel seguente modo.

Si ha

$$\boxed{t_* + \alpha_* = t_s} \cdot \tag{1}$$

L'ascensione retta delle stelle varia con estrema lentezza, e quindi la sola nozione della data d è sempre sufficiente per determinare con le Effemeridi un valore preciso dell'elemento incognito α_*. Perciò, dopo aver ricavato dalle Effemeridi il valore di α_* corrispondente alla data di Greenwich *prossima* a d, si determinerà con la (3) il valore dell'ora siderea simultanea di t_*. Dall'ora siderea si passerà alla media col procedimento descritto nel numero II di questo paragrafo.

---

[1] Quando si tratta di determinare intervalli fra due ore medie (o vere), le *date* corrispondenti servono di norma.

Esempi

I

(Conversione per successive approssimazioni). Trovare l'ora media locale t_m simultanea dell'ora Lunare locale $t_☾ = 3^h22^m14^s$ del 7 Gennaio 1914, essendo noto preventivamente il valore approssimato dell' incognita t_m

$$t_m \text{ appr.} = 11^h20^m.$$

Longitudine del luogo, $\lambda = 5^h26^m15^s$ Est Greenwich.

a) Determinazione del tempo medio approssimato del 1° meridiano, e ricerca di $\alpha_☾$ ed α_m.

val. appr. t_m	$11^h20^m00^s$, 7 Gennaio
$-\lambda$	$-$ 5 26 15
val. appr. T_m	$5^h53^m45^s$, 7 Gennaio.

7 Genn., $T_m = 6^h$ . . .	$\alpha_☾$	$3^h13^m16^s$
pp. per 6^m sott. . . .	$-$	13
	$\alpha_☾$	$3^h13^m03^s$

7 Genn., $T_m = 4^h$. . .	α_m	$19^h05^m28^s,9$
add. per 1^h		9,9
» » 54^m		8,9
	α_m	$19^h05^m47^s,7$

b) Determinazione di t_m coi primi valori approssimati di $\alpha_☾$ e α_m.

$t_☾$	$3^h22^m14^s$
$\alpha_☾$	3 13 03
$t_☾ + \alpha_☾$	6 35 17
$-\alpha_m$	$-$ 19 05 47,7
t_m	$11^h29^m29^s,3$

c) Determinazione di un più approssimato valore del tempo medio del 1° meridiano, e nuova ricerca di $\alpha_☾$ ed α_m.

t_m	$11^h29^m29^s,3$ 7 Gennaio
$-\lambda$	$-$ 5 26 15
T_m	$6^h03^m14^s,3$ 7 Gennaio

7 Genn., $T_m = 6^h$. . .	$\alpha_☾$	3 13 16
pp. per 3^m add. . . .	+	6
	$\alpha_☾$	$3^h13^m22^s$

7 Genn., $T_m = 6^h$ . .	α_m	$19^h05^m48^s,6$
add. per 3^m.		0,5
	α_m	$19^h05^m49^s,1$

d) Determinazione di un più esatto valore di t_m.

$t_☾$	$3^h22^m14^s$
$\alpha_☾$	3 13 22
$t_☾ + \alpha_☾$	6 35 36
$-\alpha_m$	— 19 05 49,1
t_m	$11^h29^m46^s,9$

Questo valore di t_m differisce da quello precedentemente determinato di meno di 20^s. Nelle Effemeridi si vede che la variazione di $\alpha_☾$ in $\frac{1}{3}$ di minuto (ed a maggior ragione quella di α_m), è assai piccola e trascurabile. Perciò possiamo arrestarci a questa approssimazione.

II

Trovare l'ora media locale t_m, corrispondente all'ora vera $t_v = 18^h17^m49^s$ del 22 Maggio 1914. Longitudine $4^h15^m48^s$ West Greenwich.

a) Determinazione del tempo medio approssimato del 1° meridiano, e ricerca dell'equazione del tempo ($\varepsilon_v = -\varepsilon_m$).

t_v	$18^h17^m49^s$	22 Maggio
$-\varepsilon_m$ app.	— 3 34,7	(val. corrispond. a $T_m = 0^h$ del 22 Maggio)
t_m appr.	18 14 14,3	22 Maggio
$-\lambda$	+ 4 15 48	
T_m appr.	$22^h30^m02^s,3$	22 Maggio

22 Maggio $T_m = 22^h$	ε_m	$3^m30^s,8$ (+)
sott. $(0,5) \times (0^s,19)$		— 0,1
	ε_m	$3^m30^s,7$ (+)

b) Determinazione di t_m.

t_v	$18^h17^m49^s$
$-\varepsilon_m$	— 3 30,7
t_m	$18^h14^m18^s,3$

III

Trovare l'ora media locale t_m, corrispondente all'ora siderea $t_s = 10^h15^m33^s$ del 20 Marzo 1914. Longitudine 3^h29^m Est Greenwich.

a) Determinazione dell'ora siderea locale a mezzodì medio locale.

t_m	$0^h00^m00^s$ (20 Marzo)	19 Marzo $T_m = 20^h$ . . .	α_m	$23^h48^m02^s,2$
$-\lambda$	$-$ 3 29 00	add. per 31^m.		5,1
T_m	$20^h31^m00^s$ (19 Marzo)		$\tau_s = \alpha_m$	$23^h48^m07^s,3$

---

b) Conversione dell' intervallo $t_s - \tau_s$, e conseguente determinazione di t_m.

		Ritardo	
t_s	$10^h15^m33^s$ $(+24^h)$	per 10^h	$1^m38^s,30$
τ_s	23 48 07,3	» 27^m	4,42
I_s	10 27 25,7	» $0^m,4$. . . .	0,07
$-R$	$-$ 1 42,8		$1^m42^s,79$
$I_m = t_m$	$10^h25^m42^s,9$		

IV.

Trovare l'ora media locale t_m, corrispondente all'ora di Sirio (α Canis Majoris) $t_* = 2^h45^m22^s$, del 12 Gennaio 1914. Longitudine 1^h22^m West Greenwich.

a) Ricerca di α_* e determinazione dell'ora siderea simultanea di t_*.

α_*	$6^h41^m22^s,9$	(val. corrisp. al 1° Gennaio)
t_*	2 45 22	
t_s	$9^h26^m44^s,9$	

---

b) Determinazione dell'ora siderea locale a mezzodì medio locale.

t_m	$0^h00^m00^s$ (12 Gennaio)	12 Gennaio $T_m = 0^h$ . . .	α_m	$19^h24^m32^s,3$
$-\lambda$ +	1 22 00	add. per 1^h		9,9
T_m	$1^h22^m00^s$ (12 Gennaio)	» » 22^m		3,6
			$\tau_s = \alpha_m$	$19^h24^m45^s,8$

---

c) Conversione dell' intervallo $t_s - \tau_s$, e conseguente determinazione di t_m.

		Ritardo	
t_s	$9^h26^m44^s,9$ $(+24^h)$	per 14^h	$2^m17^s,61$
τ_s	19 24 45,8	» 2^m	0,33
I_s	14 01 59,1	R	$2^m17^s,94$
$-R$	2 17,9		
$I_m = t_m$	$13^h59^m41^s,2$		

§ 65. **Applicazione più importante della precedente conversione (da t a t_m) ai problemi dell'Astronomia Nautica.** — Bisogna fare la precedente conversione (da t a t_m) quando l'osservatore vuole *regolare il cronometro medio* sul tempo del 1° meridiano, mediante la determinazione diretta dell'angolo orario t di un astro in un luogo di note coordinate geografiche. Questa determinazione, come si vedrà in seguito, si può fare misurando l'altezza dell'astro. Ottenuto il valore di t si tratta di passare al simultaneo valore di T_m. A tal uopo si converte t in t_m, seguendo le norme del § precedente, e finalmente si trova l'ora media di Greenwich T_m con la nota relazione

$$T_m = t_m - \lambda \quad \text{(algebr.)}.$$

Esempio. — Il 4 Giugno in un luogo di longitudine $\lambda = 2^h45^m14^s$ Est Greenwich, si è determinata l'ora vera locale $t_v = 3^h22^m41^s$ corrispondente all'ora cronometrica (cronometro medio) $0^h41^m15^s,5$. Si vuol sapere di quanto l'ora cronometrica differisce dalla simultanea ora media di Greenwich.

a) Determinazione dell'ora media approssimata di Greenwich, e ricerca dell'equazione del tempo.

t_v	$3^h22^m41^s$	(4 Giugno)
$-\varepsilon_m$ app.	$-2\ 01,5$	(è il val. per $T_m = 0^h$ del 4 Giugno)
t_m	$3\ 20\ 39,5$	(4 Giugno)
$-\lambda$	$-2\ 45\ 14$	
T_m app.	$0^h35^m25^s,5$	(4 Giugno)

4 Giugno $T_m = 0^h$	ε_m	$2^m01^s,5$ (+)
sott. $(0,6) \times (0^s,41)$		$-0,2$
	ε_m	$2^m01^s,3$ (+)

b) Determinazione di t_m e T_m, e confronto con l'ora cronometrica.

t_v	$3^h22^m41^s$
$-\varepsilon_m$	$-2\ 01,3$
t_m	$3\ 20\ 39,7$
$-\lambda$	$-2\ 45\ 14$
T_m	$0^h35^m25^s,7$
Ora cronometrica	$0\ 41\ 15,5$

Il cronometro avanza di $5^m49^s,2$ sull'ora media di Greenwich.

§ 66. **Ricerca dell'ora media locale corrispondente al passaggio di un astro nel meridiano superiore del luogo in un dato giorno medio astronomico.** — È un caso particolare del problema

di conversione di cui si è detto al precedente §. (Dall'ora dell'astro all'ora media). Difatti, nell'istante del passaggio al meridiano superiore l'ora t dell'astro è, per definizione, nulla; perciò il problema attuale è ridotto alla ricerca dell'ora media simultanea di $t = 0^h$.

Ponendo $t = 0^h$ nella relazione generale del § 61 ed indicando con $t_m ps$ il particolare valore che assume in quell'istante l'ora media, si ha

$$(1) \qquad \boxed{t_m ps = \alpha - \alpha_m} \; ;$$

la quale dice che " nell'istante del passaggio nel meridiano superiore l'ora media è uguale alla differenza esistente nell'istante medesimo fra le ascensioni rette dell'astro considerato e del Sole medio ".

La determinazione di $t_m ps$ dipende adunque da quella di α e di α_m, o, più precisamente, da quella della differenza $\alpha - \alpha_m$.

La soluzione del problema si può ottenere per mezzo di successive approssimazioni.

Fra l'ora media locale $t_m = 12^h$ (mezzanotte) del giorno astronomico considerato e l'istante del transito locale che avviene [1] durante quel giorno medesimo trascorre, per la premessa, un intervallo $< 12^h$ medie. Pertanto se si determina un primo valore approssimato della differenza $\alpha - \alpha_m$ usando per α ed α_m i valori corrispondenti all'istante $t_m = 12^h$ della data considerata, tale differenza può risultare affetta da un errore il quale è in ogni caso minore od uguale alla variazione che essa può subire nell'intervallo di 12^h medie.

La variazione *diurna* $\Delta(\alpha - \alpha_m)$ è massima nel caso della Luna. E si ha precisamente

$$\text{valor medio di } \Delta(\alpha_{☾} - \alpha_m) = 50^m \text{ circa.}$$

Il valore massimo non supera sensibilmente 1^h.

Per gli altri astri la variazione diurna è molto minore, riducendosi a pochi minuti od a pochi secondi e talora essendo anche nulla.

Possiamo pertanto concludere: " Un primo valore approssimato dell'ora media locale del passaggio dell'astro al meridiano superiore nel giorno di data d, si ottiene in ogni caso facendo la differenza $(\alpha - \alpha_m)$ fra i valori delle ascensioni rette dell'astro e del Sole medio

---

[1] Dato che il fenomeno avvenga effettivamente durante quella giornata. Di ciò diremo ampiamente nel paragrafo seguente che tratta del passaggio in meridiano della Luna e dei Pianeti.

corrispondenti all' istante $t_m = 12^h$ (mezzanotte) del giorno medio locale d. L'approssimazione è compresa nel limite di $^1/_2$ ora circa quando l'astro è la Luna; per tutti gli altri astri è, anche nei casi più sfavorevoli, di pochi minuti „.

La prima approssimazione si riduce adunque alla ricerca dei valori α ed α_m nell' istante $t_m = 12^h$ del giorno d. A tal uopo si passa da $t_m = 12^h$ e d ai corrispondenti T_m e D, ed è perciò necessario conoscere la longitudine del luogo.

Ottenuto il valore approssimato dell'incognita $t_m ps = \alpha - \alpha_m$, si possono, col corrispondente tempo medio di Greenwich, interpolare nelle Eff. nuovi e più esatti valori di α ed α_m, coi quali si ripete il calcolo; e così via, per successive approssimazioni, fino a concludere un valore di $t_m ps$, la cui differenza con quello calcolato prima, sia trascurabile.

Nella pratica il procedimento ora descritto è seguìto nel caso del Sole, ed è semplificato dal fatto che le Effemeridi dànno direttamente, per determinate ore del 1° meridiano, il valore della differenza $\alpha - \alpha_m$, ed è perciò evitata la ricerca degli elementi che la compongono (α ed α_m).

È noto difatti che l'*equazione del tempo vero* (§ 48) equivale ad $\alpha_v - \alpha_m$. Di più le variazioni diurne dell'equazione del tempo sono così piccole (pochi secondi; al massimo 30^s) che non vale la pena di interpolare il valore corrispondente alla mezzanotte locale: per la prima approssimazione basta assumere il valore corrispondente a mezzodì medio di Greenwich ($T_m = 0^h$) del giorno di data $D = d$. Ma di ciò diremo meglio nel prossimo paragrafo.

Per la Luna ed i Pianeti, pur procedendosi per successive approssimazioni, si usano modalità differenti.

Per le stelle è possibile fare una determinazione diretta.

§ 67. **Passaggio del Sole nel meridiano superiore - Ora media a mezzodì vero.** — Si ha, indicando con α_v l'ascensione retta del Sole vero

$$t_m ps = \alpha_v - \alpha_m .$$

Per definizione $\varepsilon_v = \alpha_v - \alpha_m$, e perciò

$$(1) \qquad \odot \boxed{t_m ps = \varepsilon_v},$$

od anche, considerando l'equazione del tempo medio [1] ($\varepsilon_m = -\varepsilon_v$),

(1^bis) $$\odot \quad \boxed{t_m ps = -\varepsilon_m} \, .$$

Sia d la data locale del giorno astronomico che ha inizio col mezzodì considerato. Un valore approssimato dell'equazione del tempo, necessario per ottenere in prima approssimazione il valore di $t_m ps$, si ottiene direttamente dalle Effemeridi: è quello corrispondente al mezzodì medio di Greenwich di data $D = d$.

Ottenuto così un valore approssimato di $t_m ps$ si determina, col noto valore della longitudine del luogo, il tempo medio approssimato del 1° meridiano corrispondente al mezzodì locale. Per questo istante si interpola nelle Effemeridi l'esatto valore dell'equazione del tempo. Diciamo esatto perche l'approssimazione di 1^m nel tempo di Greenwich (e nel nostro caso l'approssimazione sarà sempre maggiore) permette, in ogni circostanza, di determinare ε con grande precisione.

L'interpretazione di un risultato negativo delle (1) od (1^bis) è intuitiva. Il complemento a 24^h di ε_v (o di $-\varepsilon_m$) dà l'ora media cercata, e la data *astronomica* relativa sarà $d' = d - 1$.

Esempio:

Determinare l'ora media locale a mezzodì vero del 21 Maggio 1917 a New York (Navy yard Flagstaff), $\lambda = 4^h55^m55^s,4$ W. Greenwich.

a) Determinazione del tempo medio approssimato.

21 Maggio, $T_m = 0^h$	$\varepsilon_v = -\varepsilon_m = -3^m37^s,2$	
$t_m ps$ appross. $=$	$24^h - 3^m37^s,2$,	20 Maggio
» » $=$	$23^h56^m22^s,8$,	20 Maggio
$-\lambda =$	$+4\ 55\ 55,4$,	
T_m appross.	$4^h\,52^m18^s,2$,	21 Maggio

b) Determinazione del tempo medio esatto.

21 Maggio, $T_m = 4^h$ . . .	$\varepsilon_v = 3^m36^s,6\ (-)$		$24^h00^m00^s$	21 Maggio
sott. $(0^s,15) \times (0,87)$ . .	$-0,1$	$\varepsilon_v =$	$-3\ 36,5$	
	$\varepsilon_v = 3^m36^s,5\ (-)$	$t_m ps =$	$23^h56^m23^s,5$	20 Maggio

[1] Si ricordi che le Eff. It. dànno l'equazione del tempo *medio* ($\varepsilon_m = -\varepsilon_v$) mentre il N. A. dà l'equazione del tempo vero (ε_v). Le due quantità differiscono unicamente per il segno.

§ 68. **Passaggio della Luna e dei Pianeti nel meridiano superiore.** — *Caso della Luna.* Le Effemeridi, sotto il titolo " passaggio superiore in meridiano „ dànno per ogni transito della Luna nel 1° meridiano il valore corrispondente $T_m ps$ dell'ora media di Greenwich; in altri termini, per la relazione (1) del § 66, riferiscono il valore della differenza

$$\alpha_{☾} - \alpha_m$$

nell'istante in cui la Luna passa nel 1° meridiano.

Con questi dati si può ottenere, con l'approssimazione del minuto, il valore della stessa quantità, ossia di $t_m ps$ (ora media *locale*) corrispondente al passaggio della Luna in un meridiano λ, diverso dal 1°.

È manifesto che se il movimento in ascensione retta della Luna fosse uguale al movimento in ascensione retta del Sole medio, si avrebbe lo stesso $t_m ps$ per tutti i meridiani, poichè, in tale ipotesi, la differenza

$$\alpha_{☾} - \alpha_m$$

rimarrebbe costante. Così, ad esempio, se $\alpha_{☾} - \alpha_m$ rimanesse costantemente uguale a 3^h, in tutti i meridiani si verificherebbe il passaggio all'ora media locale astronomica 3^h.

La causa per cui l'ora $t_m ps$ relativa al transito è differente nei diversi meridiani è dovuta al rapido movimento della Luna [1]; per effetto di questo movimento la differenza

$$\alpha_{☾} - \alpha_m$$

varia positivamente col passare della Luna da un meridiano ad un altro situato a West del primo.

La differenza Δ esistente fra le ore $T_m ps$ relative a due passaggi successivi della Luna nel 1° meridiano (le quali ore, come si è detto, sono riferite nelle Eff.) misura adunque la variazione di $\alpha_{☾} - \alpha_m$ avvenuta nell'intervallo impiegato dalla Luna per passare dal meridiano di Greenwich ad un meridiano distante 360° (o 24^h), ossia per compiere un'intera rivoluzione diurna intorno alla Terra, attraversandone tutti i meridiani.

Se supponiamo che la variazione di $\alpha_{☾} - \alpha_m$ sia proporzionale al moto orario della Luna, noi possiamo, nota la variazione Δ corri-

[1] Il movimento in ascensione retta della Luna è circa 13 volte quello del Sole. (Vedi § 18).

spondente al moto orario di 360° (o 24^h), determinare quella Θ relativa al moto orario di λ gradi (o λ ore) che la Luna deve compiere per passare dal meridiano di Greenwich a quello λ, o viceversa.

Se adunque, Δ è la differenza fra i due valori $T_m ps$ ($= \alpha_{☾} - \alpha_m$) corrispondenti ai due transiti del 1° meridiano *che comprendono* il passaggio in λ, da noi considerato, si ha, *misurando* λ *in ore*, la seguente proporzione

$$\left|\frac{\Theta}{\Delta}\right| = \left|\frac{\lambda}{24}\right|,$$

dalla quale

$$\boxed{|\Theta| = \left|\frac{\Delta}{24}\lambda\right|},$$

risultando Θ *espresse nelle stesse unità di* Δ.

Pertanto, se si voglia determinare $t_m ps$ del giorno d, e $T_m ps$ è l'ora di Greenwich corrispondente al transito nel 1° meridiano nel giorno di data $D = d$, si ha

$$\text{quando } \lambda \text{ è Est,} \quad \boxed{t_m ps = T_m ps - |\Theta|}\, ☾ \cdot$$

$$\text{quando } \lambda \text{ è West,} \quad \boxed{t_m ps = T_m ps + |\Theta|}\, ☾ .$$

Da queste considerazioni scendono immediate le seguenti regole:

" Conosciuta l'ora media $T_m ps$ del passaggio della Luna nel me-
" ridiano di Greenwich in un giorno di data D, si trova quella di un
" altro meridiano per il giorno di data $d = D$, applicando alla prima

una correzione *positiva*, se la longitudine λ del luogo è *West*,
" " *negativa*, " " " " " " " *Est*.

" La correzione positiva (caso di λ West) si ottiene nel seguente
" modo. Si divide per 24 la differenza Δ fra il valore tavolare $T_m ps$
" della data D e quello della data *posteriore* $D + 1$, e si moltiplica
" il risultato per il valore assoluto di λ espresso in ore e parti deci-
" mali di ora.

" La correzione negativa (caso di λ Est) si ottiene, dividendo
" per 24 la differenza Δ fra $T_m ps$ della data D e $T_m ps$ della data
" *precedente* $D - 1$, e moltiplicando il risultato per il valore assoluto
" di λ espresso in ore e parti decimali di ora.

" Il calcolo è facilitato dalla circostanza che nelle Effemeridi sono
" riferite, in apposita colonna, le predette differenze ".

In certe date dell'anno le Effemeridi segnano due *asterischi* (N. A.) oppure due lineette (Eff. It.) in luogo dell'ora $T_m ps$, e ciò significa che in quei giorni non vi è passaggio di Luna nel 1° meridiano.

Difatti Δ misura, in tempo medio, il *ritardo* col quale da un giorno al seguente avviene il passaggio nel medesimo meridiano. Il valore medio di Δ è 48,8 minuti, ma varia entro limiti abbastanza ampi.

Avviene quindi che, a determinati intervalli, in ogni meridiano trascorra un intero giorno medio Solare senza che il passaggio avvenga. Questa circostanza si verifica intorno al novilunio, quando cioè l'ora del passaggio è prossima a mezzodì. Poniamo, ad esempio, che nel giorno di data 7 la Luna passi nel meridiano di Greenwich alle 23^h52^m, e che il *ritardo* del transito successivo sia di 50^m; ciò vuol dire che il passaggio seguente avviene alle $23^h52^m + 50^m = 24^h42^m$, ossia il giorno 9 alle 0^h42^m; perciò nel giorno 8 non vi sarà passaggio nel meridiano di Greenwich. Però la data del giorno nel quale questa circostanza si verifica nel 1° meridiano non coincide sempre con quella in cui essa ha luogo in un altro meridiano.

Infatti può darsi che, apportando la correzione per la longitudine al $T_m ps$ delle Effemeridi, quando questo è prossimo a 0^h o a 24^h, si trovi un $t_m ps$ negativo oppure superiore a 24^h: vorrà dire che non vi è passaggio al luogo nella data cui si riferisce l'elemento $T_m ps$: e, se risulta $t_m ps > 24^h$, l'eccesso di $t_m ps$ su 24^h dà l'ora del passaggio nel giorno successivo; se $t_m ps$ risulta negativo, il complemento a 24^h del suo valore assoluto dà l'ora del passaggio nel giorno precedente. Così, viceversa, nei giorni nei quali manca il passaggio al 1° meridiano, può darsi che al luogo non manchi.

Quando si voglia *verificare se in un meridiano λ avvenga il passaggio nel giorno in cui manca a Greenwich, ed in caso affermativo determinare l'ora media locale corrispondente si procederà nel modo che segue.*

« Se λ è Est, si farà il calcolo come se si trattasse di determi-
« nare l'ora del passaggio del giorno che *segue* quello in cui non vi
« è passaggio nel 1° meridiano: se, applicando all'ora tabellata nelle
« Effemeridi la correzione negativa, si trova un $t_m ps$ positivo, vuol
« dire che la data per la quale non avviene il passaggio a Greenwich
« è la medesima in cui ciò accade nel meridiano considerato; se in-
« vece $t_m ps$ risulta negativo, il complemento a 24^h del suo valore
« assoluto dà l'ora del passaggio nel meridiano λ nel giorno locale
« che ha la stessa data di quello in cui manca il transito a Greenwich.

" Se λ è West, si farà invece il calcolo come se si trattasse di de-
" terminare l'ora del passaggio nel giorno che *precede* quello in cui
" non vi è passaggio a Greenwich: se applicando la correzione posi-
" tiva all'ora tabellata delle Effemeridi si trova un risultato $< 24^h$
" vuol dire che la data in cui manca il passaggio a Greenwich è la
" medesima in cui ciò accade nel meridiano considerato; se invece
" $t_m ps$ risulta $> 24^h$, l'eccesso su 24^h dà l'ora del passaggio al me-
" ridiano λ nel giorno locale che ha la stessa data di quello in cui
" manca il transito a Greenwich ".

Quando occorre determinare un valore mediocremente approssimato dell'ora media locale del passaggio lunare, basta *sottrarre dall'ora del passaggio a Greenwich, nel giorno dato, tante volte due minuti quante sono le ore della longitudine, se λ è Est, oppure aggiungere la stessa quantità se λ è West.* Se il risultato di queste operazioni è negativo oppure $> 24^h$, dopo quanto si è detto innanzi, si sa come interpetrarlo.

Con questa regola approssimata noi ammettiamo che il ritardo quotidiano dei transiti lunari sia costantemente eguale a 48 minuti [1]. E noi sappiamo che il valore medio del ritardo è 48,8 minuti.

Così, ad es., nelle Effemeridi del 1914 si legge che il 19 Febbraio la Luna passa al 1° meridiano all'ora $T_m ps = 20^h37^m$. Per ottenere il valore approssimato di $t_m ps$ nel meridiano 3^h36^m *West* Greenwich basta aggiungere a $T_m ps$ la quantità $3{,}7 \times 2^m = 7^m{,}2$

$$\text{19 Febbraio} \quad t_m ps \text{ appross.} = 20^h37^m + 7^m{,}2 = 20^h44^m{,}2.$$

Nel meridiano 3^h36^m *Est* Greenwich si ha invece, nello stesso giorno

$$\text{19 Febbraio} \quad t_m ps \text{ appross.} = 20^h37^m - 7^m{,}2 = 20^h29^m{,}8.$$

Giova infine notare che, in ogni caso, anche se $t_m ps$ venga calcolato con la regola generale esposta più sopra, il risultato non è rigorosamente esatto perchè la sua determinazione è basata sopra un' ipotesi approssimata. Tuttavia, per le applicazioni pratiche che di questo problema fanno i naviganti, è da ritenersi che la precisione del risultato sia sempre sufficiente [2]. Ad ogni modo volendosi un valore più

---

[1] Assumiamo questo valore perchè, senza scostarsi molto dal vero, è esattamente divisibile per 24.

[2] Spesso per i naviganti è sufficiente conoscere l'ora del transito lunare con quella grossolana

preciso di $t_m ps$ basterà interpolare per l'ora media di Greenwich ad esso corrispondente ($T_m = t_m ps - \lambda$) i valori di $\alpha_☾$ ed α_m. Ed allora si potrà risolvere direttamente e con tutta la voluta precisione la formula generale

$$t_m ps = \alpha_☾ - \alpha_m .$$

Osservazione. — Alcune Effemeridi, come ad esempio il N. A. di Greenwich, dànno anche l'ora media $T_m pi$ del 1° meridiano nell'istante del passaggio della Luna al meridiano *inferiore* di Greenwich. È facile dimostrare che, per trovare l'ora media locale $t_m pi$ corrispondente al passaggio nel meridiano inferiore del luogo, valgono le stesse regole usate per la determinazione del passaggio superiore.

Caso dei pianeti. Anche per i Pianeti, le Effemeridi riferiscono il valore $T_m ps$ dell'ora media di Greenwich corrispondente ad ogni passaggio superiore nel 1° meridiano; dànno cioè il valore della differenza

$$\alpha_● - \alpha_m$$

nell' istante del transito planetare a Greenwich.

Al riguardo si ripeta lo stesso ragionamento fatto per la Luna, avvertendo tuttavia che il movimento in ascensione retta dei Pianeti può essere indifferentemente maggiore o minore di quello del Sole medio e, talvolta, può anche avvenire in senso retrogrado (Vedi § 18). Quindi la differenza $\alpha_● - \alpha_m$ in alcune epoche varia positivamente, in altre negativamente; talora rimane costante, o sensibilmente tale, durante alcune intere rivoluzioni diurne del pianeta. Ne segue che si possono verificare i seguenti tre casi:

1° che l'ora media locale del passaggio in un dato meridiano vada aumentando da un giorno all'altro, vi sia cioè *ritardo* come per la Luna, e, che quindi nel medesimo giorno, nei meridiani Est l'ora del transito $t_m ps$ sia minore di $T_m ps$, ed inversamente pei meridiani West; allora per determinare $t_m ps$ si userà la stessa regola della Luna;

---

approssimazione che si raggiunge mediante la seguente regola: l'ora media astronomica locale del transito superiore Lunare è prossimamente uguale all'età della Luna moltiplicata per $\frac{4}{5}$.

Esempio: In quale ora la Luna passa al meridiano nel 9° giorno della Lunazione?

$$\frac{9 \times 4}{5} = \frac{36}{5} = 7{,}2.$$

La Luna passa al meridiano verso le $7^h 12^m$ (astron.).

Altro esempio: Età 23; $\frac{23 \times 4}{5} = \frac{92}{5} = 18{,}4$; la Luna passa al meridiano alle ore $18^h 24^m$ (astron.).

Lo studioso potrà spiegarsi questa regola osservando che $\alpha_☾ - \alpha_m$ varia di $+24^h$ nel periodo di una lunazione. (La durata media di una lunazione è di circa 29 giorni medi, o, più esattamente 29,5306).

2° che l'ora media locale del passaggio in un dato meridiano vada diminuendo da un giorno all'altro, vi sia cioè *anticipo*, e che perciò nel medesimo giorno, nei meridiani Est l'ora del transito $t_m ps$ sia maggiore di $T_m ps$, ed inversamente per quelli West; allora, per determinare $t_m ps$ per un dato meridiano, si calcolerà la correzione come per la Luna, ma tale correzione sarà applicata a $T_m ps$ col segno contrario di quello dato con la regola Lunare;

3° che l'ora media locale del passaggio in un dato meridiano rimanga costante per alcuni giorni, ed allora si avrà lo stesso $t_m ps$ per tutti i meridiani, e sarà

$$t_m ps = T_m ps.$$

Giova infine osservare che, in ogni caso, qualunque sia il senso della variazione di $\alpha_{\bullet} - \alpha_m$, il valore della variazione stessa durante un' intera rivoluzione diurna del pianeta è sempre di pochi minuti. *È adunque lecito, nella maggior parte dei casi pratici, ed almeno in via di prima approssimazione, ritenere che $\alpha_{\bullet} - \alpha_m$ rimanga costante durante l'intera rivoluzione del pianeta e fare costantemente*

$$t_m ps = T_m ps.$$

Nel caso poi in cui fosse richiesta maggiore precisione sarebbe conveniente risolvere direttamente, dopo la predetta prima approssimazione, la formula generale

$$t_m ps = \alpha_{\bullet} - \alpha_m,$$

interpolando $\alpha_{\bullet}$ ed α_m per l'ora media di Greenwich simultanea all'ora approssimata $t_m ps$, prima ottenuta.

Esempi

N. B. Per maggiore chiarezza diamo un estratto del N. A. del 1914, nel quale sono contenuti tutti i dati relativi agli esempî seguenti.

Febbraio 1914.

Data (D)	Passaggio superiore in meridiano ($T_m ps$)	diff.
21	$22^h 23^m$	min.
22	23 10	47
23	23 54	44
24	* *	41
25	0 35	
26	1 15	40

I

Determinare $t_m\,ps$, del transito Lunare il 22 Febbraio, nel luogo di longitudine $\lambda = 5^h18^m$ Est Greenwich.

$$
\begin{array}{lll}
22 \text{ Febbraio } \ T_m\,ps & 23^h10^m & \\
\text{corr.} = -\left(\frac{47^m}{24} \times 5{,}3\right), & -10\ {,}4 & \\
t_m\,ps & 22^h59^m{,}6 & 22 \text{ Febbraio.}
\end{array}
$$

II

Determinare $t_m\,ps$ del transito Lunare il 25 Febbraio, nel meridiano $\lambda = 8^h18^m$ Est Greenwich.

$$
\begin{array}{lll}
25 \text{ Febbraio } \ T_m\,ps & 0^h35^m & \\
\text{corr.} = -\left(\frac{41^m}{24} \times 3{,}3\right), & -5\ {,}6 & \\
t_m\,ps & 0^h29^m{,}4 & 25 \text{ Febbraio.}
\end{array}
$$

III

Id. id., il 22 Febbraio, $\lambda = 4^h42^m$ West Greenwich.

$$
\begin{array}{lll}
22 \text{ Febbraio } \ T_m\,ps & 23^h10^m & \\
\text{corr.} = +\left(\frac{44^m}{24} \times 4{,}7\right), & +8\ {,}6 & \\
t_m\,ps & 23^h18^m{,}6 & 22 \text{ Febbraio.}
\end{array}
$$

IV

Id. id., il 23 Febbraio, $\lambda = 2^h36^m$ West Greenwich.

$$
\begin{array}{lll}
23 \text{ Febbraio } \ T_m\,ps & 23^h54^m & \\
\text{corr.} = +\left(\frac{41^m}{24} \times 2{,}6\right), & +4\ {,}4 & \\
t_m\,ps & 23^h58^m{,}4 & 23 \text{ Febbraio.}
\end{array}
$$

V

Id. id., il 23 Febbraio, $\lambda = 8^h48^m$ West Greenwich.

$$
\begin{array}{lll}
23 \text{ Febbraio } \ T_m\,ps & 23^h54^m & \\
\text{corr.} = +\left(\frac{41^m}{24} \times 8{,}8\right), & +15 & \\
t_m\,ps & 0^h09^m & 24 \text{ Febbraio.}
\end{array}
$$

Il giorno 23 non vi è passaggio superiore nel meridiano considerato: il passaggio avviene invece alle 0^h09^m del giorno seguente 24 Febbraio.

VI

Verificare se vi è passaggio il giorno 24 nel meridiano $\lambda = 5^h24^m$ West.

$$
\begin{array}{lll}
\text{23 Febbraio } T_m\,ps & 23^h54^m & \\
\text{corr.} = +\left(\dfrac{41^m}{24} \times 5{,}4\right), & +\ 9{,}2 & \\
t_m\,ps & \underline{\underline{0^h03^m{,}2}} & \text{24 Febbraio.}
\end{array}
$$

Il passaggio avviene il 24, alle $0^h03^m{,}2$.

§ 69. **Passaggio delle Stelle nel Meridiano Superiore.** — Noi sappiamo (§ 52) che nell'istante del passaggio superiore di un astro qualsiasi l'ora *siderea* locale è uguale all'ascensione retta dell'astro medesimo.

Indicando con $t_s\,ps$ l'ora *siderea* del transito, e considerando una stella, si ha:

$$t_s\,ps = \alpha_* \,.$$

Il valore di α_* si può sempre determinare con sufficiente precisione mediante la sola conoscenza della *data.* Ottenuta l'ora *siderea* $t_s\,ps$ si passerà alla corrispondente ora *media* con le norme del § 64.

Il problema è così ridotto alla conversione di un'ora siderea alla simultanea ora media.

In pratica il procedimento ora descritto si segue soltanto quando bisogna determinare un valore molto preciso dell'ora media del transito stellare. Quando è sufficiente conoscere un valore *approssimato* conviene riferirsi alla relazione generale (1) del § 66.

$$* \quad \boxed{t_m\,ps = \alpha_* - \alpha_m}\,,$$

e risolverla usando il valore di α_m corrispondente al mezzodì medio di Greenwich che ha la data del giorno locale per cui si vuol conoscere il transito. Così, ad es., essendo il 20 Gennaio 1914, a $T_m = 0^h$, $\alpha_m = 19^h56^m$ (valore arrotondato), ed α_* di Sirio $= 6^h14^m$ (valore arrotondato), si può ritenere, *per qualsiasi meridiano*

$$\text{20 Gennaio } t_m\,ps \text{ appross.} = 6^h41^m - 19^h56^m\,(+\,24^h) = 10^h45^m \ (^1).$$

---

(1) In alcune raccolte di tavole nautiche od astronomiche è riferita, per determinati giorni dell'anno, l'ora del transito superiore delle stelle principali, e ciò serve sia per individuare le stelle

OSSERVAZIONE. — Volendosi determinare l'ora media nell' istante del transito inferiore basta porre $t_* = 12^h$ nella relazione:

$$t_s = t_* + \alpha_*,$$

e si ha:

ora *siderea* locale all' istante del transito inferiore $= 12^h + \alpha_*$.

Poscia si passa alla corrispondente ora media col solito procedimento del § 64.

ESEMPIO

Trovare l'ora media locale (esatta) $t_m\,ps$ del passaggio della stella Altair (α Aquilae) nel meridiano superiore del luogo di longitudine $\lambda = 2^h36^m18^s$ Est Greenwich, il giorno 19 Giugno 1914.

a) Ora siderea del transito

$$\alpha_* = t_s ps = 19^h46^m38^s,3.$$

b) Conversione di $t_s\,ps$ in t_m.

$t_m =$	$0^h00^m00^s$	19 Luglio	18 Luglio $T_m = 20^h$ . . .	α_m	$7^h45^m05^s,5$
$-\lambda -$	2 36 18		add. per 1^h		9,9
T_m	$21^h23^m42^s$	18 Luglio	» » 23^m		3,8
			» » $0^m,7$		0,1
				$\tau_s = \alpha_m$	$7^h45^m19^s,3$

$t_s\,ps$	$19^h46^m38^s,3$	per 12^h . .	$1^m57^s,95$
τ_s	7 45 19,3	» 1^m . .	0,16
I_s	$12^h01^m19^s,0$	» $0^m,3$ . .	0,00
$-$ R	$-$ 1 58,1	R	$1^m58^s,11$
$t_m\,ps = I_m$	$11^h59^m20^s,9$		

---

che in una data ora della notte passeranno nel meridiano, sia per predire l'ora nella quale avverrà il passaggio di una data stella.

Per individuare le stelle che passeranno al meridiano intorno ad una data ora, si dovrà procedere in questo modo. Dall'equazione di condizione

$$t_m\,ps = \alpha_* - \alpha_m$$

si ha

$$\alpha_* = t_m\,ps + \alpha_m\,.$$

Se adunque all'ora media locale data si aggiunge l'ascensione retta del Sole medio, presa a vista nelle Effemeridi per mezzodì di Greenwich del giorno considerato, si ottiene, approssimativamente, l'ascensione retta degli astri che, in quell' istante dato, passano nel meridiano del luogo. Pertanto, consultando l'indice delle stelle si potranno identificare tutte le stelle che intorno a quell'ora culminano nel meridiano. Saranno quelle la cui α_* è prossima all'α_* determinata.

CAPITOLO VII

Misura delle altezze degli astri

§ 70. **Il sestante.** (¹) — Il sestante (fig. 56) si compone di un *settore circolare metallico* AOB e di un'*alidada* mobile ED, girevole nel *piano del settore* intorno al centro O.

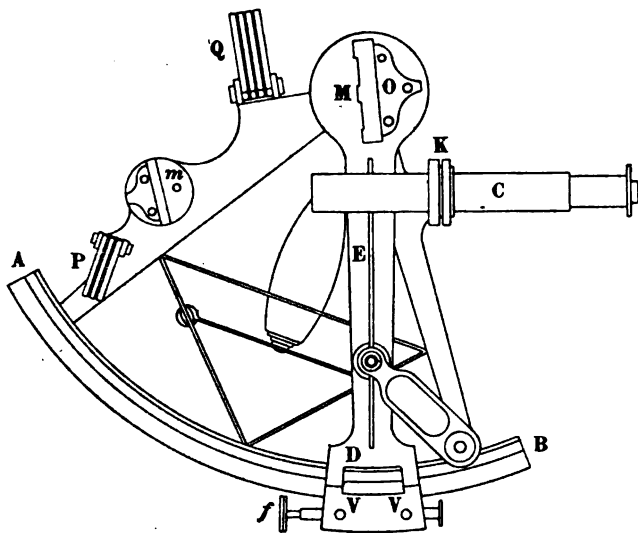



Fig. 56.

Sul raggio OA del settore circolare è fissato lo *specchio piccolo m*, che ha la superficie riflettente perpendicolare al piano del settore.

(¹) La descrizione del sestante e le norme per la sua rettifica sono svolte in forma succinta ed elementare. A coloro che desiderano fare uno studio completo raccomandiamo particolarmente l'eccellente opera dell'Ammiraglio MAGNAGHI: *Gli strumenti a riflessione per misurare angoli*. Milano, (Ed. Hoepli, 1875).
È provato che l'invenzione degli strumenti a riflessione è dovuta a Newton. Nelle carte di questo sommo fu trovata difatti la descrizione di uno strumento a doppia riflessione fondato sullo

Questo specchio è fatto di una lastra piana di vetro per metà amalgamata e per metà trasparente: la metà amalgamata è quella prossima al piano del settore. Il cannocchiale C è fissato mediante apposito *collare* all'altro raggio OB del settore: il suo asse ottico è parallelo al piano di questo ed è diretto verso il centro dello specchio piccolo. Il collare K del cannocchiale è unito al settore mediante un gambo a sezione quadrata: una vite permette di variare la distanza del collare (e quindi del cannocchiale) dal piano del settore.

L'arco AB si chiama *lembo*: su di esso è incisa la *graduazione*, la cui origine è dalla parte del punto B, cioè sulla destra del settore per chi, tenendo in alto il vertice del settore, legge la graduazione stessa. Il piano del settore, contenente il lembo, è detto anche *piano del lembo*.

P e Q sono i *vetri colorati* che servono eventualmente ad attenuare l'eccessivo splendore dei raggi luminosi raccolti dal cannocchiale.

Presso l'estremità dell'alidata e sopra il suo asse di rotazione è fissato lo specchio grande M, fatto di una lastra piana di vetro, completamente amalgamata e normale al piano del settore. L'altra estremità dell'alidada si appoggia sul lembo e porta inciso un *indice* con relativo *verniero* o *nonio* VV'. Una *vite di pressione* serve a fissare l'alidada al lembo: l'alidada così fissata può tuttavia ricevere dei lievi spostamenti mediante apposita *vite di richiamo f*.

Lo strumento è munito di un'*impugnatura* applicata all'armatura del settore.

OSSERVAZIONE 1ª. — In generale il lembo è graduato di 10' in 10' ed il verniero permette la lettura degli angoli arrotondati ai 10''. In tal modo la lettura è approssimata a $\pm 5''$.

OSSERVAZIONE 2ª. — Ogni sestante è generalmente munito dei seguenti tipi di cannocchiale.

1°. *Un cannocchiale astronomico* ordinario, ad oculare negativo, che dà le immagini rovesciate [1]. A questo cannocchiale si possono adattare due oculari, ad ognuno dei quali corrisponde un diverso ingrandimento. L'ingrandimento lineare massimo è generalmente compreso fra 6 ed 8.

---

stesso principio del sestante. L'invenzione sarebbe avvenuta intorno al 1700. La notizia non fu tuttavia diffusa, e, nel 1730, Th. Godfrey di Filadelfia costruiva il primo strumento a riflessione; pochi mesi dopo, nel 1731, l'Astronomo inglese Hadley ideava e faceva costruire uno strumento simile. L'opera di Hadley fu indipendente del tutto da quella di Godfrey, sicchè il merito dell'invenzione fu conteso fra i due. D'altra parte tanto Godfrey che Hadley ignoravano completamente la descrizione di Newton. (Vedi all'uopo la citata opera di Magnaghi).

(1) Il tipo comune di cannocchiale astronomico può essere sostituito, con grande vantaggio da un cannocchiale a prismi del sistema ideato dal nostro Ignazio Porro, e copiato da Zeiss, il quale dà, con molta chiarezza e grande campo, le immagini raddrizzate. Questa innovazione ha tuttavia l'inconveniente di accrescere in modo notevole il costo dell'istrumento.

2°. *Un cannocchiale terrestre* del sistema Galileiano, destinato alla misura degli angoli fra oggetti terrestri, o, *eventualmente*, alle osservazioni notturne. L'ingrandimento è generalmente compreso fra 2 e 3.

3°. *Un tubo traguardo*, a visione diretta, impiegato in tutte le osservazioni nelle quali non si richiede molta precisione.

In alcuni tipi di sestante sono applicati dei cannocchiali speciali per le osservazioni notturne. Talora, allo stesso scopo, si usa un binocolo.

Secondo Aved de Magnac la visione binoculare rende le osservazioni di notte più facili e sicure che la visione monoculare. Si impiegano binocoli Galileiani comuni, o sistemi binoculari composti di due cannocchiali astronomici accoppiati ([1]). Circa l'uso del binocolo le opinioni sono tuttavia molto divise.

§ 71. Principio ottico del sestante - Misura degli angoli mediante la doppia riflessione - Lettura istrumentale - Errore d'indice. — Allorchè un raggio di luce è riflesso da una superficie piana, l'angolo d'incidenza è uguale all'angolo di riflessione. Con questo teorema fondamentale di ottica si prova che quando un raggio di luce subisce due riflessioni *nel medesimo piano*, l'angolo fra la sua prima e la sua ultima direzione è uguale al *doppio dell'angolo compreso dalle superficie riflettenti*. Su questo principio è basata la costruzione del sestante.

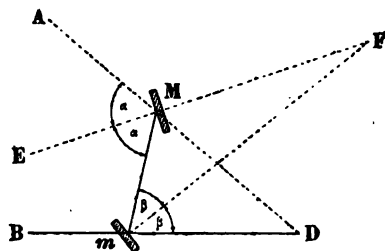



Fig. 57.

Il piano della fig. 57 suppongasi coincidere con quello del settore; M ed m sieno rispettivamente lo specchio grande e piccolo, le cui superficie riflettenti sono normali al piano suddetto. Conduciamo EF perpendicolare allo specchio M, ed mF perpendicolare ad m; l'angolo mFM è uguale all'angolo formato dai piani dei due specchi. Consideriamo un raggio di luce proveniente dal punto A situato sul piano del settore: questo raggio, essendo doppiamente riflesso dagli specchi M ed m, assume, come ultima direzione, la mD; quindi $\widehat{AD}m$ è l'angolo fra la prima e l'ultima direzione del raggio considerato.

Noi vogliamo provare che si ha

$$\widehat{AD}m = 2\widehat{MF}m.$$

Essendovi uguaglianza fra l'ang. d'incidenza e quello di riflessione

$$\widehat{AME} = \widehat{EM}m = \alpha \qquad \widehat{Mm}F = \widehat{Fm}D = \beta.$$

([1]) Come nel tipo Magnac-Prazmowsky; vedi studio di Cuverville nel Tomo 83 della *Revue Maritime*.

Il triangolo MFm dà

$$\widehat{MFm} + \beta = \alpha .$$

Il triangolo MDm dà

$$\widehat{MDm} + 2\beta = 2\alpha .$$

Confrontando queste due relazioni si trova

$$\widehat{MDm} = 2\,\widehat{MFm} ,$$

ossia

$$\widehat{ADm} = 2\,\widehat{MFm} ,$$

come volevasi dimostrare.

Nella fig. 58 sono rappresentate le linee principali del sestante. Il cannocchiale (rigidamente fissato al settore, e parallelo ad esso) è puntato invariabilmente sulla linea di separazione fra la parte amalgamata e la parte trasparente dello specchio piccolo m (fisso al settore); in tal modo metà del suo obbiettivo riceve i raggi luminosi che ad esso giungono direttamente da B attraverso la parte trasparente e l'altra metà raccoglie i raggi provenienti per riflessione dalla parte speculare: di più la direzione OB del suo asse ottico ha sullo specchio piccolo la stessa inclinazione della congiungente Mm dei due specchi.

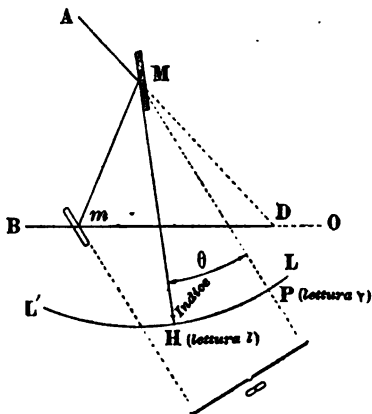



Fig. 58.

Per la legge di riflessione segue che un raggio il quale cade sullo specchio piccolo, secondo la Mm, è sempre riflesso lungo la BO, ossia è raccolto dall'obbiettivo del cannocchiale [1]. Ora, per la stessa legge, lo specchio grande M (mobile coll'alidada) riflette secondo la Mm i raggi luminosi che cadono in esso nella direzione AM, essendo AM inclinata come la mM sullo specchio medesimo, e complanare della mM e della BO.

---

[1] I costruttori fanno l'angolo MmD $= 2\beta$ uguale a 30° circa. In altri termini l'asse del cannocchiale forma colla congiungente i due specchi l'angolo 30°. Raramente si fa $2\beta = 20°$.

Dalla grandezza di 2β dipende l'angolo massimo misurabile col sestante; tanto più piccolo è 2β tanto maggiore è tale angolo massimo. In proposito vedi osservazione in fine di questo paragrafo.

Pertanto se B è un punto luminoso situato nella direzione dell'asse ottico del cannocchiale, ed AM è un raggio proveniente dal punto luminoso A, situato nel piano OM*m* parallelo al piano del settore, le immagini dei punti B ed A, la prima veduta direttamente attraverso la parte trasparente dello specchio piccolo, l'altra veduta per doppia riflessione, si sovrappongono nel campo del cannocchiale. Perciò possiamo concludere che quando le immagini di due oggetti A e B viste per mezzo del cannocchiale, l'una direttamente, l'altra per doppia riflessione, sono sovrapposte, o, come suol dirsi, in collimazione reciproca, l'angolo ADB formato dalle direzioni degli oggetti è misurato dal doppio dell'angolo MF*m* formato dai due specchi. Ora, essendo lo specchio grande invariabilmente unito all'alidada che porta l'indice ed il verniero, mentre lo specchio piccolo fa corpo unico col lembo, è manifesto che l'inclinazione attuale dei due specchi, dipendendo unicamente dalla posizione dell'indice sul lembo, può essere misurata su questo. All'uopo basterà conoscere il valore dell'arco PH (concentrico dell'alidada) compreso fra la posizione P, occupata dall'indice *quando i due specchi sono paralleli* e la posizione H occupata attualmente dall'indice stesso. Di più, poichè in definitiva è l'angolo ADB che vuolsi misurare, e quest'angolo è uguale al doppio dell'arco $PH = \vartheta$, $(A\widehat{D}B = 2\vartheta)$, conviene che l'arco LL′ sia graduato da L verso L′ in modo che all'ampiezza *effettiva* di 1^0 corrisponda la variazione di 2^0 nelle letture della scala. In tal modo la differenza delle due letture l e γ, corrispondenti rispettivamente a P ed a H (posizione attuale dell'alidada per cui le immagini di A e B sono sovrapposte), dà il valore cercato dall'angolo $A\widehat{D}B$

$$A\widehat{D}B = l - \gamma.$$

Il punto P del lembo corrispondente alla posizione occupata dall'indice quando gli specchi sono paralleli fra loro, dicesi *punto di parallelismo.*

Se la lettura del lembo corrispondente a P è zero, o, in altri termini, se l'origine della graduazione coincide col punto di parallelismo, il valore dell'angolo può essere letto direttamente

$$(\gamma = \text{zero}), \quad A\widehat{D}B = l.$$

Lo specchio grande è unito all'alidada in modo che il punto di parallelismo coincida con l'origine (zero) della graduazione. Tuttavia il

più delle volte tal coincideuza non riesce perfetta, e perciò, in generale, la misura degli angoli si ottiene per mezzo della differenza

$$l - \gamma.$$

È manifesto che, quando il sestante non subisce dissesti (prodotti da urti o da altre cause fisiche), il punto di parallelismo non muta di posizione, ossia la lettura γ rimane costante. Noi impareremo presto a determinare il valore di γ, a cui spetta propriamente il nome di *errore d'indice* (1).

Sul modo di fare le letture l e γ conviene fin d'ora fare una importante osservazione. La numerazione della scala graduata ha origine da uno zero situato in prossimità dell'estremità L del lembo, e cresce verso sinistra (2); alla destra dello zero la graduazione è prolungata di alcune divisioni (pochi gradi), e in questo breve tratto la numerazione cresce verso destra.

In tali condizioni, convenendo di assumere come *positive* tutte le letture fatte a *sinistra* dello zero, come *negative* quelle fatte a *destra*,

Fig. 59 *a*. Fig. 59 *b*.

si vede subito (figg. 59 *a* e *b*) che il valore dell'angolo osservato si ottiene a condizione che la differenza

$$l - \gamma$$

sia fatta *algebricamente*.

Ciò premesso, è manifesto che la quantità $(-\gamma)$ può essere considerata come la correzione da farsi alla lettura l per ottenere la misura dell'angolo. È per questo motivo che la quantità $(-\gamma)$ viene chiamata *correzione d'indice*.

OSSERVAZIONE. — Lo specchio piccolo può ricevere raggi riflessi dallo specchio grande fino a che, muovendo l'alidada, la superficie riflettente di questo non è condotta a contenere la Mm (figg. 56 e 57). In altri termini l'angolo massimo che si può far comprendere alle superfici riflettenti dei due specchi è manifestamente uguale a $(90° - \beta)$, perciò l'angolo massimo misurabile col sestante

---

(1) Talora ed impropriamente si chiama *errore istrumentale*.

(2) Le parti destra e sinistra sono riferite all'osservatore che guarda la graduazione tenendo l'istrumento nella posizione normale di lettura (specchio grande in alto, graduazione del lembo in basso).

sarebbe $2(90^\circ - \beta)$; ossia 150° se $2\beta = MmD = 30^\circ$. Conviene però notare che per ottenere da uno specchio immagini riflesse distinte, occórre che i raggi incidenti abbiano un'inclinazione sulla normale non maggiore di 80°; perciò il più grande angolo che potranno fare i due specchi del sestante, compatibilmente con un'immagine doppiamente riflessa, sufficientemente distinta, sarà di $(80^\circ - \beta)$, e quindi l'angolo massimo misurabile in pratica sarà uguale a $2(80^\circ - \beta)$, ossia a 130° se $2\beta = 30^\circ$, come è fatto nella maggior parte dei sestanti (¹).

§ 72. **Rettifiche del sestante.** — Affinchè il teorema di ottica, sul quale è fondato il sestante, sia realizzato, è necessario che la doppia riflessione avvenga in un piano perpendicolare ai due specchi, e ciò si verifica alle condizioni seguenti.

a) Ogni specchio deve essere *perpendicolare al piano del lembo.*

b) La collimazione delle immagini facendosi sull'asse ottico del cannocchiale, tale asse deve essere *parallelo al piano del lembo.*

Vediamo come si possano soddisfare queste condizioni.

1°. Perpendicolarità dello specchio grande. — La verifica di questa condizione è basata sul principio di ottica: " Se una linea o un piano si riflettono in uno specchio, essi e le loro immagini sono simmetricamente situati rispetto alla superficie dello specchio, e quindi, allorchè lo specchio è normale alla linea od al piano, essi sono in prolungamento ".

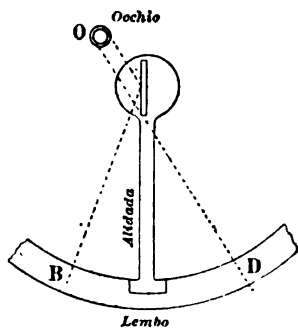



Fig. 60.

Si porta il sestante, privo del cannocchiale, in posizione orizzontale innanzi all'occhio O (fig. 60), in modo che questo si trovi presso a poco nel piano del lembo, ed in vicinanza dello specchio grande: così facendo, l'osservatore può vedere contemporaneamente per via diretta la parte del lembo prossima a D, e per riflessione la parte prossima a B: B e D si trovano da parti opposte rispetto all'alidada. Le due immagini devono formare una curva continua ed apparire nello stesso piano; una mancanza di continuità si apprezza molto facilmente ed indica un'inclinazione dello specchio. Se l'immagine riflessa appare sollevata, lo specchio è inclinato verso la parte anteriore (o faccia riflettente dello specchio), se invece l'immagine riflessa appare depressa, lo specchio è inclinato verso la parte posteriore,

(¹) Dall'opera *Gli strumenti a riflessione* del Magnaghi.

Per correggere questo difetto lo specchio grande è talora munito di viti rettificatrici, le quali permettono di dare ad esso un limitato movimento di rotazione intorno ad un asse parallelo al piano del lembo. Quando le viti rettificatrici non esistono, bisogna togliere da posto l'armatura dello specchio e limare convenientemente, come fanno i costruttori, le orecchiette contro le quali il vetro è appoggiato; oppure si mette uno spessore di carta sotto uno degli orli dell'armatura.

Quando il sestante sia usato e trasportato con cura, questa rettifica si renderà necessaria assai di rado. Ma questa circostanza non dispensa il navigante dal fare frequenti verifiche.

II. Perpendicolarità dello specchio piccolo. — Questa rettifica deve sempre farsi *dopo* quella dello specchio grande. In tali condizioni, se lo specchio piccolo non è perpendicolare al piano del lembo, in nessuna posizione dell'alidada i due specchi potranno risultare paralleli, e perciò si tenterà invano di ottenere quella perfetta coincidenza delle immagini riflessa e diretta del medesimo oggetto con la quale si determina il cosidetto punto di parallelismo (1). In altri termini, allorchè, dopo aver eseguita la rettifica dello specchio grande, si punta col cannocchiale un astro, e, muovendo l'alidada nelle vicinanze dello zero, non si riesce a sovrapporre l'immagine riflessa (R) dell'astro con quella veduta direttamente (D), vuol dire che lo specchio piccolo non è perpendicolare al piano del lembo. Coi movimenti dell'alidada si vedrà l'immagine riflessa R muoversi lungo una linea *mn* (fig. 61) parallela al piano del lembo, e la minima distanza di R da D si avrà allorchè R e D verranno a trovarsi sopra una perpendicolare al piano stesso. In quest'ultima posizione si fissa l'alidada al lembo, ed agendo su apposita vite di rettifica dello specchio (2), si portano in coincidenza le due immagini. Così facendo, si rendono paralleli i due specchi; e perciò, se il grande è perpendicolare al lembo, diventa tale, necessariamente, anche il piccolo.

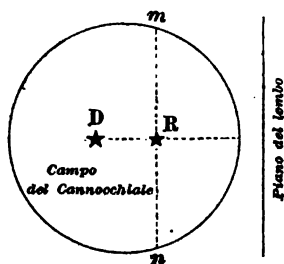



Fig. 61.

La rettifica fatta con una stella, nel modo detto ora, non è sempre perfetta. Spesso accade che le due immagini di una medesima

(1) Corrispondente alla lettura γ.

(2) Sovente questa vite termina con una testa quadrata sulla quale si adatta un'apposita chiavetta. Con essa si dànno allo specchio piccolo dei leggeri movimenti di rotazione intorno ad un asse parallelo al piano del lembo, e quindi si modifica l'inclinazione dello specchio sul piano medesimo.

stella appaiono confuse l'una con l'altra per effetto dell'*irradiamento*, mentre in realtà sono distanti fra loro. L'irradiamento è sovrattutto sensibile quando si osserva una stella molto brillante: esso è dovuto alla poca apertura del cannocchiale, alle imperfezioni della sua lente obbiettiva ed a quelle degli specchi.

Pertanto è consigliabile, potendolo, di fare la rettifica di giorno, con le osservazioni di oggetti terrestri. Si punterà col cannocchiale l'oggetto scelto, e, muovendo l'alidada in prossimità del punto di parallelismo, si vedrà passare l'immagine riflessa dell'oggetto sulla immagine diretta. Se, durante questo movimento, le due immagini vengono a sovrapporsi esattamente, vuol dire che in quella posizione i due specchi sono paralleli, e perciò se quello grande è perpendicolare al lembo lo sarà anche il piccolo. Ove la perfetta collimazione delle immagini non si possa ottenere in nessuna posizione, si dovrà rettificare lo specchio piccolo nel modo descritto poc'anzi. Per questa rettifica è da consigliarsi la scelta di oggetti verticali (aste, fumaioli, ecc.): l'osservazione, in tal caso si farà col sestante in posizione verticale (posizione normale).

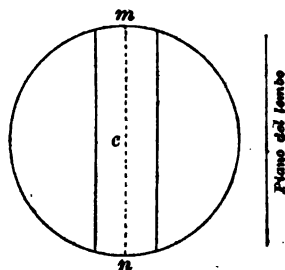
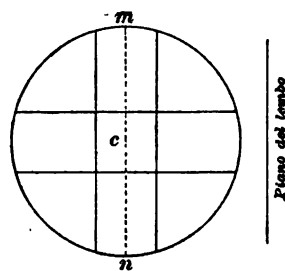
Fig. 62 *a*.

Fig. 62 *b*.

Osservazione. — Gli errori di misura dipendenti dal difetto di perpendicolarità delle superfici riflettenti sul piano del lembo graduato sono di secondo ordine rispetto alla grandezza delle quantità angolari che misurano le imperfezioni stesse; i detti errori sono quindi, in generale, trascurabili in uno strumento *prossimamente rettificato*.

III. Parallelismo dell'asse ottico del cannocchiale. — L'asse ottico è la retta che passa per i centri dell'obbiettivo e del *reticolo*.

Il reticolo (che fa parte dell'oculare) è formato da una coppia di fili paralleli disposti simmetricamente rispetto all'asse del cannocchiale (fig. 62 *a*), oppure da due coppie di fili fra loro normali (fig. 62 *b*) che si tagliano ad angolo retto.

Quando si deve fare una misura qualsiasi bisogna curare che la coppia di fili (nel caso *a*), od una delle coppie (nel caso *b*), risulti parallela al piano del lembo, come in figura; in tali condizioni la mediana *mn* dei fili, la quale contiene il centro O del reticolo, viene ad essere anch'essa parallela al lembo.

Per verificare se l'asse ottico è parallelo al piano del lembo, si fissa il sestante orizzontalmente sopra un tavolo e si traguarda lungo il piano del lembo una linea orizzontale lontana che sia contenuta nel piano medesimo (ad es., la cornice di una casa, lo spigolo di un muro, ecc.). Poscia, avendo cura di non muovere il sestante, e dopo averlo munito di cannocchiale, si osserva lo stesso oggetto attraverso a questo per vedere se la linea orizzontale considerata coincide colla mediana *mn* dei fili. Se così è, l'asse ottico è rettificato; in caso contrario si stabilisce la coincidenza agendo opportunamente sulle apposite viti del collare.

Avvertenza importante. — Rettificati la perpendicolarità degli specchi ed il parallelismo del cannocchiale, la doppia riflessione sulla quale è basata la misura degli angoli avviene effettivamente in un piano parallelo al lembo, a condizione che la collimazione delle immagini sia fatta lungo la mediana (*mn*) dei fili, ossia nel diametro del campo parallelo al piano del lembo. Se invece il contatto venga fatto in punti del campo situati fuori delle *mn*, la doppia riflessione ha luogo in un piano inclinato sul lembo, e si commette un errore di misura (1) che, a parità di altre condizioni, cresce con la grandezza dell'angolo misurato. Se l'inclinazione della linea di mira sul piano del lembo è di 50′ si hanno i seguenti errori tutt'altro che trascurabili:

angolo misurato	40°	80°	120°
errore	— 16″	— 37″	— 75″.

§ 73. **Difetti di costruzione del sestante - Correzione istrumentale.** — Fin qui si è implicitamente ammesso che il sestante sia perfettamente costruito in tutte le sue parti. Questa condizione è soddisfatta quando:

a) gli specchi di cristallo hanno le faccie parallele; se ciò non è, si ha *errore di prismatismo*;

b) il centro dell'alidada coincide esattamente col centro della graduazione; altrimenti si ha *errore di eccentricità*;

c) la graduazione è ben fatta; in caso contrario si ha *errore di graduazione*.

---

(1) Questo errore è chiamato da taluni autori *errore di deviazione*. Esso è difatti dovuto alla deviazione od inclinazione del piano di osservazione sul piano del lembo. L'errore è negativo, ossia l'angolo *letto* è minore di quello effettivo: difatti il primo è la proiezione del secondo sul piano del lembo.

I. Prismatismo degli specchi e dei vetri colorati. — Come dicemmo nel descrivere il sestante, gli specchi sono fatti di una lastra di cristallo con una delle faccie (la posteriore) convenientemente amalgamata.

In essi il raggio luminoso batte sulla faccia anteriore formando l' incidenza S*an* (fig. 63 *a*), poscia penetra nel cristallo e, per effetto della rifrazione, subisce (mantenendosi sempre nel piano S*an*) una determinata deviazione; per tanto si dirige secondo *ab*, cade sulla faccia amalgamata, si riflette secondo *bc*, ed emerge dal cristallo nella direzione *c*S′.

Se le due faccie MM ed M′M′ sono parallele, l'angolo S*an* d'incidenza è uguale a quello di riflessione *n′c*S′ ; e tutto avviene come se

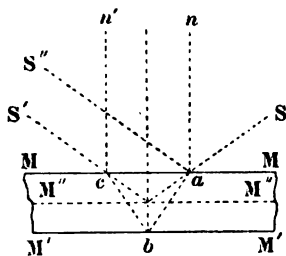
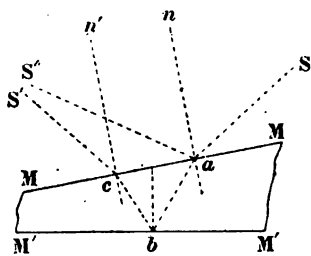



Fig. 63 *a*. Fig. 63 *b*.

la riflessione si verificasse sulla superficie piana M″M″, interna allo specchio e parallela alle sue faccie.

Nel medesimo tempo la luce che colpisce lo specchio nel punto *a* della faccia anteriore, non penetra tutta nel suo interno, ma in piccola parte si riflette nella direzione *a*S″ la quale, essendo, per definizione, le superfici riflettenti M″M″ ed MM parallele fra loro, è parallela alla *c*S′. Quindi, per un elementare principio di ottica, i raggi paralleli *a*S″ e *c*S′, attraversando l'obbiettivo del cannocchiale, concorrono al medesimo *fuoco* e formano un' immagine unica.

Quando invece le faccie dello specchio non sono parallele fra loro (fig. 63 *b*), gli angoli S*an* ed *n′c*S′ sono disuguali e, non verificandosi così una delle condizioni fondamentali su cui è basata la misura degli angoli col sestante, si ottengono delle misure errate. Inoltre, i raggi *a*S″ e *c*S′, riflessi rispettivamente dalla faccia amalgamata M′M′ e dalla faccia anteriore MM dello specchio, risultano inclinati fra loro, e perciò formano due immagini, di cui la più brillante è dovuta alla riflessione della M′M′, e la più debole alla riflessione della faccia esterna MM. L' inclinazione delle faccie essendo in generale assai pic-

cola, la seconda immagine si sovrappone quasi completamente alla brillante, facendo solo che i contorni di questa non riescano *netti*, ma bensì confusi e mal definiti. Questa circostanza offre un mezzo semplicissimo per verificare il prismatismo degli specchi. Uno specchio prismatico deve essere cambiato.

Conviene accennare anche agli effetti del *prismatismo dei vetri colorati*. Se questi non hanno le faccie parallele, i raggi luminosi che li attraversano non escono in direzione parallela a quella di entrata, e ciò produce errore nella misura degli angoli [1].

Gli errori dovuti al prismatismo dei vetri colorati si evitano usando in luogo di essi, quando si può, l'*oculare colorato* del cannocchiale, il quale attenua le luci troppo vive senza produrre inconvenienti di sorta, anche quando sia fatto con vetro imperfetto.

II. Errore di eccentricità. — Quando l'arco graduato del lembo è eccentrico rispetto all'asse di rotazione dell'alidada, le letture fatte sul lembo non dànno il valore effettivo del doppio dell'angolo formato dagli specchi, e perciò la misura non risulta esatta. È un errore molto temibile di cui sono più o meno affetti tutti i sestanti, e la sua influenza sulle misure è tutt'altro che trascurabile.

III. Errore di graduazione. — Le *macchine a dividere*, destinate a fare le graduazioni degli strumenti di precisione, sono attualmente così perfezionate che l'errore in parola è del tutto trascurabile: è d'altra parte possibile eliminarne gli effetti come vedremo nella seguente conclusione.

Conclusione. — La somma complessiva degli errori dovuti ad imperfetta costruzione del sestante si può determinare con speciali misure [2]. Di ciò si occupano gli Osservatorii, i quali posseggono istru-

---

(1) I vari vetri colorati dello specchio grande devono anche essere *paralleli fra loro*; in caso contrario, impiegandone più di uno durante l'osservazione, si producono delle riflessioni fra le loro faccie e si formano delle immagini non colorate meno intense della principale, chiamate *immagini bianche*, le quali rendono difficile la misura.

Queste immagini bianche possono anche prodursi quando lo specchio piccolo non è fissato in modo tale che la sua normale risulti bisettrice dell'angolo formato dall'asse del cannocchiale con la retta congiungente i centri dei due specchi. Facendo ruotare lo specchio piccolo intorno all'asse normale al lembo, si può ottenere la completa sparizione delle immagini bianche dovuta alla causa ora accennata.

(2) Vedi Annali Idrografici — R. Istituto Idrografico. Genova, vol. 6°, Anni 1907-8-9. « Acquisto e costruzione di nuovi istrumenti, per il dott. Alessio », pagg. 151-161.

Un'accurata determinazione di questi errori e la formazione di una tabella la quale assegni le correzioni relative ai diversi angoli che si possono osservare dovrebbe riguardarsi come una condizione indispensabile per l'uso razionale di un sestante.

Tali determinazioni si ottengono col paragonare fra loro i risultati di misure angolari fra punti terrestri eseguite col sestante, e quelli ottenuti con un *teodolite*.

menti adatti allo scopo. Quando un sestante sia stato sottoposto a tale esame, l'errore di cui è affetta la misura di un angolo, per cagione delle imperfezioni istrumentali, si potrà ricavare volta per volta da apposita tabella, e sarà perciò possibile fare la relativa correzione, detta propriamente *correzione istrumentale* (e che indicheremo col simbolo c).

Naturalmente tale correzione è del tutto indipendente da quella d' indice ($-\gamma$), la quale deve applicarsi a parte.

Per maggiore chiarimento diamo una tabella della correzione istrumentale di un sestante collaudato presso l'Istituto Idrografico della Regia Marina.

Lettura del sestante	Correzione istrumentale
l	c
0°	0′00″
15°	— 0′05″
30	— 0 12
45	— 0 21
60	— 0 22
75	— 0 32
90	— 0 45
105	— 0 51
120	— 1 02
135	— 1 04

Cosicchè il valore di un angolo misurato col sestante a cui si riferisce la tabella sarà dato da

$$\text{angolo} = l + c - \gamma, \quad (\text{alg.!}).$$

La quantità $(c - \gamma)$ costituisce la *correzione totale dipendente dall'istrumento.*

Purtroppo, spesso, i sestanti non sono provvisti di una tabella siffatta *costruita con cura*, e perciò in pratica bisogna contentarsi di ottenere l'angolo apportando la sola correzione d'indice $-\gamma$, facendo cioè

$$\text{angolo} = l - \gamma, \quad (\text{alg.!}).$$

§ 74. **Determinazione dell'errore d'indice.** — Prima di procedere a questa determinazione *è necessario accertare che il sestante sia ben rettificato* ed all'uopo servono le norme date nei precedenti paragrafi.

Per costruzione il punto di parallelismo è sempre situato in grande vicinanza dello zero della graduazione; perciò se si dispone l'indice dell'alidada sullo zero, i due specchi risultano prossimamente paralleli. In tali condizioni, dirigendo il cannocchiale sopra un punto ben definito, si vedono due immagini del punto stesso molto vicine fra loro, e, con piccoli movimenti impressi all'alidada mediante la vite di richiamo, si può ottenere la loro perfetta collimazione.

Dopo quanto si è detto sulla teoria del sestante, si comprende come, stabilita questa collimazione, i due specchi sieno perfettamente parallelli, purchè la distanza del punto osservato B (fig. 64) sia così grande che le rette BM e Bm, condotte da B allo specchio grande ed a quello piccolo (¹) possano considerarsi come sensibilmente parallele fra loro.

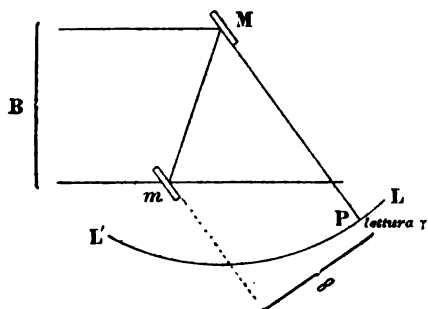



Fig. 64.

La lettura della graduazione corrispondente alla suddetta collimazione delle immagini darà *in grandezza e segno* il cercato valore della quantità γ. Come si vede, la determinazione dell'errore d'indice è molto semplice, ed è necessario farla frequentemente.

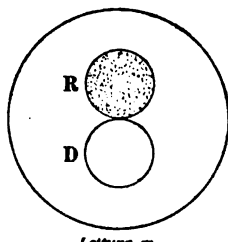
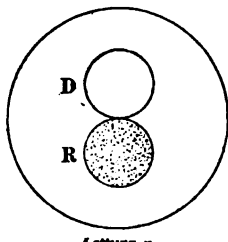



Fig. 65 *a*. Fig. 65 *b*.

In mare si può fare la determinazione speditiva di γ osservando col sestante in posizione verticale la linea dell'orizzonte marino. Si portano a coincidere le immagini diretta e riflessa dell'orizzonte e si fa la lettura corrispondente. In tal modo si ottiene immediatamente il cercato valore di γ.

(¹) Poichè nei sestanti la distanza mM è compresa fra 10 e 15 centimetri, e l'angolo MmD è circa 30°, quando B sia distante circa 5000 metri le rette BM e Bm formano un angolo di appena 5″: perciò per distanze superiori potremo considerare praticamente nullo tale angolo. Se il punto osservato è un astro, il parallelismo di BM e Bm è perfetto.

Molto più accurata, e quindi preferibile in ogni circostanza, è la determinazione fatta con l'osservazione del Sole. Tale misura si effettua non già facendo coincidere le immagini diretta e riflessa dei dischi (perchè la perfetta coincidenza si apprezza male), ma bensì portando i lembi della immagine riflessa R del Sole successivamente a contatto dei due lembi (superiore ed inferiore) dell' immagine diretta D (figura 65 *a* e *b*).

È facile convincersi che, indicando con m ed n le letture fatte nelle due corrispondenti posizioni dell'alidada, sarà:

$$\boxed{\gamma = \frac{m+n}{2}}, \text{ (alg. !).}$$

Naturalmente le letture m ed n devono essere affette dal segno che loro compete (*positive* se fatte a *sinistra*, *negative* se fatte a *destra* dello zero), o, in altri termini, la relazione è *algebrica.*

Concludiamo che l'*errore d'indice è uguale alla semisomma algebrica delle letture che si ottengono ponendo successivamente a contatto i due lembi, superiore ed inferiore, del Sole diretto con quelli del Sole riflesso.*

ESEMPIO. — La prima lettura è + 35'20", la seconda è — 29'10".

1ª lettura	+	35'20"
2ª »	—	29 10
Somma algebrica	+	6 10
Errore d' indice $= \gamma$	+	3'05".

Si dovra evitare, se possibile, la determinazione dell'errore d'indice con l'osservazione di una stella. Difatti (come già si disse nel § 72) spesso accade che le due immagini della stella (riflessa e diretta) appaiono confuse l'una con l'altra per effetto dell'*irradiamento*, mentre in realtà non. coincidono. In ogni caso dovendo fare la determinazione di notte si sceglierà una stella poco splendente perchè allora si verifica un irradiamento minore.

OSSERVAZIONE 1ª. — Per cause fisiologiche la collimazione delle due immagini (diretta e riflessa) è soggetta ad errori. Per un *occhio ordinario* due punti appaiono ancora distinti quando sono visti sotto un angolo visuale di 1'; generalmente al di sotto di questo limite, due punti non risultano più distinti ma si fondono in uno solo. Tuttavia con un' illuminazione conveniente il limite può ridursi a 30".

Pertanto se si fa uso di un cannocchiale il cui ingrandimento sia G, l'errore massimo che si può commettere nell'apprezzare il contatto delle due immagini è variabile fra un minimo $\pm \frac{30''}{G}$ ed un massimo $\pm \frac{60''}{G}$.

Come si è detto altrove (Oss. 2ª, § 70) l'ingrandimento del cannocchiale astronomico del sestante è generalmente compreso fra 6 ed 8. In tali condizioni l'errore ora detto avrà valori compresi fra $\pm 4''$, circa, e $\pm 10''$.

Nella determinazione dell'*errore d'indice del sestante* fatta con l'osservazione del lembo solare, i contatti osservati sono *due* e pertanto l'errore risultante per la causa ora enunciata potrà, in circostanze sfavorevoli, elevarsi a $\pm 20''$. Si aggiunga a queste cause l'errore di approssimazione delle due letture (Oss. 1ª del § 70) che è $\pm 5''$ per ogni lettura, e sarà evidente che, in contingenze poco favorevoli, si può produrre nella determinazione in parola, anche se fatta da un buon osservatore, un errore tutt'altro che trascurabile.

Tuttavia è estremamente difficile che in una *serie* di determinazioni tutti gli errori elementari ora elencati (collimazione e lettura) siano dello stesso segno, ed è perciò *molto probabile* che, nella media di molte misure, si eliminino a vicenda, od almeno risultino notevolmente attenuati.

Concludiamo pertanto che, più che conveniente, è necessario fare molte misure dell'errore d'indice ed assumere il valore medio.

Osservazione 2ª. — I principianti provano una certa difficoltà nel fare le letture negative (le quali cadono a destra dello zero). Per essi valga la seguente norma.

Quando l'indice cade nella parte negativa del lembo graduato si trasporta mentalmente lo zero sulla prima divisione corrispondente al grado intero che viene a trovarsi a destra dell'indice, e si fa la lettura m, la quale, per l'eseguito trasporto dello zero, risulta positiva e minore di 1° (espressa perciò con un numero positivo di primi e secondi). Alla quantità positiva m si sottrae il numero g di gradi interi che misurano l'eseguito spostamento (mentale) dello zero; il risultato (negativo) della sottrazione

$$m - g$$

ci dà il cercato valore della lettura negativa. Ad esempio, l'indice cada fra lo zero e la divisione corrispondente al primo grado intero che si trova alla destra di questo. Si trasporti mentalmente lo zero su tale divisione e si legga

$$m = + 27'10''.$$

Essendosi spostato lo zero di 1° a destra

$$g = 1^\circ.$$

La cercata lettura negativa è:

$$+ 27'10'' - 1^\circ = - 32'50''.$$

Osservazione 3ª. — Una vite apposita permette di far muovere lo specchio piccolo attorno ad un asse perpendicolare al piano del lembo. Perciò, se, dopo aver fissato l'indice sullo zero del lembo, si portano, mediante questa vite, a coincidere le due immagini del punto lontano osservato, gli specchi diventano

paralleli e l'errore d' indice rimane annullato. Tuttavia, generalmente, questa operazione altera un poco la perpendicolarità dello specchio: bisogna quindi rifare la rettifica relativa e poscia misurare il nuovo errore d' indice, il quale risulta, rispetto al primitivo, molto ridotto.

Noti tuttavia l'osservatore che la maggiore o minore grandezza dell'errore d' indice non ha alcun peso sulla bontà dell' istrumento e delle misure fatte con esso, purchè l'errore stesso sia ben conosciuto.

§ 75. **Misura dell'angolo compreso fra due direzioni.** — Consideriamo la sfera rappresentativa che ha il centro in O (fig. 66), punto occupato dall'occhio dell'osservatore: il raggio di essa sia abbastanza grande affinchè sieno trascurabili in suo confronto le dimensioni del sestante. OA ed OB sieno le direzioni nelle quali sono visti da O due oggetti qualsiasi. Nel discorso noi potremo ragionare come se l'osservatore in O dovesse misurare l'angolo sotteso dai punti A e B della superficie sferica.

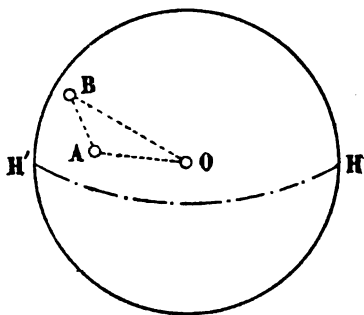



Fig. 66.

Avendo impugnato il sestante con la mano destra, si dispone il piano del lembo nel piano OAB, si punta direttamente l'oggetto di sinistra, se questo piano è poco inclinato sull'orizzonte HH', oppure l'oggetto più basso, se l'inclinazione è grande. (In figura l'oggetto puntato è A). Poscia si muove l'alidada fino a che l'immagine dell'altro oggetto B sia vista per doppia riflessione nel campo del cannocchiale: si portano a combaciare l'immagine diretta di A con quella doppiamente riflessa di B, e, dopo aver fissata l'alidada al lembo con la *vite di pressione*, si completa la collimazione mediante la *vite di richiamo*. Finalmente si fa la lettura.

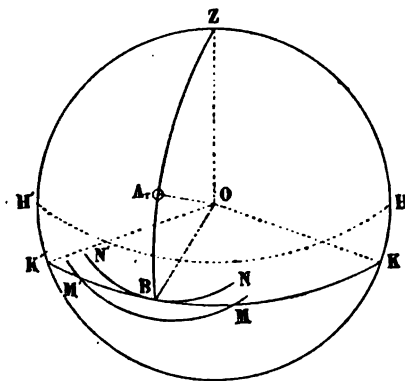



Fig. 67.

§ 76. **Misura delle altezze in mare.** — Se da un punto O (fig. 67) elevato di qualche metro al disopra del mare si osserva l'orizzonte marino, i diversi punti di questo appaiono ugualmente depressi sul-

l'*orizzonte razionale* (od *astronomico*) HH': di ciò avremo spiegazione prossimamente. Poniamo una sfera rappresentativa col centro in O: per quanto si è detto ora, le direzioni secondo le quali *effettivamente* sono visti i punti dell'orizzonte marino, definiscono su di essa il circolo minore KK', parallelo all'orizzonte razionale HH'. Noi chiameremo questo cerchio *linea apparente dell'orizzonte marino.* Sia Z lo zenit di O, ed OA_r la direzione secondo cui l'osservatore in O vede *effettivamente* l'astro di cui vuole misurare l'altezza (1). Giova notare che l'aspetto della sfera considerata corrisponde in tutto e per tutto alle *apparenze reali*, perciò, nel nostro ragionamento, potremo sostituire all'astro la rappresentazione sferica A_r della sua direzione, ed ai punti dell'orizzonte i corrispondenti punti della linea apparente KK', e viceversa.

Sia ZA_rB il verticale contenente A_r: si chiama *altezza osservata* dell'astro, e si indica con h_o, l'arco A_rB di verticale che misura sulla sfera la minima distanza di A_r dalla linea apparente dell'orizzonte.

Per misurare A_rB l'osservatore dirige il cannocchiale del sestante sul punto M dell'orizzonte marino situato nelle vicinanze del verticale di A_r, e, dopo aver disposto il piano del lembo nel piano OMA_r, porta l'immagine di A_r, doppiamente riflessa dagli specchi del sestante, nella direzione OM, come se si trattasse di prendere l'angolo A_rM (vedi § precedente).

Quando l'astro osservato è il Sole o la Luna, non v'è alcuna difficoltà; ma per una stella, procedendo nel modo ora detto, può accadere di confondere l'immagine riflessa con quella di una stella vicina; perciò in questo caso conviene operare differentemente.

Dopo aver disposto l'indice dell'alidada in vicinanza dello zero si punta direttamente la stella, e così appaiono nel campo del cannocchiale due immagini della stella stessa. Poscia si muove con lentezza l'alidada e si inclina lo strumento nel piano verticale in modo da conservare costantemente nel campo l'immagine riflessa; si continua questo movimento fino a che appaia l'immagine diretta della linea d'orizzonte. Quando la stella è *portata* su questa linea si chiude la vite di pressione.

In ogni caso, dopo aver *portata all'orizzonte* l'immagine riflessa dell'astro, l'osservatore farà oscillare l'istrumento dandogli dei leg-

(1) Diciamo subito che questa direzione non è quella della retta congiungente l'osservatore all'astro (da noi chiamata *apparente*); ma è di poco diversa, a causa della *rifrazione astronomica*, come vedremo fra breve. La direzione OA_r, lungo la quale si vede *effettivamente* l'astro, chiamasi *apparente rifratta*, od anche solo *rifratta*, e, analogamente, dicesi *rifratta* la *posizione* A_r che la rappresenta sulla sfera.

geri moti di rotazione, in modo da far percorrere all'asse ottico la regione MBM′ *sempre mantenendo* (nei limiti del possibile) l'*immagine riflessa dell'astro nel centro del reticolo*. Così l'asse ottico descrive il cerchio minore MM′ che ha per polo A_r e per raggio sferico A_rM. Di conseguenza l'immagine dell'astro parrà immergersi nel mare descrivendo un arco di circolo. Se, mediante la vite di richiamo, si diminuisce l'angolo di apertura dell'alidada, diminuisce anche il raggio A_rM e perciò diventa più piccolo l'arco immerso MM′: quando quest'arco si riduce a zero, ossia quando, oscillando lo strumento, l'immagine riflessa dell'astro si muove nel cerchio minore NN′ tangente alla linea dell'orizzonte, l'angolo misurato in quell'istante è uguale all'altezza cercata.

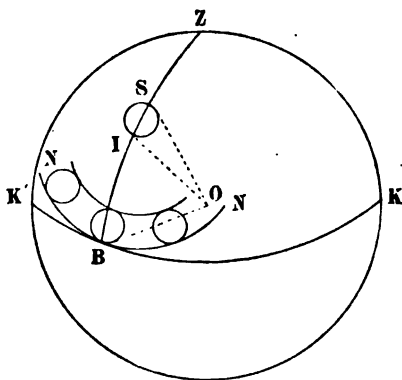
Quando l'altezza è molto grande, la traiettoria circolare descritta dall'immagine dell'astro taglia la linea dell'orizzonte sotto un angolo molto acuto, ed in tal caso si deve far percorrere all'asse ottico una grande regione dell'orizzonte per apprezzare la giusta posizione del punto più basso della traiettoria.

Se l'astro si trovasse nello zenit, per definizione tutti i punti dell'orizzonte sarebbero ugualmente distanti da esso, e pertanto, facendo oscillare l'istrumento, l'immagine riflessa seguirebbe esattamente il circolo dell'orizzonte non distaccandosene mai.

In generale quanto più l'altezza di un astro si avvicina a 90°, tanto meno la curvatura dell'arco descritto dall'immagine riflessa durante l'oscillazione del sestante differisce dalla curvatura dell'orizzonte visibile. La differenza di curvatura di questi due archi non incomincia a diventare molto sensibile se non quando l'astro ha meno di 88° di altezza, ed è per questo motivo che la misura di altezze maggiori di 88° richiede attenzione ed abilità particolari da parte dell'osservatore. È pertanto necessario che il navigante non trascuri mai, quando si presenta l'occasione, di esercitarsi nella misura di altezze molto grandi che, opportunamente combinate, si prestano ad ottime determinazioni di posizione, come vedremo a suo tempo.

Fig. 68.

Quando l'astro ha un diametro apparente (astri del sistema solare, in generale) si osserva il contatto di uno dei suoi lembi (supe-

riore o inferiore) con l'orizzonte. In altri termini, si misura l'altezza (fig. 68) IOB del punto più basso (*lembo inferiore*), oppure quella SOB del punto più alto (*lembo superiore*) del disco. Nella figura è rappresentata la osservazione del lembo inferiore. Per il Sole, d'ordinario, si osserva il lembo inferiore; per la Luna, naturalmente, si osserva il lembo illuminato. In questi casi adunque si ottiene l'*altezza osservata del lembo*, la quale viene indicata coi simboli

$h_0\underline{\odot}$ (Sole) ; $h_0\underline{☾}$ (Luna); $h_0\underline{\bullet}$ (Pianeti). Lembo inferiore
$h_0\overline{\odot}$ " ; $h_0\overline{☾}$ " ; $h_0\overline{\bullet}$ " Lembo superiore.

§ 77. **Norme per la misura degli angoli in generale e delle altezze degli astri in particolare.** — Prima di ogni misura deve essere curata la *messa a fuoco* del cannocchiale, affinchè i contorni delle immagini appaiano ben netti. Per quanto è possibile bisogna evitare che le due immagini abbiano differente splendore. Come si è detto nel § 70, il collare del cannocchiale può ricevere, mediante apposita vite, un movimento che sposta il cannocchiale parallelamente a sè stesso nella direzione perpendicolare al piano del lembo. Avvicinando od allontanando il cannocchiale all'armatura si aumenta o si diminuisce la parte dell'obbiettivo che riceve i raggi riflessi della parte amalgamata dello specchio piccolo, mentre la parte che riceve i raggi diretti varia in senso contrario: si potrà quindi, con tal mezzo, modificare l'intensità luminosa delle immagini. Quando con questa sola operazione non si riesca ad ottenere la voluta eguaglianza di splendore nelle immagini, bisogna attenuare la intensità della più brillante mediante gli appositi *vetri colorati.* Quando ambedue le immagini fossero abbaglianti, per attenuare contemporaneamente il loro splendore, si dovrà impiegare, se possibile, l'*oculare colorato*, in luogo dei vetri colorati degli specchi.

§ 78. **Alcune norme speciali per la misura delle altezze di stella.** — Le osservazioni stellari sono ottime purchè avvengano durante i crepuscoli mattinale e serale, quando l'orizzonte è ben distinto e le stelle più brillanti sono visibili [1]. In piena notte, le osserva-

[1] In Astronomia si chiama *crepuscolo* la luce diffusa, crescente prima del sorgere del Sole, decrescente il dopo tramonto, che proviene dall'illuminazione solare degli strati atmosferici superiori. Gli Astronomi distinguono due crepuscoli: il *civile* e l'*astronomico*.

Il crepuscolo *civile* comincia alla mattina, o finisce alla sera, quando il Sole è 6° sotto l'orizzonte; allora, la mattina scompaiono, la sera compaiono, le stelle di prima grandezza ed i pianeti principali.

Il crepuscolo *astronomico* comincia alla mattina, o finisce alla sera, quando il Sole è 18° sotto l'orizzonte; allora si rendono invisibili la mattina, visibili la sera, le stelle minori.

zioni stellari sono assai mediocri, salvo il caso in cui l'orizzonte sia illuminato dalla Luna.

Poichè la determinazione ottima del *punto nave* si fa con osservazioni simultanee (o quasi) di stelle diverse, è necessario dare alcune norme pratiche allo scopo di eliminare tutte le difficoltà che si possono presentare ad un osservatore poco esercitato [1].

1°. Le lenti del cannocchiale e gli specchi devono essere accuratamente puliti; piccola causa spesso produce grande effetto, e la esperienza impone di dare posto importante a questa avvertenza che potrebbe sembrare puerile.

2°. Per misurare le altezze di stelle bisogna manovrare continuamente la vite che regola la distanza del cannocchiale dall'armatura del sestante. Non è possibile osservare stelle piccole, oppure un orizzonte poco chiaro, quando non si tenga conto di questa avvertenza. Quando il cannocchiale è nella massima vicinanza dell'armatura, l'obbiettivo raccoglie il maggior numero di raggi riflessi dagli specchi, ed è quindi nella condizione più favorevole per la chiara visione della stella riflessa dagli specchi stessi; quando invece il cannocchiale viene allontanato dall'armatura cresce il numero dei raggi che, dall'orizzonte veduto direttamente, vengono all'obbiettivo, e l'orizzonte risulta perciò più chiaro; la chiarezza diventa massima quando l'asse del cannocchiale corrisponde al centro della parte trasparente dello specchio piccolo. È facile quindi capire che, nel portare una stella all'orizzonte, è utile tenere il cannocchiale il più vicino possibile all'armatura; la stella riflessa ha allora il massimo di visibilità ed è difficile *perderla* mentre la si porta all'orizzonte; al contrario quando la stella è portata vicino all'orizzonte, bisogna allontanare il cannocchiale dal piano del lembo, in modo che la stella sia appena visibile, ed invece l'orizzonte sia il più chiaro possibile.

Così facendo si riducono anche notevolmente gli effetti dell'irradiamento, e la tenue luce del minutissimo punto luminoso, a cui è ridotta l'immagine della stella, non produce una sensazione troppo forte sull'occhio. Pertanto non risulta attenuata l'impressione dei raggi provenienti dall'orizzonte.

3°. Se l'orizzonte non è ben chiaro *il luogo di osservazione deve essere poco elevato sul mare.*

---

[1] ALESSIO, *Sulla teoria e la pratica della nuova Navigazione Astronomica*, « Rivista Marittima », 1898. Parte III, pag. 98 e seguenti.

Sulle grandi navi, osservando dal ponte di comando, l'altezza dell'occhio può arrivare a 10-12 metri e più, ed allora la linea dell'orizzonte si allontana tanto che molte volte può, per la sua distanza, non essere ben visibile, mentre coll'occhio all'altezza di 4-5 metri si potrebbero fare eccellenti osservazioni. Questa norma è importantissima e trova impiego non solo nelle osservazioni stellari, ma anche nelle osservazioni del Sole con nebbia leggera o foschia. Allora è necessario che l'osservatore, anzichè rimanere in posizione elevata della nave, si vada a collocare in luogo più basso.

§ 79 **Misura delle altezze degli astri in una stazione fissa a terra - Orizzonte artificiale.** — In terra si osservano col sestante le altezze degli astri facendo uso dell'*orizzonte artificiale*, cioè di una superficie piana, *perfettamente orizzontale* e capace di riflettere la luce.

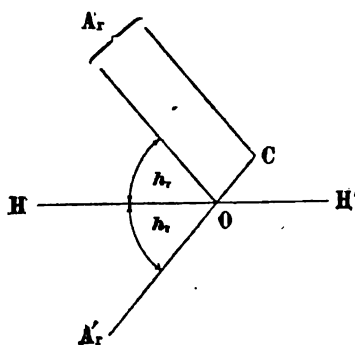



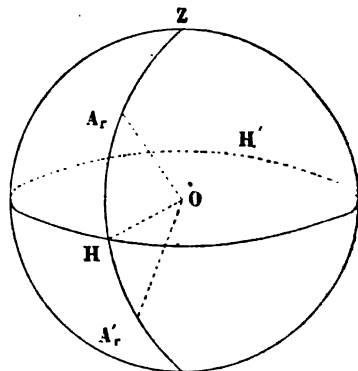
Fig. 69.

Sia (fig. 69) HH' l'intersezione della superficie riflettente col piano verticale che contiene la direzione OA_r, secondo cui da O si vede l'astro. L'angolo che si vuol misurare è l'angolo A_rOH, detto *altezza apparente rifratta* (o semplicemente *altezza rifratta*; vedi nota del § 76) ed indicasi con h_r. Per un elementare principio di ottica il raggio luminoso A_rO, riflettendosi sull'orizzonte, produce un'immagine virtuale dell'astro nella direzione OA'_r, tale che

$$(1) \quad A_rOH = HOA'_r = \frac{A_rOA'_r}{2} = h_r .$$

Fig. 70.

Un osservatore situato in C sul prolungamento della A'_rO, potrà vedere l'astro sia direttamente guardando nella direzione OA_r (la quale, per la grandissima distanza dell'astro, puossi ritenere rigorosamente parallela alla OA_r), sia nell'orizzonte artificiale, secondo la direzione OA'_r, osservando l'immagine virtuale ottenuta per riflessione.

A somiglianza di quanto si è fatto altrove, poniamo (fig. 70), col

centro in O, una sfera rappresentativa di raggio abbastanza grande da poter trascurare, in suo confronto, la distanza che separa l'orizzonte artificiale dall'osservatore (distanza OC della fig. 69), e rappresentiamo in essa le direzioni OA_r e OA'_r. L'aspetto della sfera coi punti A_r ed A'_r corrispondendo alle apparenze reali, noi potremo descrivere la misura dell'altezza all'orizzonte artificiale come se l'osservatore situato in O, centro della sfera, dovesse misurare l'angolo sotto il quale da O sono visti i punti A_r ed A'_r della superficie sferica. La misura delle altezze all'orizzonte artificiale è così ridotta alla misura descritta nel § 75. All'uopo disponendo il piano del lembo nel verticale $ZA_rA'_r$ si punterà il cannocchiale su A'_r, poscia, muovendo l'alidada, si porterà a coincidere nel campo del cannocchiale l'immagine di A'_r, vista direttamente, con quella di A_r doppiamente riflessa dagli specchi dell'istrumento. Per la relazione (1) l'angolo misurato $A_rOA'_r$ sarà eguale al doppio dell'altezza rifratta dell'astro

$$A_rOA'_r = 2h_r.$$

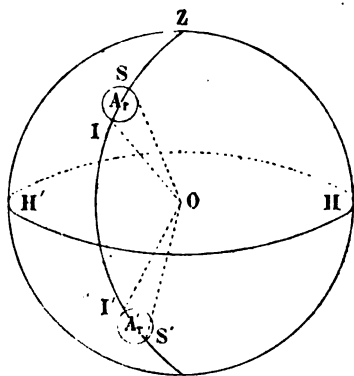
Fig. 71.

Quando si osserva il Sole o, in generale, un astro che ha un diametro apparente, non si misura l'angolo $A_rOA'_r$ (fig. 71) compreso fra i centri dei due dischi (per ciò fare, bisognerebbe sovrapporre esattamente i contorni dei dischi stessi, e questa esatta sovrapposizione è male apprezzata), bensì si portano le due immagini nella posizione di reciproca tangenza, poichè il contatto dei lembi si può osservare con grande precisione. In tal modo si può misurare l'angolo IOI' equivalente al doppio dell'altezza rifratta del lembo inferiore

$$IOI' = 2h_r \underline{\odot},$$

oppure SOS', uguale al doppio dell'altezza rifratta del lembo superiore

$$SOS' = 2h_r \overline{\odot}.$$

Osservando che quando l'astro è a Levante l'altezza aumenta, e A_r ed A'_r si allontanano, mentre a Ponente, diminuendo l'altezza, A_r ed A'_r si avvicinano, si può formulare la seguente regola:

Astro a Levante, cioè, di mattino per il Sole.

- Si osserva il *lembo inferiore* ($2h_r \underline{\odot}$) quando i due dischi vengono a tangenziarsi esteriormente *allontanandosi.*
- Si osserva il *lembo superiore* ($2h_r \overline{\odot}$) quando i due dischi vengono a tangenziarsi esteriormente *avvicinandosi.*

Astro a Ponente, cioè, nel pomeriggio per il Sole.

- Si osserva il *lembo inferiore* ($2h_r \underline{\odot}$) quando i due dischi vengono a tangenziarsi esteriormente *avvicinandosi.*
- Si osserva il *lembo superiore* ($2h_r \overline{\odot}$) quando i due dischi vengono a tangenziarsi esteriormente *allontanandosi.*

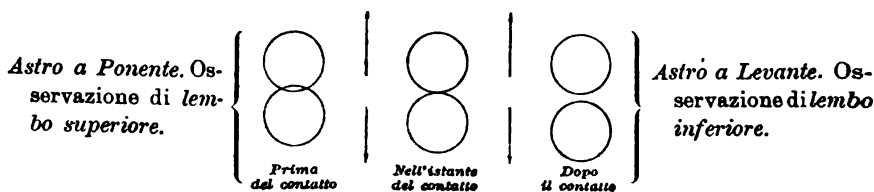



Fig. 72 *a*.

Fig. 72 *b*.

Le figg. 72 *a* e *b* possono servire di aiuto all'interpretazione della regola ora enunciata. Osservando il Sole, si attenuerà l'eccessiva luce delle immagini, facendo uso dell'*oculare colorato*, e non già dei vetri colorati, i quali possono essere cagione di errore (errore di prismatismo), e si darà eguale intensità alle due immagini regolando opportunamente la distanza del cannocchiale dal piano del lembo.

§ 80. **Tipi di orizzonti artificiali.** — La superficie riflettente orizzontale è costituita dalla superficie libera di un liquido in equilibrio. Nel tipo più comune (fig. 73) il mercurio è contenuto in una *vaschetta* rettangolare di ferro [1], che viene ricoperta da un *tetto* mu-

[1] Il ferro non è intaccato dal mercurio.

nito di due finestre rettangolari chiuse da lastre piane di cristallo inclinate fra loro di circa 90°. Questo tetto serve di riparo evitando che la superficie del mercurio sia agitata dal vento od offuscata dalla polvere. Le lastre del tetto devono essere perfettamente piane e prive di prismatismo, affinchè i raggi che le attraversano non siano in alcun modo deviati. È tuttavia difficile che questa condizione sia rigorosamente soddisfatta. Si ripara all'inconveniente osservando successivamente due *serie di altezze* composte dello *stesso numero di misure*, nel modo seguente:

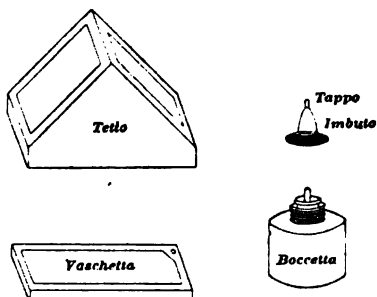



Fig. 73.

Si faccia una prima serie di n misure e poi dopo aver girato ambedue le lastre di 180° intorno all'asse normale alla faccia si osservi un'altra serie, parimenti di n misure. Per maggiore chiarimento diamo le figg. 74 *a* e *b*: in esse è rappresentato il tetto con le due posizioni

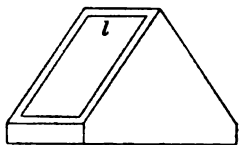
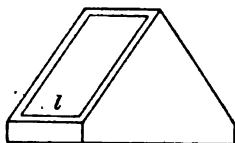



Fig. 74 *a*. Fig. 74 *b*.

di una delle lastre. Così la lastra che nella posizione della fig. 74 *a* ha il lato l in alto, in quella fig. 74 *b* lo ha in basso.

Dei risultati delle sua serie osservate si farà la media aritmetica.

Delle cautele da usarsi nell'impiego delle serie di altezze si dirà meglio in seguito.

Lo stesso risultato si ottiene più semplicemente se, invece di muovere le lastre nel loro telaio, si giri il tetto di 180° intorno al suo asse verticale, in maniera che la falda, la quale era, durante la prima serie, rivolta all'osservatore, sia, durante la seconda, rivolta all'astro.

Notiamo infine che l'effetto dell'errore di prismatismo delle lastre è notevolmente attenuato quando ambedue le lastre sono disposte nel rispettivo telaio in modo che tanto le faccie dell'una quanto le faccie dell'altra convergano verso il basso, o verso l'alto (come nella fig. 75) [1].

---

[1] Vedi MAGNAGHI, *Strumenti a riflessione*, § 101.

Il mercurio è, generalmente, conservato in una bottiglietta di ferro munita di un piccolo imbuto dello stesso metallo ([1]).

Quando lo strato di mercurio contenuto nella vaschetta è profondo, come accade nel tipo di orizzonte artificiale più comunemente usato, i minimi movimenti del suolo (prodotti dal movimento di oggetti pesanti anche lontani, dal passo di persone vicine, dall'azione delle onde sui moli o sulle banchine, ecc.), si trasmettono al liquido, lo fanno vibrare, o rendono così difficili e spesso impossibili le osservazioni.

Fig. 75.

Vi è un tipo di orizzonte a mercurio ([2]) che evita od almeno riduce tali inconvenienti. Le vibrazioni della superficie dell'orizzonte artificiale sono attenuate impiegando una vaschetta di rame puro (rame elettrolitico) preventivamente amalgamato od argentato, nella quale si versa una piccola quantità di mercurio; questo liquido si spande immediatamente, come se bagnasse il metallo della vaschetta, e lo spessore dello strato, essendo molto piccolo, l'aderenza che risulta dal contatto intimo dei due metalli basta per smorzare energicamente le oscillazioni del mercurio. In questo tipo lo spessore dello strato di mercurio è di soli 2 o 3 millimetri. La vaschetta deve essere preventivamente livellata, e, per questo motivo, essa è appoggiata su tre gambi, di cui due sono fatti a vite. Dopo aver versato il mercurio nella misura ora indicata, si verifica l'orizzontalità della sua superficie dando alla vaschetta dei leggeri urti i quali fanno vibrare il liquido; se le ondulazioni, molto rapide, si propagano dall'una all'altra estremità della vaschetta, si può essere certi che vi è del mercurio ovunque e che la superficie del liquido è perfettamente orizzontale. L'effetto della capillarità cessa a piccola distanza dagli orli.

Prima di lasciare questo argomento, facciamo noto che al mercurio degli ordinari orizzonti artificiali può sostituirsi l'olio o l'*acqua*.

([1]) Il mercurio deve essere perfettamente *pulito*.

Quando sia troppo impuro bisogna procedere nel seguente modo. Si versa il mercurio in una bottiglietta di *vetro* con tappo smerigliato e vi si aggiunge una certa quantità di acido solforico. Si scuote fortemente la bottiglietta per alcuni minuti; poscia si lava il liquido con abbondante acqua pura e finalmente si filtra attraverso un pannolino sottile.

Il mercurio si può purificare anche più semplicemente filtrandolo attraverso un piccolo imbuto di carta con punta molto sottile; si interrompe il passaggio del liquido un istante prima che l'imbuto si vuoti completamente: le impurità, che, per il minor peso specifico, galleggiano sul mercurio, rimangono così nell'interno dell'imbuto medesimo. Questo procedimento richiede un po' di tempo, essendo necessario ripetere più volte l'operazione, ma la sua riuscita è perfetta.

([2]) A questo tipo appartiene l'orizzonte artificiale Perrin-Mouchez (Francese). Vedi in proposito anche MAGNAGHI, *Gli strum. a rifl.*, § 130.

Un sottilissimo strato di acqua in una vaschetta dipinta di color nero non lucente (colore *matto*), e munita di gambi a vite per la livellazione, dà un ottimo orizzonte artificiale. E così pure, alle lastre di vetro del tetto si possono sostituire delle lamine di *mica*, le quali hanno, sui vetri, il vantaggio di non dar luogo ad eventuali errori dovuti all'imperfetta lavorazione delle lastre.

In luogo del tetto basterà collocare al disopra della vasca un solo foglio di mica perchè il bagno sia riparato, e sieno nel medesimo tempo evitati errori di misurare della specie di quelli prodotti dal prismatismo delle lastre di vetro.

§ 81. **Supporto a treppiede del sestante.** — Le osservazioni all'orizzonte artificiale si possono fare sostenendo l'istrumento colla mano, come nelle osservazioni all'orizzonte marino; tuttavia quando si vuole ottenere molta precisione e maggiore comodità, è preferibile usare il supporto a treppiede rappresentato nella fig. 76. Il supporto ha un asse verticale A che si appoggia su tre piedi muniti di vite di livello. Nella parte superiore è articolata un'apposita forchetta, girevole intorno ad un'asse orizzontale BB, ai cui bracci sono applicati dei contrappesi PP. Un'appendice unita alla forchetta e perpendicolare all'asse BB, termina con una vite che, introdotta in apposito foro praticato sull'impugnatura del sestante, serve a fissare questo al supporto mediante il dado di pressione D.

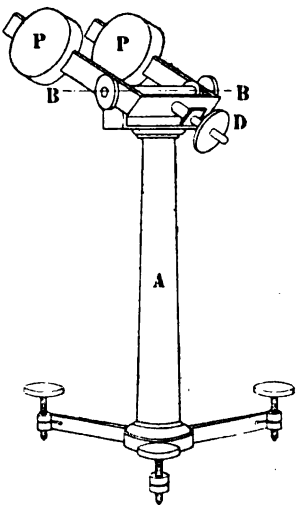



Fig. 76.

§ 82. **Norme pratiche per l'osservazione con l'orizzonte artificiale.** — Per misurare un'altezza di Sole con l'orizzonte artificiale si sceglierà il posto di osservazione in un terreno fermo e lontano da ogni causa di vibrazione. Generalmente si colloca la vaschetta sul terreno stesso coprendola con l'apposito tetto in modo che le sue faccie di cristallo sieno perpendicolari al verticale dell'astro. Per ottenere questo risultato basta che dalla parte opposta al Sole si proietti sul terreno un rettangolo d'ombra in esatto prolungamento della vaschetta. Poscia l'osservatore determina la propria posizione, ed all'uopo si avvicina o si allontana dall'orizzonte fino a che, col capo in posizione naturale, riesce a vedere l'immagine del Sole riflessa dalla superficie speculare dell'orizzonte. Per agevolare le osservazioni si deve fare in modo da occupare una posizione *per quanto è possibile prossima all'orizzonte.* Quindi se la vaschetta è collocata in terra, come d'ordinario, è conveniente sedersi sul terreno stesso o su di un basso sgabello. In ogni

caso la posizione deve essere comoda, essendo questa condizione indispensabile per fare delle buone osservazioni. Ciò fatto, si prende lo strumento e, *senza mettere a posto il cannocchiale*, con l'occhio al collare, e guardando attraverso la parte trasparente dello specchio piccolo, si osserva l'immagine del Sole riflessa dal mercurio. Per indebolire la luce si interpongono i vetri colorati. Poscia, mantenendo l'istrumento puntato nel modo ora descritto, si muove l'alidada, fino a che l'immagine del Sole riflessa dagli specchi del sestante appare nel campo di visione in posizione prossima all'immagine veduta sulla superficie speculare del mercurio. Per attenuare lo splendore di questa nuova immagine si useranno i vetri coloràti dello specchio grande.

Terminate queste operazioni si fissa l'alidada, si mette a posto rapidamente il cannocchiale, e, ripresa la descritta punteria, si esegue, mediante la vite di richiamo, l'esatta collimazione dei lembi, facendo oscillare l'istrumento intorno all'asse ottico. Giova aggiungere che i vetri colorati, di cui si è fatto uso durante le operazioni preparatorie, *dovranno, salvo caso di impedimento, essere sostituiti durante la misura dell'oculare colorato*. Si evitano così gli eventuali errori di prismatismo dei vetri colorati.

Talvolta può essere comodo situare la vaschetta in posizione elevata sul terreno: così facendo l'osservatore può avvicinarsi maggiormente all'orizzonte, ed avere perciò molto facilitata l'osservazione. In tal caso è necessario che il sostegno stesso sia molto tranquillo (pilastrino, muro, ecc.). Un ottimo sostegno per orizzonte artificiale può essere costituito semplicemente da alcuni sacchetti di tela ripieni di sabbia e disposti a pila l'uno sopra l'altro.

Per le osservazioni di stelle si usa un procedimento analogo a quello delle osservazioni solari, avendo più che mai l'avvertenza di operare col sestante situato il più vicino che sia possibile all'orizzonte artificiale, in modo cioè che il piccolo specchio sia quasi a contatto col vetro dell'orizzonte. Per ottenere questo risultato è naturalmente necessario collocare la vaschetta dell'orizzonte sopra un sostegno elevato a conveniente altezza dal suolo [1].

---

[1] Sulle norme praticate per le osservazioni stellari fatte col sestante munito di supporto, vedi R. CARISIO, *Sull'applicazione dei moderni principi dell'Astronomia Nautica all'Idrografia*, « Rivista Marittima ». Luglio-Agosto. 1913.

Dalle norme generali per osservare coll'orizzonte artificiale si troverà un'ampia esposizione nell'opera del MAGNAGHI, *Gli strumenti a riflessione*.

Sull'impiego del sestante nelle osservazioni di precisione si troveranno notizie molto interessanti nello studio *Étude sur l'emploi du sextant pour les observations de précision* di A. SCHWERER, « Revue Maritime et Coloniale ». Tome 105, 1890, pag. 80 e seg.

Osservazione. — L'unico svantaggio a cui si vada incontro nell'osservare le stelle è quell'incertezza che, nel giudicare con precisione dell'istante in cui avviene la coincidenza delle immagini, nasce a causa del notevole allargamento ed impertetta definizione di queste. Tale fenomeno, come già dicemmo altrove, dipende dall'*irradiamento* ed è meno sensibile quando si osservino stelle poco splendenti e quando il cannocchiale e gli specchi del sestante sieno buoni. Il Magnaghi suggerisce un mezzo efficacissimo e semplice per ispogliare di tutti i suoi raggi spurj l'immagine della stella più lucente. Pongasi una lampada comune presso l'orizzonte artificiale in tal maniera che questo ne rifletta buona parte della luce entro il cannocchiale. Il campo di visione verrà, per tale artificio, ad essere rischiarato, cosicchè le immagini luminose non appariranno più come prima, sopra un fondo scuro. La sola parte centrale e più brillante di esse potendo allora discernersi, resteranno private di qualunque irradiazione, e prenderanno sembianza di minutissimi punti più lucenti dello spazio che li circonda.

§ 83. **Orizzonte artificiale per le osservazioni in mare.** — Quando l'orizzonte del mare è visibile, la misura delle altezze può effettuarsi con l'aiuto di uno speciale istrumento, detto *orizzonte girostastico*, o *girostato collimatore*, ideato dall'Ammiraglio francese Fleuriais. Questo apparecchio è costituito, come dice lo stesso nome, dal complesso di un *collimatore* e di un *girostato*. Per comprendere il suo funzionamento è necessario descrivere, sia pure in modo elementare, i due oggetti ora considerati.

Collimatore. — Allorchè un oggetto è situato nel piano focale principale *ff* (fig. 77) di una lente convergente *ll* [1], i raggi emessi da ciascun punto, come P, attraversando la lente, dànno luogo ad un fascio emergente φ, parallelo,

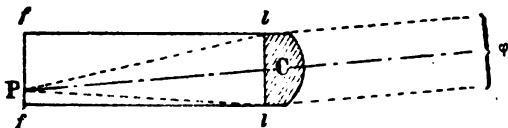



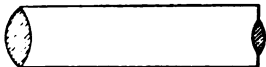
Fig. 77.

la cui direzione è la stessa della PC congiungente il punto considerato co centro ottico della lente, comportandosi come se provenissero da un punto situato a distanza infinita. Per tanto, un osservatore guardando a P attraverso della lente, lo vedrà *come oggetto assai remoto, in direzione parallela alla* CP.

Poniamo che l'oggetto sia un sottile tratto rettilineo, ad es., il filo di un reticolo (ovvero una linea tracciata su lastra di vetro trasparente, od anche una stretta fessura praticata in un diaframma opaco). In conseguenza del prin-

[1] Sono convergenti le lenti che hanno i profili riprodotti nella figura posta a fianco (lenti biconvesse, piano concave, e menischi convergenti).

Il cannocchiale astronomico o di Keplero si compone essenzialmente di due lenti convergenti: lente obiettiva e lente oculare.

Nei tipi più perfezionati il sistema oculare è costituito da una coppia di lenti convergenti (oculare di Ramsden).

cipio enunciato i diversi punti del filo, visti attraverso alla lente, appaiono come punti all'infinito, le cui direzioni giacciono tutte in un *piano parallelo a quello definito dal filo del reticolo e dal centro ottico della lente.*

Consideriamo (fig. 78) la sfera rappresentativa che ha per centro l'occhio O dell'osservatore (sfera apparente). Le direzioni in cui sono visti i punti del filo, giacendo tutte in un piano, definiscono sulla sfera l'arco RS del cerchio massimo MN individuato dalla intersezione di quel piano con la superficie della sfera stessa. Se il piano è orizzontale il cerchio MN si confonde con l'orizzonte HH'.

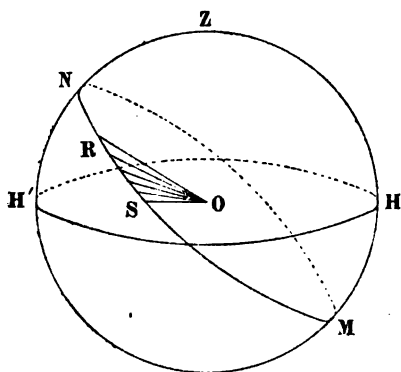



Fig. 78.

Pertanto si può dire che, col descritto sistema ottico, si può materialmente *segnare* sulla sfera apparente l'orizzonte astronomico dell'osservatore (od almeno un tratto di esso). All'uopo basta che il sistema composto di lente e reticolo, rigidamente uniti, sia sospeso o sostenuto in maniera che il piano determinato dal filo del reticolo e dal centro della lente sia orizzontale.

In tal modo abbiamo descritto un *collimatore* orizzontale, il quale costituisce un vero e proprio orizzonte artificiale. Con esso l'osservatore dispone di una linea di riferimento che può servire alla misura dell'altezza di un astro, come serve, nelle circostanze ordinarie, la linea apparente dell'orizzonte. Basta porre il collimatore in posizione orizzontale davanti al cannocchiale del sestante ed in prolungamento del suo asse. Poichè i punti della linea di riferimento appariscono come se fossero a distanza infinita, nel mettere a fuoco il cannocchiale per scorgerli distintamente, fa d'uopo aggiustarlo in quella medesima posizione che produce la distinta visione dell'astro di cui si vuole misurare l'altezza. La collimazione dell'immagine dell'astro con la linea di riferimento si fa come nella misura delle altezze all'orizzonte marino.

I *collimatori*, in genere, sono da lungo tempo impiegati in Astronomia ed in Fisica per individuare direzione di rette e giaciture di piani. Il collimatore orizzontale, da noi descritto, è applicato anche in taluni strumenti topografici: allora, per ottenere l'orizzontalità dell'istrumento, il sistema è sospeso ad un filo a piombo o ad un pendolo [1].

GIROSTATO. — Il pendolo che, in terra, sospeso ad un punto fisso materializza perfettamente la verticale, è, praticamente, inservibile a bordo delle navi. Il pendolo potrebbe individuare la verticale in modo abbastanza approssimato soltanto se avesse un periodo di oscillazione molto grande in confronto a quello di rollio e di beccheggio, e, per ottenere questo risultato bisognerebbe che il pendolo stesso avesse una lunghezza affatto irrealizzabile. Se il periodo del rollio è variabile da 3 a 6 secondi (nelle grandi navi moderne varia da 8 a 9) bisogna,

---

[1] I collimatori furono anche usati come congegni di puntamento delle artiglierie campali (Collimatori Schneider, Grubb, ecc.).

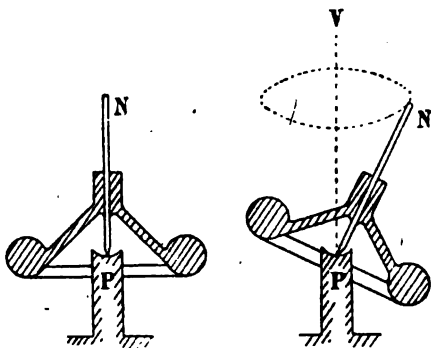
dice Fleuriais nella sua teoria del girostato, che il pendolo abbia una durata d'oscillazione di almeno 1 minuto. Il Fleuriais stesso dimostra che per ottenere una misura di altezza approssimata a $\pm 3'$, bisognerebbe usare un pendolo lungo 4624 metri (periodo 68'). Si può bensì ottenere una lunga durata d'oscillazione mediante un pendolo composto. Ma per avere lo stesso risultato del pendolo semplice ora citato bisognerebbe disporre due masse sferiche uguali alle estremità di un'asta lunga 4,28 metri, e dare al pendolo un braccio di stabilità di un solo millimetro [1].

Il pendolo, nella sua forma ordinaria, è adunque inutilizzabile. Bisogna perciò ricorrere ad una particolare *trottola girostatica* la quale, con ingombro minimo può individuare in modo abbastanza approssimato la direzione della verticale. Di questa trottola le figg. 79 *a* e *b* riproducono un modello sperimentale.

Fig. 79 *a*. Fig. 79 *b*

Essa è sospesa con la punta P su apposito supporto, ed il suo centro di gravità si trova nell'asse PN, sotto e *molto vicino* a P.

La trottola è animata da un rapidissimo moto di rotazione intorno all'asse PN. Per virtù di questa rotazione, ed a malgrado dei moti impressi al supporto, l'asse PN rimane verticale o, più esattamente, descrive con lentezza un cono di piccolissima apertura (moto di precessione) intorno alla verticale PV, com'è rappresentato, con molta esagerazione, nella fig. 79 *b*.

Queste proprietà sussistono, giova ripeterlo, se la velocità di rotazione è abbastanza grande e, sovrattutto, se il punto di sospensione è vicinissimo al centro di gravità, ossia se il braccio di stabilità pendolare della trottola è molto piccolo.

Girostato collimatore di Fleuriais. — L'istrumento immaginato dal Fleuriais costituisce in certo modo un accessorio del sestante, ed è situato davanti al cannocchiale al di là dello specchio piccolo (fig. 80). Esso si compone essenzialmente di una trottola, in forma di toro, del peso di 160 grammi, appoggiata con una punta dura e finissima in una piccola cavità sferica in modo che il centro di gravità si trova a meno di un millimetro sotto il punto di sospensione. Il girostato è racchiuso in una scatola cilindrica stagna che si può mettere in comunicazione con una pompa pneumatica. Il movimento di rotazione è impresso per mezzo di un

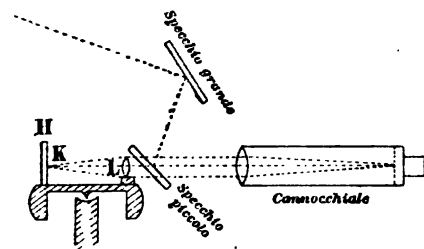



Fig. 80.

[1] Vedi Marguet, *Les applications du gyroscope dans la marine*, in « Revue Générale des Sciences ». Paris, Ed. Doin, fascicolo 8, 28ª annata 1917.

getto d'aria che colpisce una serie di alette praticate nella superficie laterale del toro. Nei modelli recenti si stima che la velocità così comunicata al toro si mantenga sufficientemente elevata durante 15-20 minuti dopo la messa in moto: è quanto basta per fare una buona serie di misure.

La velocità iniziale di rotazione è di circa 100 giri al secondo.

Il piano superiore della trottola porta alle estremità di uno stesso diametro, da un lato una lente piano convessa L, e dall'altro una lastrina di vetro H a faccie parallele sulla quale è inciso, internamente, un tratto orizzontale il cui centro K si trova al fuoco principale della lente L. Lente e lastrina formano un sistema collimatore. La scatola contenente il girostato è fissata all'armatura del sestante, davanti al cannocchiale. A causa della rotazione, il sistema collimatore viene a presentarsi alternativamente (ad ogni giro della trottola) sull'asse del cannocchiale. E poichè la rotazione è rapidissima, la persistenza delle impressioni sulla retina fa sì che l'osservatore veda continuamente la linea di riferimento, la quale, essendo l'asse della trottola verticale, determina nel campo del cannocchiale l'orizzonte razionale dell'osservatore stesso. Le inclinazioni comunicate al sestante dalla mano dell'osservatore e dalla nave non modificano la direzione dell'asse della trottola se la cavità del supporto è sferica e la punta di sospensione è molto sottile.

Come già si ebbe ad accennare, l'asse della trottola non coincide con la verticale, ma forma con essa un angolo costante, muovendole intorno con lentissimo moto conico (1). Per questo motivo la linea di riferimento non è vista nella giusta posizione *mn* (fig. 81), ma va oscillando fra le posizioni estreme *ab* e *cd* equidistanti da *mn*, e per tanto l'osservazione delle altezze deve farsi con speciali avvertenze che non è qui il caso di riferire. Basti citare il procedimento primitivo, consigliato da Fleuriais, col quale la collimazione dell'astro si fa successivamente nelle posizioni estreme *ab* e *cd*, e che l'*altezza* dell'astro e la rispettiva *ora di osservazione* si ottengono facendo la media aritmetica delle misure predette e la media aritmetica delle ore corrispondenti. I risultati devono poi essere corretti di alcuni errori sistematici di cui non è qui il caso di parlare.

a ——— *b*
m - - - *n*
c ——— *d*

Fig. 81.

Mediante l'apparecchio Fleuriais si possono fare le misure con precisione sufficiente alla Navigazione Astronomica; difatti un osservatore esperto può raggiungere l'approssimazione di ± 2 primi (2). [In un numero totale di 359 misure fatte per prova si è trovato che nel 69 % di esse l'errore era minore di 2 e che superava 4′ solo nel 5 % delle esperienze].

(1) Il periodo di questo moto di precessione è, nella trottola Fleuriais originale, di 180 secondi circa.

(2) La teoria, i tipi di calcolo, e la descrizione minuta del girostato collimatore hanno formato oggetto di importanti memorie dell'inventore e di altri studiosi. Vedi ad esempio: BAULE, « Revue Maritime », 1890, Tomo 105; FLEURIAIS, « Revue Maritime », 1892, Tomo 112; SCHEWERER, *Annales Hidrographiques*, 1896; FAVÈ, « Revue Maritime », 1910, Tomo 184. Quest'ultimo studio che riassume gli studi precedenti e descrive il modello più recente di girostato Fleuriais, si raccomanda particolarmente per semplicità e chiarezza. Vedi anche, per una succinta descrizione dell'istrumento, lo studio del Marguet citato poc'anzi.

§ 84. **Ora del cronometro corrispondente all'osservazione dell'altezza di un astro.** — Quando si osserva l'altezza di un astro per impiegarla in una determinazione Astronomica si deve registrare l'ora cronometrica corrispondente all' istante della misura. Quest'ora servirà in seguito ad ottenere, con l'aiuto delle Effemeridi, gli altri elementi dell'astro necessari alla determinazione Astronomica.

Nella maggior parte dei casi pratici non si legge direttamente l'ora cronometrica, bensì quella di un buon orologio medio opportunamente *confrontato* col cronometro. Ciò si fa per evitare al cronometro le scosse del trasporto, le quali potrebbero nuocere al suo buon andamento.

Spesso a bordo si ha un cronometro detto *di confronto*, meno buono degli altri, il quale è appositamente destinato agli eventuali trasporti, e che pertanto può, con vantaggio, essere sostituito all'orologio.

La lettura dell'ora corrispondente all'altezza sarà fatta da un assistente, ed a questo scopo l'osservatore, dopo aver richiamato l'attenzione, dovrà indicare l' istante della misura, pronunziando con voce alta e secca la parola " *stop* „.

Quando la lettura dell'ora è fatta sul cronometro di confronto, il quale batte ogni mezzo secondo, è buona abitudine far pronunciare dall'assistente le unità intere dei secondi segnati dall' indice apposito del cronometro, procurando che ogni voce corrisponda esattamente alla relativa battuta della lancetta.

L'assistente, adunque, con lo sguardo fisso sul piccolo quadrante dei secondi, dirà a voce alta e breve " uno, due, tre..... dieci, uno, due tre..... dieci, ecc. ecc. „. L'osservatore che segue ad orecchio le indicazioni dell'assistente potrà, all' istante dello *stop*, apprezzare il secondo e la frazione di secondo in cui è avvenuta la misura. L'assistente annoterà l'unità dei secondi, ed i decimi, e poscia le diecine che leggerà sul quadrante, ed in ultimo i minuti e l'ora: a fianco sarà poi scritta la lettura del sestante.

Nello stesso taccuino delle osservazioni saranno anche segnate l'ora (approssimata) e la data locali. Facendosi una serie di osservazioni successive, questi dati saranno annotati una sol volta per tutte.

CAPITOLO VIII

Correzione delle altezze osservate - Errori di misura delle altezze

§ 85. **Rifrazione astronomica** [1]. — I raggi luminosi per i quali gli astri si rendono a noi visibili, attraversano, prima di arrivare all'occhio od all'obbiettivo del cannocchiale, tutti gli strati dell'atmosfera sovra incombenti all'osservatore.

L'atmosfera è un inviluppo che circonda la Terra, ed è formata da una miscela di fluidi elastici, quasi invariabile nella composizione chimica, ma assai variabile nella sua densità. Noi possiamo figurarci che nello stato di equilibrio l'atmosfera sia composta di una serie di strati continuamente decrescenti di densità dal livello del suolo o del mare fino al supremo limite, ove la densità è, se non nulla, certamente piccolissima. I raggi luminosi degli astri penetrano dallo spazio planetario, che si può considerare come vuoto, nei primi strati, che sono molto rarefatti, poi in altri successivamente più densi.

È noto che un raggio luminoso il quale passa da uno strato meno denso di una materia trasparente ad uno strato più denso, incontrando *obliquamente* la superficie di separazione dei due strati, devia dalla sua direzione rettilinea primitiva, accostandosi alla normale innalzata sulla superficie separante. I raggi luminosi, in forza di questa legge generale, prima di arrivare all'occhio dell'osservatore, subiscono delle successive *rifrazioni*.

Per dare una semplice idea del fenomeno supponiamo che la Terra sia perfettamente sferica e circondata da varî strati di aria, sferici,

---

[1] Vedi: SCHIAPARELLI, *Elementi di Astronomia sferica*. Firenze, Ed. Istituto Geografico Militare, 1906 (Litografia). L'eccellente opora dello Schiaparelli fu ripubblicata in appendice alla « Rivista di Astronomia e Scienze Affini ». (Torino, Ed. Società Astronomica Italiana) dell'anno 1912 (Anno VI della Rivista).

omogenei e di spessore sensibile, la densità dei quali diminuisce con la distanza dal centro comune (fig. 82).

Sia O un osservatore situato alla superficie della Terra. Prendiamo per piano della figura il piano verticale di O che contiene il punto luminoso S situato esternamente all'atmosfera: questo piano, per la fatta ipotesi della Terra sferica, passa per il centro T della Terra e taglia le superfici di separazione degli strati e quella terrestre secondo circonferenze concentriche.

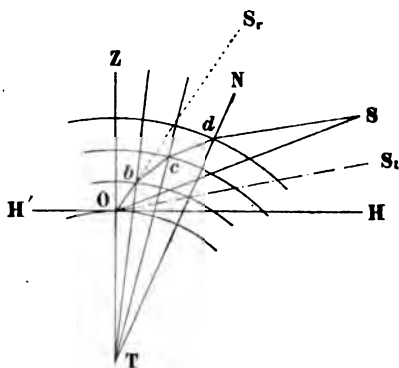



Fig. 82.

Il raggio luminoso per cui si rende visibile all'osservatore in O il punto luminoso S, percorre la traiettoria S*dcb*O *contenuta tutta nel piano della figura, cioè nel piano verticale in cui giace il punto* S. Il raggio luminoso S*d* giacente nel piano verticale ZOS incontra obliquamente il limite supremo dell'atmosfera in *d*, e dal primo strato viene *rifratto* nella nuova direzione *dc*: questa direzione è contenuta nel piano ZOS poichè questo piano contiene per costruzione tanto la retta *d*S quanto la normale T*d* alla superficie limite dell'atmosfera [1]: di più l'angolo T*dc* è minore dell'angolo N*d*S, e per conseguenza l'angolo S*dc* formato dalle due parti del raggio presenta la sua concavità al centro della Terra. Similmente, passando al secondo strato, più denso del primo, prende la direzione *cb*, e, per gli stessi motivi detti precedentemente, questa nuova direzione è ancora situata nel piano verticale ZOS, e l'angolo *dcb* presenta la sua concavità al centro della Terra, e così via.

In tal modo si vede che il raggio luminoso arriva in O seguendo un percorso composto dalla parte rettilinea S*d*, esterna all'atmosfera, e della parte poligonale *dcb*O, interna all'involucro atmosferico; ambedue le parti della traiettoria giacciono nel piano verticale SOZ, e la poligonale *dcb*O volge la sua concavità al centro della Terra.

L'osservatore in O vedrà il punto luminoso S nella direzione O*b*S_r dell'ultimo elemento di questa traiettoria. Questa direzione, che noi chiameremo *apparente rifratta*, o semplicemente *rifratta*, è contenuta nello stesso verticale della retta OS secondo cui l'osservatore

---

(1) Per una elementare legge di ottica, il raggio incidente, la normale nel punto d'incidenza alla superficie di separazione ed il raggio rifratto sono nello stesso piano.

vedrebbe il punto S qualora fra O ed S vi fosse il vuoto, ma è sensibilmente più *elevata* sull'orizzonte.

Il corso del raggio luminoso nell'atmosfera è una poligonale a tratti rettilinei nel caso che abbiamo supposto di un numero determinato di strati omogenei. In natura però la densità dell'atmosfera cresce dall'alto al basso in modo continuo, e ciò equivale a dire che gli strati concentrici omogenei debbonsi supporre infiniti di numero ed infinitamente sottili. In questa considerazione i lati della linea poligonale saranno infinitamente piccoli e numerosi, ma tutti gli altri caratteri rimarranno immutati. In altri termini, la linea poligonale si convertirà in curva continua situata tutta nel piano del verticale contenente il punto luminoso e con la concavità rivolta verso il centro della Terra. Infine l'osservatore in O vedrà il punto luminoso nella direzione dell'ultimo elemento della curva, cioè nella direzione della sua tangente nel punto d'incontro della superficie terrestre.

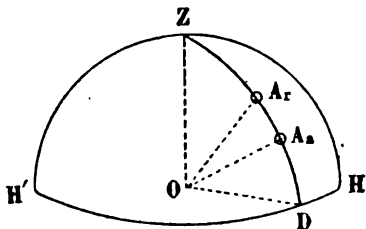



Fig. 83.

Servendoci della solita rappresentazione sferica (fig. 83), noi chiameremo *posizione rifratta dell'astro* il punto A_r, che definisce la *direzione rifratta* OA_r, secondo cui l'osservatore in O vede l'astro, e diremo *altezza rifratta* l'arco A_rD di verticale (che ha per ampiezza l'angolo A_rOD), che misura la minima distanza di A_r dall'orizzonte astronomico HH'. Per quanto si è detto circa gli effetti della rifrazione dovuta all'atmosfera, la posizione apparente A_a è contenuta nella stesso verticale di A_r, ma è più vicina all'orizzonte. In altri termini l'*altezza rifratta è più grande dell'altezza apparente, ma l'azimut della posizione rifratta è identico a quello della posizione apparente.* Ciò si esprime più brevemente dicendo che la *rifrazione rende più grandi le altezze, ma non altera gli azimut* [1].

Si dà più propriamente il nome di *rifrazione astronomica all'angolo di cui è deviato il raggio luminoso che emana da un astro durante il suo percorso nell'atmosfera*, cioè all'angolo formato dai raggi *d*S ed OS_r

[1] Questa conclusione, che esclude qualsiasi influenza della rifrazione sulla misura degli azimut, deriva dall'ipotesi che l'atmosfera sia composta di strati sferici concentrici. Quando invece, come pare più naturale, si ritenga che gli strati aerei sieno di forma ellissoidica simile a quella del geoide, si dimostra che a tutto rigore anche gli azimut subiscono l'influenza della rifrazione (rifrazione laterale ellissoidica). Tuttavia l'effetto è assolutamente trascurabile anche nelle più sfavorevoli circostanze.

(vedi fig. 82, dove S rappresenta l'astro), o, il che è la stessa cosa, all'angolo S_rOS_1 formato da OS_r con la OS_1 parallela a dS.

Riferendoci alla definizione ora data di *altezza rifratta* ed a quella già data (§ 26) di *altezza apparente*, e considerando la fig. 82 dove S è l'astro considerato ed HH' è la traccia dell'orizzonte astronomico, noi abbiamo

$$HOS = HOS_r - S_rOS$$
$$S_rOS = S_rOS_1 - SOS_1$$
$$HOS = HOS_r - S_rOS_1 + SOS_1 .$$

Indicando con h_r l'altezza rifratta, con h_a l'altezza apparente e con r la rifrazione astronomica, si ha:

$$h_a = h_r - r + SOS_1 .$$

Quando S è molto distante dal limite superiore dell'atmosfera, l'angolo SOS_1 è molto piccolo; infatti esso è uguale a dSO cioè all'angolo sotto il quale da S si vede la corda dO della traiettoria contenuta nell'atmosfera. Ora questa corda è molto piccola in confronto alla distanza Sd, perchè l'atmosfera è assai sottile; inoltre la sua direzione differisce pochissimo dalla Sd, perchè l'angolo che essa forma con Sd (o con OS_1) è più piccolo dell'angolo $S_rOS_1 = r$, il quale, a sua volta, non supera pochi primi di arco. Per la Luna, che è l'astro più vicino alla Terra, l'angolo SOS_1 è insensibile [1]; perciò noi potremo sempre trascurarlo, ed avremo così la relazione

$$\boxed{h_a = h_r - r} . \tag{1}$$

Questa relazione serve per *passare dall'altezza rifratta all'altezza apparente.*

---

[1] In altri termini la traiettoria rettilinea percorsa dal raggio luminoso fuori dell'atmosfera si può ritenere in ogni caso parallela alla direzione *apparente* dell'astro, ossia, alla retta uscente dall'occhio e condotta all'astro.

Il BIOT nel suo *Traité Élémentaire d'Astronomie Physique* (2ª Edizione. Parigi, Ed. Klostermann, 1910. Tomo 1°, Nota IV) considerando la traiettoria percorsa da un raggio luminoso proveniente dalla Luna L, che entra nell'atmosfera in E, e, tangenziando la Terra in O, ne esce per U, dimostra che gli estremi E, U del tratto curvilineo sono visti da L sotto un angolo di 10''. Ne segue che tutte le altre rette condotte da un punto qualunque della curva EU ad L formano con la LE un angolo minore di 10''. Relativamente al punto O della superficie terrestre, per esempio, l'angolo ELO sotteso da L è minore della metà, cioè inferiore a 5''. Si noti che questo caso è il più sfavorevole di tutti poichè quando la direzione OH in cui è visto l'astro è orizzontale (altezza rifratta = 0°) la rifrazione è massima (35', circa, in circostanze medie). Basta che l'altezza rifratta sia di pochi gradi superiore a 0° perchè l'angolo diventi insensibile.

La determinazione di r esige, a tutto rigore, che sia conosciuta la natura della curva piana descritta dal raggio luminoso nell'atmosfera. Lo studio di questa curva è assai complesso, e non è qui il luogo di farlo. Diremo soltanto che il valore di r è dato con grandissima approssimazione, per $h_r > 15^0$, dalla espressione:

$$r = tb(\mu \operatorname{ctn} h_r - \nu \operatorname{ctn}^3 h_r).$$

In questa formula i fattori t e b sono funzioni, il primo della temperatura ϑ dell'aria nel luogo d'osservazione, ed il secondo dell'altezza β della colonna barometrica (di mercurio) che, *a quella stessa temperatura* ϑ, misura la pressione atmosferica del luogo medesimo; infine h_r è l'*altezza rifratta*, e μ e ν sono delle costanti, le quali (quando si esprime la rifrazione in secondi di arco) hanno (secondo la *Connaissance des temps*) il valore

$$\mu = 58'',320 \qquad ; \qquad \nu = 0'',060.$$

Il termine $(\mu \operatorname{ctn} h_r - \nu \operatorname{ctn}^3 h_r)$ si chiama *rifrazione media*, e noi lo indicheremo col simbolo ρ. È il valore della rifrazione per

$$b = t = 1,$$

ciò che corrisponde a $\beta = 760$ mm., ed a $\vartheta = +10^0$ centigradi. In altri termini, la *rifrazione media è il valore che ha la rifrazione astronomica nelle condizioni medie di temperatura e di pressione al livello del mare*

$$r = tb\rho. \tag{2}$$

Nei calcoli Nautici l'espressione (2) è sostituita da un'altra di uso molto più semplice.

I fattori t e b sono prossimi all'unità; si può pertanto porre, indicando con m ed n due numeri molto piccoli,

$$t = (1 + m) \qquad \text{e} \qquad b = (1 + n),$$

e, sostituendo nella (2),

$$r = \rho\,(1 + m)\,(1 + n) = \rho + \rho m + \rho n + \rho m n.$$

La quantità $\rho m n$ è talmente piccola che si può trascurare, e perciò con molta approssimazione si ha

$$r = \rho + \rho m + \rho n.$$

Le tavole di rifrazione contenute nelle raccolte Nautiche (1) servono a risolvere questa espressione. Una prima tavola dà il valore della *rifrazione media* ρ in funzione di h_r; altre due tabelle dànno rispettivamente i valori delle quantità ρm e ρn dette *correzioni alla rifrazione media* per il termometro ed il barometro. Ognuna di queste correzioni essendo funzione di due variabili (ρ e temperatura, oppure ρ ed altezza barometrica) le tavole sono a doppia entrata: l'argomento ρ è spesso sostituito dall'argomento h_r, da cui la rifrazione media unicamente dipende.

È bene ripetere che l'altezza barometrica β, da cui dipende la correzione ρn, è quella della colonna di mercurio che, alla medesima temperatura ϑ dell'aria ambiente, misura la pressione atmosferica del luogo di osservazione. Perciò, volendosi procedere con rigore, quando il barometro a mercurio, sul quale si legge la pressione, abbia una temperatura diversa da quella ambiente, è necessario ridurre l'altezza della colonna osservata in esso a quella corrispondente alla temperatura dell'aria.

Nelle comuni condizioni atmosferiche le correzioni alla rifrazione per la temperatura ed il barometro sono molto piccole, e per tanto si usa tenerne conto soltanto nelle osservazioni di precisione (osservazioni fatte all'orizzonte artificiale).

OSSERVAZIONE 1ª. — La formula di rifrazione da noi riferita si può ritenere rigorosamente esatta per valori di h_r maggiori di 15°. Per altezze minori si deve ricorrere a formule molto complesse, le quali, d'altra parte, dànno risultati non sempre concordanti col fenomeno reale. Infatti gli strati inferiori dell'aria attraversati dai raggi molto obliqui sono sede di perturbazioni di ogni sorta, le quali producono rifrazioni anormali. È per questo motivo che nelle determinazioni astronomiche *di precisione* non si osservano mai altezze di astri che sieno sensibilmente inferiori a 15°.

OSSERVAZIONE 2ª. — Per $h_r > 15°$ il termine $\nu \operatorname{ctn}^3 h_r$, che figura nell'espressione della rifrazione media, è molto piccolo. Trascurandolo (ponendo cioè $\rho = 58'',32 \operatorname{ctn} h_r$), si vede che la rifrazione media espressa in primi di arco ha prossimamente lo stesso valore della cotangente naturale dell'altezza rifratta ($58'',32$ è molto vicino a $60'' = 1'$).

§ 86. **Influenza della rifrazione sulla figura degli astri.** — Il Sole e la Luna sono perfettamente sferici, e se non vi fosse l'atmosfera i loro dischi apparirebbero circolari. Ora vedremo che la rifrazione altera la loro figura.

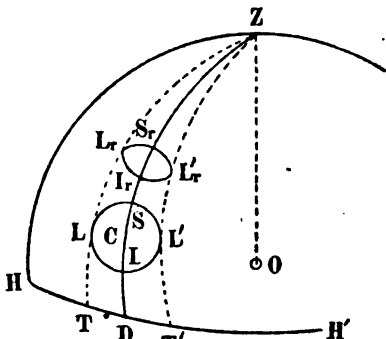
---

(1) Vedi ad es. tavola intitolata « Rifrazione media per la temperatura 10° e la pressione 760 m/m », contenuta nelle Tavole ausiliarie delle Eff. It. A questa è aggiunta la tavola delle correzioni alla rifrazione media.

Sia OZ (fig. 84) la verticale dell'osservatore in O: conduciamo da O il fascio di rette tangenti al globo Solare (o Lunare). Questo fascio taglia la superficie sferica secondo il circolo minore ILSL', il cui centro C coincide con la direzione *apparente* del centro dell'astro. Si ha così sulla sfera l'immagine del disco Solare (o Lunare) quale vedrebbe l'osservatore se non vi fosse rifrazione.

Fig. 84.

Conduciamo il verticale di C. I punti S ed I d'incontro del verticale ZCD col disco sono rispettivamente le *posizioni apparenti del lembo superiore e del lembo inferiore.* L'arco di verticale ID misura l'*altezza apparente del lembo inferiore*, e quello SD l'*altezza apparente del lembo superiore*

Per effetto della rifrazione il lembo inferiore sarà visto, non già secondo la OI, ma secondo la OI_r contenuta nello stesso verticale: il punto I_r della sfera sarà la *posizione rifratta* del lembo considerato. Altrettanto dicasi del lembo superiore che si vedrà in S_r. E sarà

$$I_rD = \textit{Altezza rifratta lembo inferiore} = h_r \underline{\odot}$$
$$S_rD = \quad \text{»} \quad \text{»} \quad \text{»} \quad \textit{superiore} = h_r \overline{\odot}.$$

Essendo $h_r \underline{\odot}$ minore di $h_r \overline{\odot}$, la rifrazione astronomica corrispondente ad $h_r \underline{\odot}$ è *maggiore* di quella relativa ad $h_r \overline{\odot}$. In altri termini, Arco $II_r >$ Arco SS_r, e, di conseguenza,

$$I_rS_r < IS\,,$$

o, come suol dirsi, per effetto della rifrazione, il diametro dell'astro subisce una contrazione nel senso verticale. L'arco I_rS_r dicesi *diametro verticale rifratto.* Il diametro del disco subisce anche una contrazione nel senso orizzontale. Infatti conduciamo i verticali tangenti al disco rifratto: i punti L ed L' di tangenza (ugualmente alti sull'orizzonte) sono elevati, per effetto della rifrazione, in $L_rL'_r$; e la *convergenza* dei verticali ZLT e ZL'T' fa sì che il diametro $L_rL'_r$ sia minore di LL'. Tale contrazione è però piccolissima ed assai inferiore di quella subìta dal diametro verticale, e sarà sempre:

$$I_rS_r < L_rL'_r\,.$$

Pertanto il disco solare (o lunare) rifratto ha una forma non perfettamente circolare, ma schiacciata nel senso verticale, e prossimamente ellittica. Conviene però notare che questo schiacciamento è appena percettibile quando l'astro è molto basso, e diminuisce rapidamente col crescere dell'altezza.

§ 87. **Depressione apparente dell'orizzonte marino.** — In quanto segue supporremo che la superficie del mare sia, nei dintorni dell'osservatore, nella sua parte visibile, perfettamente sferica; il che ci è lecito dopo quanto abbiamo stabilito nel § 11.

I raggi luminosi che arrivano all'occhio, provenienti dagli oggetti terrestri, descrivono, come quelli che partono dagli astri, delle curve concave verso la Terra, *contenute nei verticali degli oggetti considerati*, per modo che questi sono veduti secondo le tangenti alle curve medesime, ossia più elevati, rispetto alle loro effettive direzioni, di un angolo detto di *rifrazione terrestre* o *geodetica*.

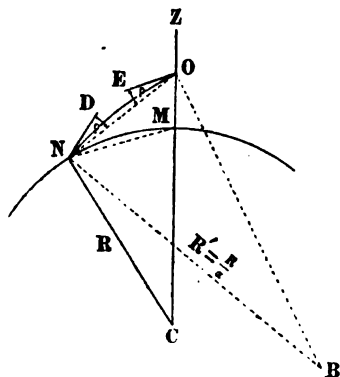



Fig. 85.

Sia O (fig. 85) l'occhio di un osservatore elevato sulla superficie del mare. Il raggio luminoso emanato da un punto qualsiasi N della superficie marina giunge all'occhio in O, seguendo la traiettoria curvilinea NO, concava verso il centro della sfera, e contenuta nel verticale di N.

L'esperienza delle misure geodetiche, dimostra:

1° che la curva NO si può ritenere confusa con un arco di circolo di grandissimo raggio, il cui angolo al centro B, per un elementare principio di geometria, è uguale alla somma $\rho + \rho = 2\rho$ dei due angoli compresi fra la corda NO e le tangenti OE ed ND all'arco nei due estremi;

2° che, *in condizioni medie normali dell'atmosfera*, il raggio R′ di tale arco è circa otto volte il raggio terrestre R; ossia

$$\alpha = \frac{R}{R'} = \frac{1}{8} = 0{,}125.$$

Il rapporto α dicesi *coefficiente di rifrazione* [1].

---

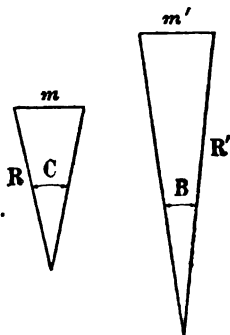
[1] Allorchè l'arco m appartenente al circolo di raggio R e l'arco m' appartenente al circolo di raggio R′ hanno la medesima lunghezza, fra gli angoli C e B sottesi al centro rispettivamente da m e da m', esiste la relazione

$$\frac{B}{C} = \frac{R}{R'}.$$

Considerando la figura 85 si vede che l'arco NM di raggio R si può ritenere sensibilmente uguale all'arco ON di raggio R′.

Per il principio ora esposto, fra gli angoli in C ed in B esiste la relazione $\frac{B}{C} = \frac{R}{R'} = \frac{1}{8}$. Ma $B = 2\rho$ è pertanto

$$\rho = \frac{1}{16}\,C.$$

Notiamo che la misura in primi di arco dell'angolo C equivale alla lunghezza dell'arco NM in miglia; perciò si può dire che l'angolo ρ di cui un oggetto appare più elevato per effetto della rifrazione è proporzionale alla distanza compresa fra l'osservatore e l'oggetto medesimo. Il coefficiente di proporziona-

Il raggio luminoso emanato da N giunge in O senza essere fermato dalla superficie del mare se l'angolo DNC non è inferiore a 90°. Quando la curva è tangente alla superficie del mare, come nel caso della figura 86, si ha DNC = 90°, ed il punto di tangenza N segna il limite di visibilità della superficie stessa. L'osservatore in O vede il punto N della direzione della tangente OE alla curva in O. L'inclinazione i = HOE di questa direzione sull'orizzonte astronomico OH si chiama *depressione apparente dell'orizzonte nel punto* O.

Sia B (fig. 86) il centro dell'arco NO percorso dai raggi luminosi provenienti dal limite dell'orizzonte visibile.

Si consideri il triangolo MCB nel quale:

lato MC = R,
lato BC = R' — R.

Poniamo:

lato BM = s,
angolo esterno NCM = C.

L'angolo in C del triangolo MCB è uguale a 180° — C.

Per il noto teorema di *Carnot*, si ha

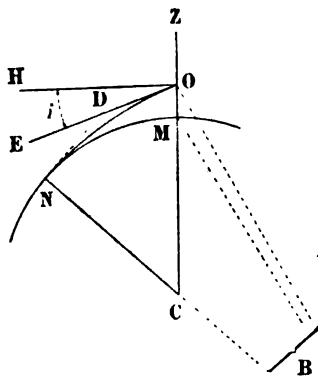



Fig. 86.

$$\overline{BM}^2 = \overline{BC}^2 + \overline{CM}^2 + \overline{2BC} \, . \, \overline{CM} \cos C.$$

Ponendo in luogo di cos C l'equivalente quantità $1 - 2 \operatorname{sen}^2 \frac{C}{2}$ e sviluppando si ottiene:

$$s^2 = R'^2 - 4(R' - R) R \operatorname{sen}^2 \frac{C}{2}$$

$$R'^2 - s^2 = 4(R' - R) R \operatorname{sen}^2 \frac{C}{2},$$

lità è $\frac{1}{16} = 0,06$ circa, allorchè detta distanza è misurata in miglia. L'angolo ϱ è l'*angolo di rifrazione* di cui si è detto in principio del paragrafo.

Il coefficiente $\frac{1}{16}$, ottenuto nell'ipotesi $\alpha = \frac{1}{8}$, è valido in condizioni medie e normali dell'atmosfera: in realtà oscilla fra limiti molto estesi, e la Geodesia offre dei mezzi abbastanza semplici per misurarlo. Ad ogni modo, qualunque sia il valore del coefficiente, la relazione di proporzionalità fra ϱ e C è sempre ammessa come esistente, e su tale circostanza è basata tutta la teoria della rifrazione.

L'importante relazione ora enunciata è conseguenza di una ipotesi dovuta a Bouguer (1740).

Il valore $\alpha = \frac{1}{8}$ fu dato da Tobia Mayer (1751). Nella pratica delle operazioni geodetiche terrestri si assume più comunemente il valore $\alpha = 0,13$.

Nei trattati di Navigazione Francese si assume d'ordinario il valore $\alpha = \frac{1}{6}$; così facendo risulta $\varrho = \frac{1}{12}$ C.

e poichè $R'^2 - s^2 = (R' + s)(R' - s)$, si ha finalmente

$$\operatorname{sen}^2 \frac{C}{2} = \frac{(R' + s)(R' - s)}{4(R' - R)R}.$$

L'angolo C è molto piccolo, e pertanto se con lo stesso simbolo C indichiamo la sua misura in primi d'arco, si ha

$$\operatorname{sen} \frac{C}{2} = \frac{C}{2} \operatorname{sen} 1',$$

e la precedente relazione si trasforma nella seguente

$$C = \frac{1}{\operatorname{sen} 1'} \sqrt{\frac{(R' + s)(R' - s)}{(R' - R)R}}.$$

Facendo $OM = e =$ *elevazione dell'occhio sul mare*, ed osservando che si può ritenere, con sufficiente approssimazione,

$$R' - s = e$$
$$R' + s = 2R',$$

si ha:

$$C = \frac{1}{\operatorname{sen} 1'} \sqrt{\frac{2R'e}{(R' - R)R}}.$$

Ma

$$R' = 8R,$$

e perciò (essendo $\frac{1}{\operatorname{sen} 1'} = 3438$ circa).

$$\boxed{C = 3438 \sqrt{\frac{16e}{7R}}} \quad (1) \qquad [1]$$

Dalla figura si vede che $\widehat{CMB} = \widehat{COB} + \widehat{MBO}$; ma $\widehat{MBO}$ è un angolo piccolissimo e trascurabile e perciò si può ritenere, con sufficiente approssimazione, che sia

$$\widehat{CMB} = \widehat{COB}.$$

---

[1] Osserviamo che la misura in primi d'arco dell'angolo $\widehat{NCM} = C$ equivale alla lunghezza in miglia dell'arco di circolo massimo MN della Terra. Pertanto questa relazione dà la *distanza* in miglia dell'*orizzonte del mare* in funzione dell'elevazione dell'occhio.

Misurando e ed R in metri, ed assumendo per R il valore del raggio medio terrestre, si ha

$$\textit{Distanza in miglia dell'orizzonte} = 2{,}06 \sqrt{e_{\text{metri}}}.$$

Ove si adotti per a il valore $\frac{1}{6}$ in luogo di $\frac{1}{8}$, risulta

$$\textit{Distanza in miglia dell'orizzonte} = 2{,}11 \sqrt{e_{\text{metri}}}.$$

Ora, per costruzione, $\widehat{COB} = \widehat{HOE} = i$, quindi

$$\widehat{CMB} = i.$$

Nel triangolo MCB si ha, per l'analogia dei seni,

$$\frac{\text{sen } \widehat{CMB}}{\text{sen } \widehat{MCB}} = \frac{CB}{BM}$$

ovvero

$$\frac{\text{sen } i}{\text{sen } C} = \frac{R' - R}{s}.$$

Ma s è sensibilmente uguale ad R', ed inoltre, $R' = 8R$, e perciò

$$\frac{\text{sen } i}{\text{sen } C} = \frac{7}{8}. \tag{2}$$

Tanto i che C sono angoli molto piccoli, e perciò $\frac{\text{sen } i}{\text{sen } C} = \frac{i}{C}$; quindi, considerando le (1) e (2) si ha

$$\boxed{i = 3438 \sqrt{\frac{7e}{4R}}}. \tag{3}$$

Se assumiamo il metro come unità di misura delle lunghezze e ed R, e diamo ad R il valore del raggio medio terrestre (§ 12), il valore della depressione in primi di arco è dato dalla relazione:

$$\boxed{i = 1',80 \sqrt{e^{\text{metri}}}}. \tag{4}$$

Questa formula serve per la costruzione della *tavola della depressione*, contenuta in ogni raccolta [1].

Il valore di i dato dalla (4) dicesi propriamente *depressione media apparente dell'orizzonte*. È chiamata media perchè corrisponde a condizioni *medie e normali* dei bassi strati atmosferici attraversati dai raggi luminosi provenienti dalla superficie marina, per le quali il valore $\alpha = 0,125$ del coefficiente di rifrazione si può ritenere abbastanza approssimato. Un difetto di omogeneità negli strati inferiori del-

[1] Se si assume per α il valore $\frac{1}{6}$ in luogo di $\frac{1}{8}$, si ottiene

$$i = 1',773 \sqrt{e^{\text{metri}}}.$$

l'atmosfera è causa di rifrazione anormale, e questo inconveniente si verifica principalmente con *calma completa di vento*. Allora il valore $\alpha = + 0{,}125$ non corrisponde più al fenomeno reale, e le depressioni realmente osservate possono avere valori notevolmente diversi da quelli medî teorici dati dalla (4).

Osservazioni fatte anni addietro dal Com. Koss dimostrerebbero che *il coefficiente di rifrazione in mare dipende principalmente dalla differenza di temperatura fra l'aria e l'acqua*, e che il suo valore può essere molto diverso da 0,125. In base a questi risultati il Koss calcolò una tavola di valori della depressione apparente che si trova in molte raccolte nautiche [1].

Nell' ipotesi che, entro il limite dell'orizzonte marino, i bassi strati atmosferici sieno in ogni direzione nelle medesime condizioni fisiche (normali o pur no), è manifesto che la depressione è uguale in tutti i verticali, e quindi si comprende come le direzioni secondo cui sono visti i vari punti dell'orizzonte [2] definiscono sulla sfera rappresentativa, che ha per centro l'occhio dell'osservatore, un circolo minore parallelo al circolo massimo dell'orizzonte razionale od astronomico, e situato al di sotto di questo, come si disse nel § 76. Tale circolo chiamasi *linea apparente dell'orizzonte*.

Fig. 87.

In questa supposizione, che *su mare aperto e profondo e con aria mossa* si può ritenere sempre giustificata, è possibile procedere alla misura diretta della depressione [3].

Scegliamo per l'osservazione un piano verticale qualsiasi che supponiamo coincidente col piano della figura (fig. 87). È chiaro che un osservatore situato in O, misurando l'angolo ω compreso fra le direzioni OB′ ed OB, secondo cui sono visti due punti dell'orizzonte diametralmente opposti, ottiene

$$\omega = 180^0 + 2i$$

---

[1] Vedi CATTOLICA, *Trattato di Navigazione*, 2ª Edizione (Livorno, Giusti, 1910), Parte 1ª, pag. 205.

[2] Difatti tutte queste direzioni essendo ugualmente inclinate sull'orizzonte razionale HH′ (vedi fig. 87) sono generatrici di un cono che ha per vertice l'occhio dell'osservatore.

[3] L'Astronomo Arago, discutendo i risultati di numerose osservazioni fatte in diversi mari, afferma di non aver trovato alcun motivo di dubitare che lungi dalle coste questa ipotesi potesse indurre in errore: anche quando la depressione *osservata* differiva di 2′ o 3′ da quella *media* calcolata, la differenza era costante in tutte le direzioni (Notizia scientifica di Arago, contenuta nella « Connaissance des Tems » del 1827).

e quindi

$$i = \frac{\omega - 180^\circ}{2}.$$

L'angolo ω, essendo prossimo a 180°, non è misurabile col sestante; occorrono all'uopo speciali goniometri; fra questi si può citare il *circolo a riflessione Magnaghi*, col quale si possono misurare angoli fino a poco più di 180°.

Tuttavia sono più convenienti, per la maggiore facilità di osservazione e per la maggiore precisione di misura, i goniometri appositamente costruiti per misurare angoli prossimi a 180°. Fra questi ricorderemo solo il più recente *misuratore di depressione di Pülfrich* (1), costruito da Zeiss.

La conoscenza della depressione è necessaria per ridurre all'orizzonte astronomico le altezze osservate all'orizzonte marino.

Osservazione. — Quando si è in alto mare, l'orizzonte è completamente libero, e ad esso sono riferite le altezze. In vicinanza di costa non è sempre così; se si misura l'altezza di un astro riferendosi al punto in cui il verticale dell'astro incontra la linea di separazione apparente fra mare e costa, non si ottiene l'altezza sul limite libero dell'orizzonte marino se non nella circostanza in cui la costa dista dall'osservatore *almeno* di quanto disterebbe tal limite in mare aperto. In caso contrario è facile vedere che l'altezza misurata è maggiore di quella che si otterrebbe riferendola al limite del vero orizzonte marino. Pertanto la correzione (sottrattiva) per la depressione da apportare al valore dell'altezza osservata per ridurla all'orizzonte astronomico, ha un valore maggiore di quello considerato poc'anzi.

Questo particolare valore della depressione dipende non solo dall'elevazione e dell'occhio di chi osserva, ma anche dalla distanza d che divide l'osservatore dal limite di costa al quale l'altezza è riferita (2).

Per questo motivo in tutte le raccolte nautiche si trova una tavola che dà il valore della *depressione al limite di una costa* in funzione degli argomenti d ed e.

§ 88. Effetto della parallasse sulle coordinate azimutali degli astri - Parallasse in altezza. — Noi sappiamo (§ 26) che, per effetto

---

(1) Sulla misura della depressione vedi « Rivista Marittima », Gennaio-Febbraio, 1905. Mancini, *Recenti studi sulla depressione*. — Sul depressiometro di Pülfrich vedi anche « Lehrbuch der Navigation ». (Reichs Marine Amt. Berlino, 1906), 2° vol., § 92, pag. 100.

(2) Mediante considerazioni geometriche, che non è il caso di riferire qui, si ottiene la seguente relazione:

$$\textit{depressione al limite della costa, espressa in primi} = \frac{1}{\operatorname{sen} 1'}\left[\frac{1}{2}(1-a)\frac{d}{R} + \frac{e}{d}\right],$$

dove d (distanza della costa), R (raggio terrestre), e (elevazione dell'occhio) devono, naturalmente, essere misurati con la medesima unità di lunghezza.

Assumendo $a = \frac{1}{8}$, come al solito, misurando d in *miglia* ed e in *metri*, e riducendo, si ottiene:

$$\textit{depressione al limite della costa, espressa in primi} = 0{,}438\, d^{\text{miglia}} + 1{,}855\, \frac{e^{\text{metri}}}{d^{\text{miglia}}}.$$

della parallasse, le coordinate che, in un dato sistema, definiscono nel medesimo istante la *posizione apparente* e la *posizione geocentrica* di un medesimo astro, sono differenti fra loro.

Il problema che ci proponiamo è di determinare la differenza esistente fra i valori delle *coordinate azimutali apparenti* e quelli corrispondenti delle *coordinate azimutali geocentriche* di un astro dato.

Ciò si può ottenere con semplicissime considerazioni quando si attribuisca alla Terra una forma perfettamente sferica. Questa ipotesi è contraria alla realtà; tuttavia nel caso del *Sole* e dei *Pianeti* dà sempre risultati abbastanza esatti, e in quello della *Luna* dà sempre luogo ad una approssimazione compatibile con le esigenze degli ordinari calcoli nautici. Dicendo adunque della Terra, nella seguente discussione, supporremo che questa sia rappresentata dalla sfera di raggio medio (§ 12) col centro situato nel punto dello spazio occupato effettivamente dal centro del nostro pianeta.

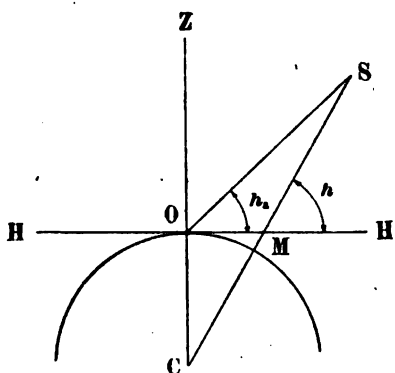



Fig. 88.

Sia O (fig. 88) il luogo dell'osservatore sulla Terra (considerata sferica), OZ la verticale del medesimo, C il centro della Terra, S un astro qualunque posto a distanza finita rispetto al raggio CO; il piano della figura coincida col piano verticale di O contenente S, e sia HH' la traccia dell'orizzonte razionale od astronomico.

Incominciamo col notare che il centro C della Terra giace nel piano della figura: esso difatti, nell' ipotesi della Terra sferica, è contenuto nella verticale OZ. Come naturale conseguenza, la direzione geocentrica CS è compresa nel medesimo piano verticale determinato dalla direzione apparente OS; in altri termini, attribuendo alla Terra la forma sferica, *la parallasse in azimut è nulla*, ossia *l'azimut apparente è uguale all'azimut geocentrico.* Ciò si esprime dicendo che l'effetto della parallasse è tutto compreso nel verticale dell'astro e quindi esso influisce solo sull'altezza dell'astro e non sul suo azimut.

Consideriamo il triangolo OSM, dove l'angolo SOM è evidentemente eguale all'*altezza apparente* dell'astro (la quale altezza indicheremo con h_a) e l'angolo esterno SMH è uguale all'*altezza geocentrica* (che indicheremo con h), e finalmente l'angolo OSM è la parallasse p definita nel § 26.

Si ha

$$h = h_a + p,$$

dove si vede che, per effetto della parallasse, la posizione apparente è più bassa della geocentrica.

Il valore della *parallasse in altezza p* si ottiene nel seguente modo. Consideriamo il triangolo OSC, nel quale SOC $= 90 + h_a$, OC $= R_m$ (raggio medio terrestre), CS $=$ D (distanza fra centro Terra e centro astro), OSC $= p$. Si ha

$$\frac{\text{sen } p}{\cos h_a} = \frac{R_m}{D}, \qquad \text{sen } p = \frac{R_m}{D} \cos h_a .$$

L'angolo p è piccolissimo, perchè R_m è molto piccolo rispetto a D; potremo quindi porre, esprimendo p in secondi di arco, sen $p = p$ sen $1''$, e pertanto

$$p = \frac{R_m}{D \text{ sen } 1''} \cos h_a . \tag{1}$$

Il primo fattore $\left(\frac{R_m}{D \text{ sen } 1''}\right)$ è la parallasse orizzontale, ovvero il valore che assume p quando $h_a =$ zero (astro all'orizzonte), ed è evidentemente il massimo valore della parallasse. Esso varia solo con la distanza D, e nella pratica si assume lo speciale valore π della parallasse orizzontale equatoriale dato dalle Effemeridi. In generale possiamo quindi porre

$$\boxed{p = \text{parallasse in altezza} = \pi \cos h_a} . \tag{2}$$

Questa relazione ci dice che la parallasse, diminuendo col crescere dell'altezza, si annulla per $h_a = 90^0$, ossia quando l'astro è allo zenit.

La parallasse in altezza del Sole e dei Pianeti è sempre piccolissima. Apposite tavole contenute nelle raccolte nautiche dànno i valori della parallasse in altezza del Sole e dei Pianeti in funzione della parallasse orizzontale π (data dalle Eff.) e dell'altezza apparente h_a, evitando così il calcolo della (1). Per il Sole, essendo π variabile fra limiti molto ristretti, si usa assumere costantemente per esso il valore medio $\pi = 8'',8$.

Le altezze dei Pianeti non sono mai usate dal navigante nelle determinazioni di precisione, e perciò nella pratica la parallasse in altezza dei Pianeti, che non supera, nelle circostanze ordinarie d'osservazione, i $20''$ circa, viene completamente trascurata, e si ritiene

altezza apparente = *altezza geocentrica*. È per questo motivo che in molte Effemeridi ad uso dei naviganti (ad es. il N. A.), non è neppure riferito il valore della parallasse orizzontale dei Pianeti.

VALORE ESATTO DELLA PARALLASSE LUNARE. — Quando si attribuisce alla Terra la forma ellissoidica che effettivamente ha, il problema della parallasse è meno semplice. Nel caso della Luna, la quale è molto vicina a noi, l' ipotesi della Terra sferica conduce, nel calcolo della parallasse, a risultati mediocremente approssimati e non compatibili con la precisione richiesta in talune determinazioni (1). È tuttavia necessario ripetere che, nelle determinazioni ordinarie della nautica, dove la semplicità e la rapidità dei calcoli sono coefficienti importantissimi di successo, si può, a costo di una approssimazione ridotta, ma non mai pericolosa, ammettere, anche per la Luna, l' ipotesi della sfericità della Terra e fare il calcolo della parallasse in altezza coi medesimi procedimenti usati per il Sole e per i Pianeti.

Piuttosto a scopo di erudizione che non di pratica applicazione, ci limitiamo a dire che, supponendo la Terra ellissoidica, la parallasse influisce non solo sull'altezza, come nell'ipotesi della Terra sferica, ma bensì su ambo le coordinate azimutali. Ma è pur vero che, escludendo il caso particolare dell'astro in grande vicinanza dello zenit, la *parallasse in azimut* (§ 26) è sempre trascurabile, anche nel caso della Luna. E perciò, è bene avvertirlo subito, nella navigazione Astronomica si ritiene che *in ogni circostanza e per ogni astro l'azimut apparente sia uguale all'azimut geocentrico.*

Ci limiteremo ora a riferire senza dimostrazione il valore della *parallasse in altezza*, nell' ipotesi della Terra ellissoidica.

Indicando con p la parallasse in altezza si ha

$$(1)\quad \begin{cases} h = h_a + p \\ \text{dove:} \\ p = \pi\,(1 - \mu\ \mathrm{sen}^2\,\varphi)\cos\,(h_a - v\cos a). \end{cases}$$

I simboli usati nella seconda relazione hanno il seguente significato:

π = *parallasse orizzontale equatoriale* (§ 26), data dalle Effemeridi in funzione del tempo medio di Greenwich.
μ = *schiacciamento terrestre* (§ 9).
φ = *latitudine geografica dell'osservatore.*
v = *angolo alla verticale* (§ 10). Nella determinazione del termine $v \cos a$ della differenza *algebrica* ($h_a - v \cos a$), l'angolo v va assunto *positivo* se φ è Nord, *negativo* se φ è Sud.
a = *azimut dell'astro* contato da 0° a 360° a partire da N. verso E.

La quantità $\pi(1 - \mu\ \mathrm{sen}^2\,\varphi)$ è chiamata *parallasse orizzontale ridotta al luogo di osservazione*, od anche semplicemente *parallasse ridotta*, ed indicasi d'ordinario col simbolo P. Apposite tavole dànno in funzione di π e φ il va-

(1) Nella moderna astronomia la Luna non è mai usata in determinazioni di precisione, e quindi non è mai necessario fare il calcolo esatto di parallasse di cui ci stiamo occupando.

lore c_p della differenza (sempre positiva) $c_p = \pi - P = \pi\mu \operatorname{sen}^2 \varphi$, la quale è detta *riduzione* (od anche *diminuzione*) *della parallasse equatoriale per una latitudine data* (1). Quindi, noto π mediante le Effemeridi, si avrà:

$$P = \pi - c_p .$$

Il valore dell'angolo alla verticale v è pure dato da apposita tavola (2). Il valore dell'azimut a si ottiene rilevando l'astro alla bussola (basta un valore approssimato).

ESEMPIO. — Calcolo di parallasse in altezza della Luna (calcolo di *precisione*).

$$h_a = 37°54'24'' \qquad \pi = 54'18'' \qquad \varphi = 44°20' \text{ Sud} \qquad a = 172°$$

$$\begin{array}{lll} \pi & 54'18'' & \\ -c_p & -5 & \\ \hline P & 54'13'' = 54',22 & \end{array} \qquad \begin{array}{rl} v & -11',50 \\ \cos a & -\ 0,99 \\ v \cos a & +11',39 = +11'23'' \end{array}$$

$$\begin{array}{rl} h_a & 37°54'24'' \\ -v \cos a & -11\ 23 \\ \hline h_a - v \cos a & 37°43'01'' \\ \hline \cos(h_a - v \cos a) & 0,791 \\ p = P \cos(h_a - v \cos a) & 54',22 \times 0,791 = 42',89 = 42'53'' \end{array}$$

$$\begin{array}{rl} h_a & 37°54'24'' \\ +p & +42\ 53 \\ \hline h & 38°37'17'' \end{array}$$

OSSERVAZIONE. — Nelle ordinarie osservazioni si può calcolare la parallasse in altezza della Luna, con la formula semplificata

$$p = P \cos h_a \tag{3}$$

dove P è la *parallasse ridotta*.

Anzi, sovente, come già si disse nel principio del paragrafo, negli ordinari calcoli nautici si usano per la Luna i medesimi procedimenti che per il Sole ed i Pianeti e si pone (trascurando la riduzione della parallasse)

$$p = \pi \cos h_a . \tag{4}$$

ESEMPI. — (Con gli stessi dati dall'esempio precedente).

1°. Impiegando la (3):

$$P = \pi - c_p = 54'13'' = 54',22, \quad \cos h_a = 0,79$$
$$p = P \cos h_a = 54',22 \times 0,79 = 42',83 = 42'50''$$

$$\begin{array}{rl} h_a & 37°54'24'' \\ +p & +42\ 50 \\ \hline h & 38°37'14'' \end{array}$$

(1) Vedi ad es. Tavola ausiliaria delle Eff. It. intitolata « Riduzione della parallasse orizzontale equatoriale della Luna ».

(2) Vedi ad es. Tavola a pag. 477 e seguenti delle Tavole logaritmiche *grandi* dell' Istituto Idrografico. Ivi sono riferiti i valori della latitudine geocentrica corrispondenti a diversi valori della latitudine geografica. La differenza dei valori corrispondenti dà l'angolo v. (Vedi § 10).

2°. Impiegando la (4)

$$p = \pi \cos h_a = 54',30 \times 0,79 = 42',90 = 42'54''$$

h_a	37°54'24"
$+p$	+ 42 54
h	38°37'18"

§ 89. **Semidiametro apparente.** — In ciò che segue supporremo, come nel paragrafo precedente, la Terra sferica. Nel § 27 abbiamo detto chiamarsi *semidiametro apparente* l'angolo LOB $= \sigma'$ (fig. 89). formato dalle visuali condotte dall'osservatore in O (distante d dal centro astro), e che sottendono il raggio r dell'astro.

Ed è:

$$(1) \qquad \operatorname{sen} \sigma' = \frac{r}{d} \cdot$$

Fig. 89.

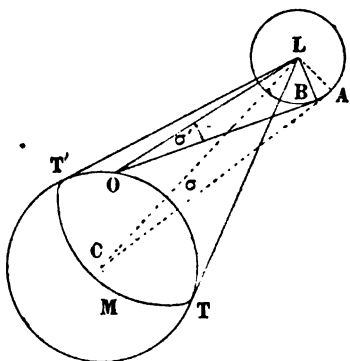
Nelle Effemeridi è riferito il valore del semidiametro geocentrico $\sigma =$ LCA il quale è dato dalla relazione

$$(2) \qquad \operatorname{sen} \sigma = \frac{r}{D},$$

dove D = CL è la distanza geocentrica dell'astro.

Conduciamo da L (centro astro) il fascio di rette tangenti alla Terra: i punti di tangenza determinano sulla superficie di questa il circolo minore TMT', luogo dei punti terrestri che hanno l'astro sull'orizzonte.

Su tale circolo la distanza TL è *sensibilmente* uguale a CL = D = distanza geocentrica dell'astro. [Difatti quando si faccia la figura nelle debite proporzioni si vede che il cateto CT del triangolo rettangolo CTL è piccolissimo in confronto dell' ipotenusa CL: il secondo cateto TL è pertanto pochissimo differente dall' ipotenusa]. Diremo adunque che *quando l'altezza apparente dell'astro è nulla* (h_a = zero) *il semidiametro apparente è sensibilmente uguale al geocentrico, ed in pratica lo si ritiene sempre tale.* In tutti gli altri luoghi della superficie Terrestre nei quali l'astro è visibile (cioè nel segmento sferico terminato dal circolo minore TMT', e rivolto all'astro) la distanza OL $= d$ è minore di TL e quindi, confrontando la (1) con la (2), si vede che *il semidiametro appatener è maggiore del geocentrico.* Il massimo di σ' si ha nel punto della su-

perficie terrestre incontrato dalla CL, che di tutti è più vicino all'astro, ossia nel luogo della Terra ove l'astro è visto allo zenit ($h_a = 90°$).

Il semidiametro apparente è adunque variabile con l'altezza (apparente) dell'astro.

Per i motivi ora esposti, e per analogia con la nomenclatura adottata per la parallasse, il semidiametro geocentrico si chiama anche *orizzontale*, in opposizione all'apparente, che dicesi anche *semidiametro in altezza.*

Muovendo dalle precedenti considerazioni si dimostra che il semidiametro apparente σ' si può determinare applicando al semidiametro geocentrico (od orizzontale) σ, (dato dalle Effemeridi in funzione del tempo medio di Greenwich) una correzione c_s *sempre positiva*, il cui valore, in secondi di arco, è dato dall'espressione

$$c_s = \frac{R_m}{r} \sigma^2 \operatorname{sen} 1'' \operatorname{sen} h_a,$$

dove R_m ed r sono rispettivamente il raggio medio terrestre ed il raggio dell'astro, ed h_a è l'altezza apparente.

Per il Sole (e per i pianeti) la correzione è insensibile, quindi si può ritenere

$$\sigma'_{\odot} = \sigma_{\odot}, \qquad e, \qquad \sigma'_{\bullet} = \sigma_{\bullet}.$$

Per la Luna invece può raggiungere il valore 18″ per $h_a = 90°$.

Tavole apposite dànno in funzione delle variabili σ e h_a i valori della correzione c_s (sempre +) relativa al semidiametro della Luna sotto il titolo “ *aumento del semidiametro lunare* „ [1]

$$\sigma'_{☾} = \sigma_{☾} + c_s.$$

§ 90. **Correzione delle altezze.** — Correggere l'altezza di un astro significa applicare all'altezza osservata col sestante all'orizzonte del mare od a quello artificiale, le opportune correzioni per ottenere il valore dell'*altezza geocentrica*, detta anche (e più frequentemente) *altezza vera.*

In ciò che segue, trattando delle *osservazioni fatte all'orizzonte del mare*, useremo il simbolo h_i per indicare la lettura della graduazione del sestante (altrove chiamata l), corrispondente alla posizione di contatto dell'immagine dell'astro con la linea apparente dell'orizzonte. Essa equivarrebbe all'altezza osservata h_0 se il punto di parallelismo fosse coincidente con lo zero della graduazione.

Ad h_i daremo il nome di *altezza istrumentale.*

---

(1) Vedi ad es. Tavola ausiliaria delle Eff. It.

Altezze osservate all'orizzonte del mare

ALTEZZE DI STELLA. — Consideriamo la sfera rappresentativa (fig. 90) che ha il centro in O, occhio dell'osservatore. Sia KK' la linea apparente dell'orizzonte, e sieno A_r ed A la posizione rifratta ed apparente della stella. Ricordiamo (§ 15) che per le *stelle* la posizione apparente coincide con la geocentrica.

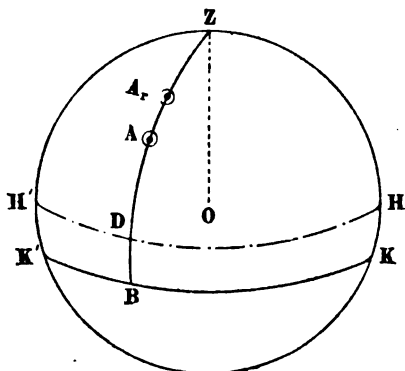



Fig. 90.

Perciò

$$\text{altezza vera} = h_* = \text{arco AD}.$$

Inoltre, dando ai simboli i ed r i noti significati:

$$h_{0*} = \text{altezza osservata} = \text{arco } A_rB,$$

$$h_{r*} = \text{altezza rifratta} = \text{arco } A_rD = \text{arco } A_rB - \text{arco DB} = h_{r*} - i$$
$$h_* = \text{altezza vera} = \text{arco AD} = \text{arco } A_rD - \text{arco } AA_r = h_{r*} - r.$$

La correzione quindi procede nel seguente modo:
Dall'*altezza istrumentale* h_{i*} si passa all'altezza osservata, facendo:

$$h_{0*} = h_{i*} - \gamma \text{ (algebricamente)}$$
$$(\gamma = \text{errore d' indice}) \text{ [1]}.$$

Dall'*altezza osservata* si passa alla rifratta *sottraendo* la depressione

$$h_{r*} = h_{0*} - i.$$

Dall'*altezza rifratta* si passa alla vera *sottraendo* la rifrazione

$$h_* = h_{r*} - r.$$

La depressione i e la rifrazione r si determinano con le apposite tavole.

---

[1] Ove sia nota anche la *correzione istrumentale c* (§ 73) si apporterà ad h_0 la *correzione totale di misura* $(c - \gamma)$

$$h_0 = h_i + c - \gamma, \text{ (alg.)}$$

Nelle ordinarie circostanze di osservazione si assume per r il valore ρ della *rifrazione media*, trascurando le correzioni per il barometro ed il termometro.

Riassumendo si ha la seguente formula di correzione:

$$\boxed{h_* = h_{i*} - \gamma - i - r}.$$

Altezze di Sole, Luna e Pianeti. — Consideriamo sulla sfera rappresentativa (fig. 91) il disco rifratto e quello apparente dell'astro.

Nella seguente discussione quando si parlerà in generale degli astri del sistema Solare, senza fare distinzione fra l'uno e l'altro, indicheremo l'astro col simbolo $\bigcirc$ (cerchietto), segnando con un tratto orizzontale il lembo od il punto a cui si riferisce l'altezza ($\underline{\bigcirc}$ lembo inferiore, $\overline{\bigcirc}$ lembo superiore, $-\bigcirc-$ centro).

Poniamo di correggere l'altezza del lembo inferiore.

Fig. 91.

Diamo ai simboli i ed r e σ' i noti significati.

Dall'esame della figura dove I_r è il lembo osservato, e C_a il centro del disco apparente:

$h_0\ \underline{\bigcirc} =$ *altezza osservata lembo* $=$ arco I_rB;

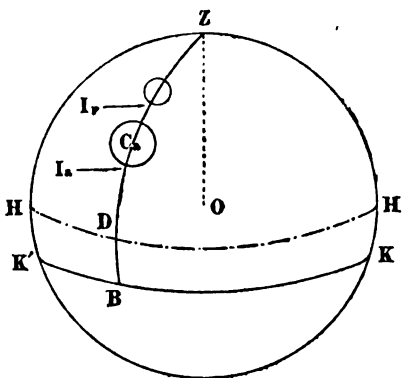
$h_r\ \underline{\bigcirc} =$ *altezza rifratta lembo* $=$ arco $I_rD =$ arco $I_rB -$ arco $DB =$
$= h_0 \underline{\bigcirc} - i$;

$h_a\ \underline{\bigcirc} =$ *altezza apparente lembo* $=$ arco $I_aD =$ arco $(I_rD) -$ arco $I_aI_r =$
$= h_r \underline{\bigcirc} - r$;

$h_a -\bigcirc- =$ *altezza apparente centro* $=$ arco $C_aD =$ arco $I_aD +$ arco $I_aC_a =$
$= h \underline{\bigcirc} + \sigma'$.

Abbiamo così ottenuto la posizione apparente dell'astro [1]; ci rimane a determinare la posizione geocentrica che, per semplicità, non abbiamo segnata in figura. All'uopo basterà calcolare la *parallasse in altezza* (p) mediante i procedimenti del § 88: l'*altezza apparente accresciuta della parallasse in altezza* ci darà il cercato valore dell'altezza geocentrica o vera:

$$h -\bigcirc- = h_a -\bigcirc- + p.$$

[1] Come è noto (§ 27), la posizione degli astri del sistema Solare è riferita al loro *centro*.

Occorre appena notare che, osservandosi il lembo superiore, le operazioni sono le stesse: l'unica modificazione è nel segno della correzione di semidiametro: dovendosi allora *togliere* anzichè aggiungere il semidiametro apparente σ':

$$h \,{-}\!\bigcirc\!{-} = \text{altezza apparente lembo superiore} - \sigma'.$$

Specificheremo le singole operazioni considerando separatamente i casi del Sole $\odot$ e della Luna $\mathbb{C}$.

(Per i Pianeti, la correzione può essere tanto semplificata che di essa sarà conveniente trattare a parte).

1°. *Dall'altezza strumentale del lembo alla osservata del lembo.* [Correzione d'indice, positiva o negativa (vedi §§ 72 e 74) ed eventualmente, correzione istrumentale, pos. o neg. (v. § 73)].

$\odot$

$$h_0 \underline{\odot} = h_i \underline{\odot} - \gamma \quad \text{(algebr.)}$$

oppure

$$h_0 \overline{\odot} = h_i \overline{\odot} - \gamma \quad \text{(algebr.)}$$

$\mathbb{C}$

$$h_0 \underline{\mathbb{C}} = h_i \underline{\mathbb{C}} - \gamma \quad \text{(algebr.)}$$

oppure

$$h_0 \overline{\mathbb{C}} = h_i \overline{\mathbb{C}} - \gamma \quad \text{(algebr.)}$$

Ove sia nota la correzione istrumentale c (§ 73) si fa la *correzione totale* $(c - \gamma)$; ed allora si ha

$$h_0 = h_i + c - \gamma, \quad \text{(alg.!)}.$$

2°. *Dall'altezza osservata del lembo alla rifratta del lembo.* (Correzione di dèpressione, *sempre negativa*) (vedi § 87).

$$h_r \underline{\odot} = h_0 \underline{\odot} - i$$

oppure

$$h_r \overline{\odot} = h_0 \overline{\odot} - i$$

$$h_r \underline{\mathbb{C}} = h_0 \underline{\mathbb{C}} - i$$

oppure

$$h_r \overline{\mathbb{C}} = h_0 \overline{\mathbb{C}} - i.$$

Il valore della depressione i si ottiene dall'apposita tavola (depressione apparente dell'orizzonte) in funzione dell'*elevazione dell'occhio* (eventualmente viene osservata mediante speciali istrumenti).

Nel caso singolare in cui l'osservazione è fatta al limite della costa (osservazione del § 87), la depressione è determinata in funzione dell'elevazione dell'occhio e della distanza che separa l'osservatore dal limite di costa al quale l'altezza è riferita.

3°. *Dall'altezza rifratta del lembo alla apparente del lembo.* (Correzione di rifrazione, *sempre negativa*) (vedi § 85).

$$h_a \underline{\odot} = h_r \underline{\odot} - r$$

oppure

$$h_a \overline{\odot} = h_a \overline{\odot} - r$$

$$h_a \underline{☾} = h_r \underline{☾} - r$$

oppure

$$h_a \overline{☾} = h_r \overline{☾} - r.$$

Il valore della rifrazione astronomica si determina, in funzione dell'altezza rifratta del lembo, nell'apposita tavola (rifrazione media e correzioni alla rifrazione media). Nelle ordinarie circostanze di osservazione si assume per r il valore della rifrazione media trascurando le correzioni di temperatura e barometro.

La rifrazione si deve sempre *sottrarre* all'altezza rifratta.

4°. *Dall'altezza apparente del lembo alla apparente del centro.* (Correzione di semidiametro, positiva o negativa) (vedi § 89).

$$h_a -\!\odot\!- = h_a \underline{\odot} + \sigma'$$

oppure

$$h_a -\!\odot\!- = h_a \overline{\odot} - \sigma'.$$

Il semidiametro apparente σ' è sensibilmente uguale a quello geocentrico σ dato dalle Effemeridi.

Quindi

$$h_a -\!\odot\!- = h_a \underline{\odot} + \sigma$$

oppure

$$h_a -\!\odot\!- = h_a \overline{\odot} - \sigma$$

$$h_a -\!☾\!- = h_a \underline{☾} + \sigma'$$

oppure

$$h_a -\!☾\!- = h_a \overline{☾} - \sigma'.$$

Il semidiametro apparente σ' si ottiene *aggiungendo* al geocentrico σ, dato dalle Effemeridi, una correzione c_s ricavata dalla tavola apposita della Raccolta Nautica (*Aumento del semidiametro*).

$$\sigma' = \sigma + c_s.$$

5°. *Dall'altezza apparente del centro alla vera.* (Correzione di parallasse, *sempre positiva*) (vedi § 88).

$$h -\!\odot\!- = h_a -\!\odot\!- + p$$

La parallasse in altezza p si ottiene mediante la formula

$$p = \pi \cos h_a -\!\odot\!-,$$

dove π è la parallasse orizzontale che si può ritenere costantemente eguale a 8″,8.

Nelle raccolte nautiche vi è sempre una tavola intitolata *pa-*

$$h -\!☾\!- = h_a -\!☾\!- + p$$

La parallasse in altezza si ottiene *eccezionalmente* (ossia nelle osservazioni che richiedono speciale precisione), con le norme del § 88, 2ª parte. (Vedi anche relativo es.).

Nelle ordinarie circostanze di osservazione si fa invece

$$p = (\pi - c_p) \cos h_a -\!☾\!-,$$

rallasse in altezza del Sole, che dà, in funzione di $h_a\,{-\odot-}$ il corrispondente valore di di p.

La parallasse Solare è talmente piccola che, anche trascurandola, non si commette grave errore.

dove π è la parallasse orizzontale equatoriale data dalle Effemeridi, e c_p è la cosidetta *diminuzione della parallasse equatoriale*, data dall'apposita tavola delle Raccolte Nautiche (la quantità $\pi - c_p$ dicesi *parallasse ridotta*).

Per fare il prodotto del 2° membro si esprimerà la parallasse ridotta $(\pi - c_p)$ in primi e parti decimali di primo, ed, in conseguenza, la quantità p risulterà espressa con la stessa unità di misura. (Il valore del prodotto stesso potrà ottenersi per mezzo dei logaritmi).

Riassumendo, avremo le seguenti *formule di correzione*:

$$\textit{Sole}\begin{cases} h\,{-\odot-} = h_1\,\underline{\odot} - \gamma - i - r + \sigma + p \\ h\,{-\odot-} = h_1\,\overline{\odot} - \gamma - i - r - \sigma + p \end{cases}$$

$$\textit{Luna}\begin{cases} h\,{-\text{☾}-} = h_1\,\underline{\text{☾}} - \gamma - i - r + \sigma' + p \\ h\,{-\text{☾}-} = h_1\,\overline{\text{☾}} - \gamma - i - r - \sigma' + p \end{cases}.$$

È necessario notare che l'*ordine delle operazioni indicate dalle formule non è affatto arbitrario perchè il risultato parziale di ognuna serve al calcolo della correzione successiva.*

Per i *Pianeti*, come già si disse altrove, la formula è semplificata perchè si evita la correzione del semidiametro osservando direttamente il centro dell'astro, ed allora si ha:

$$\textit{Pianeta,}\ h\,{-\bullet-} = h_1\,{-\bullet-} - \gamma - i - r + p\,.$$

La formula di correzione differisce da quella relativa alle stelle per la sola aggiunta della parallasse in altezza p che si calcola con la formula

$$p = \pi \cos h_a$$

dove π è la parallasse orizzontale data dalle Effemeridi.

È tuttavia da notare che la parallasse dei Pianeti è sempre molto piccola e che, d'altra parte, questi astri non sono mai osservati per

determinazioni di precisione. Per questo motivo nella pratica si trascura sempre la correzione di parallasse, e le *altezze di Pianeta sono orrette come quelle di stella* (1).

Altezze osservate all'orizzonte artificiale

L'osservazione all'orizzonte artificiale ci dà il valore del doppio dell'altezza rifratta (§ 79). Indicando con l la lettura della graduazione corrispondente all'osservazione, si ha:

$$l - \gamma = 2h_r, \text{ (alg.!)}$$

quindi

$$\boxed{h_r = \frac{l-\gamma}{2}}.$$

Così facendo si suppone tacitamente che sia nulla od almeno trascurabile la *correzione istrumentale* c (§ 73). Tale ipotesi può giustificarsi nelle osservazioni in mare, ma non in quelle di particolare precisione. Nelle misure all'orizzonte, artificiale che hanno per fine determinazioni molto precise, sarebbe invece necessario apportare alla lettura istrumentale la *correzione totale di misura* $(c - \gamma)$: e si avrebbe

$$l + c - \gamma = 2h_r \text{ (alg.!)},$$

e finalmente

$$\boxed{h_r = \frac{l+c-\gamma}{2}}.$$

Purtroppo non sempre l'osservatore conosce con la dovuta precisione il valore di c, ed anzi, spesso, gli è completamente ignoto; quindi deve necessariamente ricorrere al procedimento meno preciso che trascura la correzione istrumentale.

L'altezza *rifratta* così ottenuta sarà corretta con la *massima precisione*, coi metodi esposti poc'anzi.

Esempi

1°. Il 19 Giugno si osserva all'*orizzonte del mare* l'altezza del lembo inferiore del *Sole* e si trova:

$$h_l \underline{\odot} = 50^\circ 12' 20''.$$

L'occhio è elevato metri 7, ed il sestante ha l'errore d'indice

$$\gamma = -2' 30''.$$

(1) D'altra parte noi sappiamo che alcune Effemeridi ad uso dei naviganti non riferiscono neppur i valori della parallasse planetare.

Si domanda l'altezza *vera del Sole*.

altezza istrumentale	h_i ⊙	50°12'20"	
correzione d'indice	$-\gamma$	+ 2 30	Si trascura la correzione istrumentale perchè ignota.
altezza osservata	h_o ⊙	50 14 50	
corr. di depressione	$-i$	— 4 41	
altezza rifratta	h_r ⊙	50 10 09	Non conoscendo temp. e press. si assume il val. della rifr. media.
corr. di rifrazione	$-r$	— 49	
altezza appar. lembo	h_a ⊙	50 09 20	
corr. di semidiametro	$+\sigma$	+ 15 46	
altezza appar. centro	h_a —⊙—	50 25 06	
corr. di parallasse	$+p$	+ 6	
altezza vera centro	h —⊙—	50 25'12"	

2°. Il 6 Giugno 1914 si osserva all'*orizzonte del mare* l'altezza del lembo inferiore della *Luna* e si trova:

$$h_i \text{☾} = 57°01'20''.$$

L'occhio è elevato metri 8, ed il sestante ha l'errore d'indice

$$\gamma = + 1'20''.$$

La latitudine di osservazione (approssimata) è 20° Sud; il tempo medio di Greenwich, all'istante d'osservazione (ottenuto mediante il cronometro), è

$$6 \text{ Giugno,} \quad T_m = 8^h 22^m 54^s.$$

Si domanda l'altezza vera della Luna.

a) Calcolo preparatorio

6 Giugno $T_m = 0^h$ . . .	$\sigma_☾$	16'28"	. . . .	$\pi_☾$	60'21"
sottr. (8,4) × (0",1)		— 1	sottr. (8,4) × (0",3)		— 3
istante osservaz. . . .	$\sigma_☾$	16 27	istante osservaz. . . .	$\pi_☾$	60 18
aumento del semid. .	$+c$	+ 15	dimin. della paral.		— 1
semidiam. appar. . . .	$\sigma'_☾$	16'42"	parallasse ridotta . . .	P	60'17" = 60',28

b) Correzione dell'altezza

altezza istrumentale h_i ☾	57°01'20"	Si trascura la correzione istrumentale perchè ignota.	
correzione d'indice $-\gamma$	$-$ 1 20		
altezza osservata h_0 ☾	57 00 00		
corr. di depressione $-i$	$-$ 5 01		
altezza rifratta h_r ☾	56 54 59		
corr. di rifrazione $-r$	$-$ 38	(rifrazione media).	
altezza appar. lembo h_a ☾	56 54 21		
corr. di semidiam. $+\sigma'$	$+$ 16 42		
altezza appar. centro h_a –☾–	57 11 03	cos h_a	0,542
corr. di parallasse $+p$	$+$ 32 40	P	60,28
altezza vera centro h –☾–	57°43'43'	P cos h_a	32',67 = 32'40".

3°. All'*orizzonte del mare* si osserva la seguente altezza di *stella*:

$$h_{i*} = 30°06'30''.$$

L'occhio è elevato metri 8, ed il sestante ha l'errore d'indice

$$\gamma = -0'50''.$$

Si domanda l'altezza vera della stella.

altezza istrumentale	h_{i*}	30°06'30"	Si trascura la correzione istrumentale perchè ignota.
correzione d'indice	$-\gamma$	$+$ 0 50	
altezza osservata	h_{0*}	30 07 20	
corr. di depressione	$-i$	$-$ 5 01	
altezza rifratta	h_{r*}	30 02 19	
corr. di rifrazione	$-r$	$-$ 1 40	(rifrazione media).
altezza vera	h_*	30°00'39"	

Nota bene. — Le altezze di *Pianeta* si correggono praticamente come quelle di Stella ossia non tenendo verun conto della parallasse.

4°. Il 4 Agosto si osserva il *Sole all'orizzonte artificiale* (contatto dei lembi superiori) ottenendo la seguente lettura istrumentale

$$\bar{\odot}\, l = 46°10'00''.$$

Il sestante ha l'errore d' indice

$$\gamma = +1'20''.$$

La tabella della correzione istrumentale (c) relativa al sestante usato nella misura è quella riferita al § 73.

La temperatura e la pressione dell'aria sono rispettivamente

temp. $= +28^0$ centigradi; bar. $= 765$ mm.

Si domanda l'altezza vera del Sole.

lettura istrumentale		46°10'00"		
correzione istrumentale		— 0 21		
		46°09 39		
correzione d' indice	$-\gamma$	— 1 20		
doppia altezza rifratta	$2h_r$ ☉	46 08 19	rifrazione media	2'16"
altezza rifratta	h_r	23 04 10	corr. per temp.	— 8
corr. di rifrazione	$-r$	— 2 09	corr. per bar.	+ 1
altezza appar. lembo	h_a ☉	23 02 01	r	2'09"
corr. di semidiametro	$-\sigma$	— 15 48		
altezza appar. centro	h_a —☉—	22 46 13		
corr. di parallasse	$+p$	+ 08		
altezza vera centro	h —☉—	22°46'21"		

§ 91. **Correzioni complessive delle altezze osservate in mare.** — Nelle ordinarie determinazioni astronomiche fatte *in mare* è di sommo interesse che la correzione delle altezze sia ridotta alla massima semplicità. Pertanto si fa uso delle tavole che dànno le *correzioni complessive*, e di cui daremo breve cenno [1].

Altezze di Stelle e di Pianeti. — In funzione di $(h_{i*} - \gamma) = h_{o*}$ e di e (elevazione dell'occhio) è data la quantità:

$$C_* = (\text{depr.} + \text{rifr. media})$$

che deve togliersi da $(h_{i*} - \gamma)$ per ottenere h_*.

La formula di correzione è così ridotta alla forma:

$$h_* = h_{i*} - \gamma - C_*.$$

La stessa correzione vale anche per le altezze dei *Pianeti.*

[1] Nelle Effemeridi Italiane sono riferite in appendice le tavole delle correzioni complessive di cui trattiamo in questo paragrafo.

Altezze di Sole. — Le tavole relative al Sole dànno in funzione dell'altezza osservata e dell'elevazione dell'occhio, la quantità:

$$C_{\odot} = -i - \rho + 16' + p,$$

che equivale alla correzione dell'altezza osservata del lembo inferiore ($h_0 = h_i - \gamma$) quando si assuma per la rifrazione il valore ρ della rifrazione media, e per il semidiametro il valore medio 16'.

La quantità $C_{\odot}$ che, nelle ordinarie condizioni di osservazione, è sempre *additiva*, rappresenta quindi la *prima* e più importante parte della correzione da applicare alle altezze di lembo inferiore. Con una *seconda correzione* c (+ *o* —), data in un'altra tabella, si tiene conto delle variazioni del semidiametro.

Quando siasi osservato il lembo superiore (caso eccezionale), la *seconda correzione* (che nelle più moderne tavole è anche data in tabella a parte) è uguale a $-(32' + c)$

La formula di correzione si può pertanto scrivere

$$\textit{altezza vera} = \textit{altezza istrum.} - \gamma + C_{\odot} + 2^{a}\ \textit{corr.} \quad \text{(alg. !)}.,$$

Altezze di Luna. — Facendo alcune semplificazioni alla formula generale di correzione, si può, senza commettere grave inesattezza, ritenere

$$\left.\begin{array}{ll} \text{lembo inferiore,} & h\,{-☾-} = h_i\,\underline{☾} - \gamma - i + C\,\underline{☾}, \\ \text{» superiore,} & h\,{-☾-} = h_i\,\overline{☾} - \gamma - i + C\,\overline{☾}, \end{array}\right\} \text{(alg. !)}$$

dove $C\,\underline{☾}$ e $C\,\overline{☾}$ sono funzioni dell'altezza rifratta del lembo

$$(h_r = h_0 - \gamma - i),$$

e della parallasse orizzontale π data dalle Effemeridi [1].

Tavole apposite dànno i valori di $C\,\underline{☾}$ o $C\,\overline{☾}$. Pertanto la correzione delle altezze lunari si fa applicando successivamente all'altezza osservata:

1° la correzione d'indice;

2° la correzione di depressione;

3° la correzione complessiva $C\,\underline{☾}$ oppure $C\,\overline{☾}$.

---

[1] Le correzioni complessive $C\,\underline{☾}$ e $C\,\overline{☾}$ contengono anche la correzione di semidiametro. Ciò è possibile, perchè sappiamo (vedi § 27) che il semidiametro è proporzionale alla parallasse ($\sigma = \frac{3}{11}\pi$, circa).

Giova notare che in alcune tavole (ad es. le tavole ausiliarie delle Eff. It.) la correzione complessiva detta *prima correzione*, contiene anche la correzione di depressione per una determinata elevazione dell'occhio (nelle tavole delle Eff. It. l'elevazione scelta è 6 metri). In questo caso una tavola aggiunta dà una *seconda correzione* di depressione dipendente dalla effettiva altezza dell'occhio sul mare. Ed allora la formula di correzione si può scrivere:

$$\textit{altezza vera} = \textit{altezza istrum.} - \gamma + 1^a\ \textit{corr.} + 2^a\ \textit{corr.}\ \text{(alg.!)}\ [1].$$

OSSERVAZIONE. — Nel corso di questo paragrafo si è trascurata la correzione istrumentale propriamente detta (§ 73), che nei buoni sestanti è effettivamente trascurabile (almeno nelle *osservazioni in mare*) e che, d'altra parte, è spesso mal nota o ignota del tutto.

ESEMPI

(Facciamo uso delle tavole di correzione delle Eff. It.).

1°) 4 Agosto, h_i ☉ 31°45′20″, $\gamma = -1'20''$, elevazione occhio metri 8:

h_i ☉	31°45′20″	
$-\gamma$	+ 1 20	
h_0 ☉	31 46 40	
C☉	+ 9 30	(= + 9′,5)
	31 56 10	
2ª corr.	− 12	(= − 0′,2)
h ☉	31°55′58″	

2°) 18 Agosto 1914, h_i ☾ 33°43′00″, γ — 2′10″, elevazione occhio metri T_m all' istante d'osservazione = 9^h50^m, 18 Agosto 1914:

a) *Ricerca della parallasse orizzontale.*

18 Agosto $T_m = 0^h$	π☾	57′06″
add. (9,8) × (2ª,0)		+ 20
ist. osserv.	π☾	57′26″

[1] Nelle vecchie Raccolte Nautiche, ed in alcune moderne, si trova una tavola che dà i valori della *parallasse in altezza della Luna meno la rifrazione* (Tav. XXVIII Caillet, e Tav. XXII Friocourt). Questa tavola serve a risolvere una formula di correzione delle altezze lunari dovute al Caillet, la quale è meno precisa, ma un poco più semplice della generale. Per la dimostrazione relativa rimandiamo all'opera: P. L. CATTOLICA, *Trattato di Navigazione*, Ed. 2ª, Parte 1ª, pag. 216, § 113. Però esprimiamo l'opinione che nei calcoli in mare sia sempre sufficiente usare la formula di correzione complessiva, la quale dà risultati meno esatti, ma è molto facile, e che invece nelle determinazioni di precisione si debba ricorrere alla formula generale. Pertanto riteniamo che la citata tavola, molto voluminosa, sia, nelle moderne raccolte, un inutile ingombro.

b) *Correzione dell'altezza (con le tavole delle Eff. It.).*

h_i $\underline{☾}$	33°43′00″	
$-\gamma$	+ 2 10	
h_0 $\underline{☾}$	33 45 10	
1ª corr.	+ 57 42	(= 57′,6 + 0′,1)
	34 42 52	
2ª corr.	— 42	(= — 0′,7)
h —☾—	34°42′10″	

3°). h_{i*} 41°17′20″, γ — 1′30″, elevazione occhio metri 8.

h_{i*}	41°17′20″	
$-\gamma$	+ 1 30	
h_{0*}	41 18 50	
C_*	— 6 12	(= 6′,2)
h_*	41°12′38″	

§ 92. **Altezza osservata del Sole e della Luna nell'istante del loro levare e tramonto vero.** — Dicesi che un astro è al levare od al tramonto *vero* quando l'altezza geocentrica, o vera, sull'orizzonte astronomico è nulla, ossia è

$$h = 0;$$

dicesi invece che è al levare od al tramonto *apparente* quando l'altezza osservata sull'orizzonte marino è nulla, ossia è

$$h_0 = 0.$$

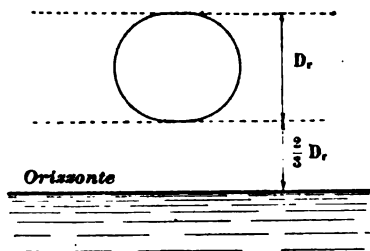



Fig. 92.

Il sorgere ed il tramonto *veri* del centro del *Sole* avvengono, per un osservatore situato 5 o 6 metri al disopra del mare, quando il lembo *inferiore* appare elevato sulla linea apparente dell'orizzonte di un arco eguale ai $\frac{2}{3}$ circa del diametro verticale rifratto [1] dell'astro (fig. 92).

Per la *Luna* il sorgere ed il tramonto *veri* del centro hanno luogo contemporaneamente al sorgere od al tramonto *apparenti* del lembo *superiore*, per un osservatore situato all'altezza di circa m. 12 sul mare.

Queste due regole trovano la loro spiegazione nel seguente modo.

Caso del Sole. — All' istante del sorgere o tramonto vero (del centro) si ha per definizione:

(1) h —⊙— $= h_r \underline{\odot}$ + somma algeb. delle correz. (esclusa la depressione) = zero.

(2) h —⊙— $= h_r \overline{\odot}$ + somma algeb. delle correz. (esclusa la depressione) = zero.

[1] È noto (§ 86) che in prossimità dell'orizzonte il disco Solare appare schiacciato nel senso verticale.

Trascurando la parallasse che è piccolissima, dando al semidiametro il valor medio 16′, ed attribuendo alla rifrazione il suo valor medio, la considerata somma algebrica delle correzioni è:

$$\text{per la (1)} \qquad -\rho\,\underline{\odot} + 16'$$
$$\text{per la (2)} \qquad -\rho\,\overline{\odot} - 16',$$

dove $\rho\,\underline{\odot}$ e $\rho\,\overline{\odot}$ sono le rifrazioni relative ad $h_r\,\underline{\odot}$ e ad $h_r\,\overline{\odot}$. Avremo quindi, per $h_{-\odot-}$ = zero (tramonto vero),

$$h_r\,\underline{\odot} - \rho = -16', \qquad h_r\,\overline{\odot} - \rho = +16'. \tag{3}$$

Con l'aiuto di una tavola delle rifrazioni medie estesa fino all'altezza rifratta 0° (1), formiamo una tavola dei valori di $(h_r - \rho)$

h_r	$h_r - \rho$
+ 10′	— 21′55″
+ 20′	— 10 10
+ 30′	+ 1 27
+ 40′	+ 12 57
+ 50′	+ 24 21.

Per interpolazione si deduce

$$\text{ad } (h_r - \rho) = -16' \quad \text{corrisponde} \quad h_r = +15',0$$
$$\text{»} \quad (h_r - \rho) = +16' \quad \text{»} \quad h_r = +42',7.$$

Concludendo si ha che le altezze $h_r\,\underline{\odot}$ ed $h_r\,\overline{\odot}$ dei lembi all'istante del tramonto vero hanno rispettivamente i valori

$$h_r\,\underline{\odot} = +15' \qquad h_r\,\overline{\odot} = +42',7.$$

È manifesto che la differenza $(h_r\,\underline{\odot} - h_r\,\overline{\odot})$ dà il valore del diametro verticale rifratto del Sole (§ 86)

$$h_r\,\overline{\odot} - h_r\,\underline{\odot} = 27',7 = \text{diametro verticale rifratto.}$$

Essendo poi:

$$\text{altezza del lembo inferiore sull'orizzonte del mare} = h_r\,\underline{\odot} + i,$$

si conclude che, per un osservatore elevato 5 metri sul mare, all'altezza vera $h_{-\odot-}$ = zero, corrisponde l'altezza osservata lembo inferiore

$$h_0\,\underline{\odot} = h_r\,\underline{\odot} + i = 15' + 4' = 19'.$$

I $^2/_3$ di 27′,7 sono uguali a 19′, circa. Di qui la regola enunciata.

Caso della Luna. — La regola per la Luna si può verificare correggendo coi noti procedimenti l'altezza osservata $h_0\,\overline{☾}$ = zero, assumendo $e = 12$ metri, ed attribuendo alla parallasse in altezza (che qui è sensibilmente uguale alla

(1) Vedi ad es. Tav. XVI delle vecchie Tavole Nautiche del Caillet, o la Tav. VII della Raccolta più moderna del Friocourt.

parallasse orizzontale, essendo l'altezza prossima a zero) il valore medio 57′ ed al semidiametro il valor medio 16′.

Osservazione. — In alcuni casi bisogna determinare l'altezza vera del centro del Sole e della Luna nell'istante del sorgere o tramonto apparente del lembo superiore. Il problema si risolve con una ordinaria correzione di altezza. Facendo queste correzioni si vede che per il Sole il sorgere o tramonto apparente del lembo *superiore* avviene (se l'osservatore è elevato 5 metri circa sul mare), quando h —☉— $= -55'$ circa. Per la Luna invece, come si disse poco fa, il levare o tramonto veri sono simultanei del levare e tramonto apparenti del lembo *superiore*. In altri termini ad h_0 $\overline{☾}$ = zero, corrisponde all'incirca h —☾— = zero (per un osservatore elevato 12 metri sul mare).

§ 93. **Errori delle altezze.** — Il valore dell'altezza, che noi otteniamo coi procedimenti di misura e di correzione ora considerati, va soggetto ad errori che si dividono in due classi: *errori sistematici* ed *errori accidentali* [1].

La prima classe comprende quegli errori i quali o sono assolutamente costanti, oppure sono legati da una legge qualsiasi con la grandezza dell'angolo misurato, o con un'altra circostanza qualunque.

Invece, quando l'osservazione è influenzata da un gran numero di cause perturbatrici, le quali agiscono l'una indipendentemente dall'altra *in vario senso*, e senza che alcuna di esse abbia molto maggior importanza delle altre, gli errori che si presentano appartengono alla classe dei cosidetti *errori accidentali*.

Errori sistematici. — Fra i più importanti *errori sistematici* citeremo i seguenti:

---

[1] *Definizione di errore.* — Quando si misura più volte, con cura, una grandezza (ad es., una lunghezza), si ottengono dei numeri differenti. È necessario concludere che nessuno di questi numeri rappresenta esattamente la grandezza misurata e che ciascuno di essi è affetto da errore.

Si dice *errore* di una osservazione o di una misura la differenza $Q' - Q = \varepsilon$ fra il valore Q' ottenuto mediante l'osservazione ed il valore esatto Q della quantità misurata.

Il valore esatto è quasi sempre incognito, e quindi sono incogniti anche gli errori, tuttavia, in molti casi, considerando le circostanze particolari nelle quali si è fatta la misura, non riesce difficile stabilire a priori dei limiti alla grandezza degli errori medesimi.

Errori sistematici ed accidentali. — L'errore complessivo della misura è la somma algebrica di due errori, uno di carattere *costante, regolare, sistematico*, ed uno di carattere *variabile*, o meglio, *accidentale*; perciò gli errori dividonsi in *sistematici* ed *accidentali*.

Gli errori sistematici dipendono da difetti costanti dell'istrumento di misura o dal modo di fare la misura stessa, e la loro natura è stabilita dal fatto che la *loro manifestazione è esprimibile secondo una legge determinata.*

Per esempio, se si misura una lunghezza con un metro più lungo o più corto del vero *metro campione*, si commette un errore sistematico la cui grandezza è proporzionale alla lunghezza misurata. Se invece si misura un angolo con un sestante del quale è imperfettamente determinato il punto di parallelismo, si commette un errore sistematico costante la cui grandezza è indipendente da quella dell'angolo misurato.

Gli errori accidentali dipendono da una moltitudine di cause che spesso si tenterebbe invano di specificare, si presentano indifferentemente col segno + o col segno —, e *la loro influenza sul risultato non è soggetta ad alcuna legge costante*, appunto perchè la loro caratteristica è quella di avere manifestazioni variabilissime, irregolari.

1°. Errori istrumentali dovuti ad imperfezioni di costruzione o di rettifica del sestante. Dipendono dalla grandezza dell'angolo misurato [1].

2°. Imperfetta determinazione dell'errore d'indice γ (Osserv. 1ª del § 74). Per un gruppo di osservazioni fatte in un breve lasso di tempo col medesimo sestante, questa imperfezione è causa di un *errore costante*.

3°. Errore *costante* personale di collimazione. È provato che il criterio ottico col quale si giudica la linea dell'orizzonte essere tangente ad un lembo circolare, qual'è l'immagine apparente del Sole, è assai variabile dall'uno all'altro osservatore; così avviene che uno giudicherà che il disco sia già a contatto coll'orizzonte quando ne è ancora lontano, altri sarà portato a lasciar *mordere*, come si dice, l'immagine del disco dall'orizzonte.

[Non intendiamo confondere tale errore con l'*equazione personale* propriamente detta. In Astronomia dicesi equazione personale il ritardo col quale un osservatore percepisce una data impressione. L'influenza di tale ritardo nella misura di una quantità variabile col tempo, quale è l'altezza, non è sensibile che nelle misure di alta precisione, e non è affatto il caso di tenerne conto nei problemi dell'Astronomia nautica].

4°. Più importanti di tutti sono gli *errori sistematici dovuti alla rifrazione atmosferica*. Quando v'è calma di vento, i raggi luminosi che attraversano gli strati bassi dell'atmosfera, in direzione poco diversa dall'orizzontale, subiscono spesso delle rifrazioni anormali dovute al difetto di omogeneità di detti strati. Per i raggi provenienti dagli astri, si elimina tale causa di errore avendo cura di osservare altezze superiori a 10° (tuttavia in caso di bisogno e salvo circostanze atmosferiche eccezionali, è lecito osservare anche altezze di 6° o 7°). Entro questi limiti l'errore di cui può essere affetta la rifrazione astronomica, usata per correggere l'altezza, è molto piccolo, e, nelle ordinarie misure in mare, può essere trascurato.

Invece, eccettuato il caso in cui si abbia il mezzo di misurare direttamente la depressione dell'orizzonte, non è possibile liberare le osservazioni dagli errori che quelle perturbazioni producono nella *depressione apparente*, ed il coefficiente $\alpha = \frac{1}{8}$, usato per il calcolo della *depressione media*, può essere molto lontano dal vero (vedi § 87).

Alcuni osservatori degni della massima fiducia, riferiscono di avere osservato in talune località (ad esempio nel Mar Rosso) delle depressioni differenti da quelle medie di circa *mezzo grado*.

[1] Vedi, ad esempio, tabella in fine del § 73.

L'esperienza dimostra essere estremamente difficile che tali *grandi anomalie* avvengano lungo tutta la linea dell'orizzonte: bensì esse si osservano solo in talune parti dell'orizzonte, e si rendono perciò visibili mediante ingobbamenti molto pronunciati che non lasciano verun dubbio sull'esistenza del fenomeno. D'altra parte esse si producono in circostanze straordinarie (vicinanza di bassi fondi o di terre anormalmente riscaldate, calme assolute di vento ecc.) ed, in generale, durano poco. In tal caso non v'è rimedio di sorta: bisogna rinunciare alla misura delle altezze, ed attendere che l'orizzonte abbia assunto un aspetto normale.

Errori di depressione medî e piccoli sono invece frequenti [1]. Tuttavia se lo stato dell'aria e quello del mare sono identici in tutte le direzioni intorno all'osservatore (com'è lecito ritenere avvenga *con aria mossa, lungi dalle terre, e sul mare profondo*) la depressione è uguale per tutti i punti dell'orizzonte. Il che ci permette — avendo i mezzi (vedi § 87) — di fare la misura diretta della depressione e di eliminare l'errore sistematico da essa dipendente.

Per la stessa considerazione possiamo dire che l'*errore di depressione di cui possono essere affette altezze di astri diversi misurate simultaneamente, od a breve intervallo di tempo, in differenti verticali, e corrette coi valori nella depressione media, è uguale per tutte le altezze medesime.* Su questo principio, come vedremo a suo tempo, sono fondati i metodi della Nautica moderna diretti ad eliminare l'influenza degli errori di depressione nelle determinazioni di posizione ottenute mediante l'osservazione di altezze di astri.

Errori accidentali. — Fra i principali *errori accidentali* possono citarsi i seguenti:

1°. Errore di lettura (vedi Oss. 1ª del § 70).

2°. Errori di collimazione dovuti all'esistenza dell'angolo visuale limite (Oss. 1ª, § 74), alla poca visibilità dell'orizzonte, o ad altre cause transitorie, come le scosse del sestante prodotte dal vento, le

---

(1) L'Astronomo Arago riferisce (Connaissance des Tems del 1827) i seguenti errori osservati in diversi mari. (Intendesi per errore la differenza *depressione media calcolata — depressione osservata*):

— Regioni Boreali (osservatore Parry): . . . . . . da + 59″ a + 33″
— Mari della Cina ed Indie orientali (osservatore Hall): da + 1′02″ a — 2′58″
— Mare Mediterraneo e Mar Nero (osserv. Gauttier): da + 3′35″ a — 1′49″.

Discutendo con cura questi risultati l'A. riconosce che l'errore è positivo (ossia la depressione calcolata supera quella osservata) solo quando la temperatura dell'aria è più alta di quella dell'acqua. Gli errori negativi si presentano indistintamente in tutti gli stati termometrici relativi del mare e dell'atmosfera, senza che si possa attribuire questo fenomeno ad alcuna causa apparente.

Tali conclusioni di tanto autore giustificano la scarsa fiducia che si pone sulle tavole di depressione nelle quali questo elemento è dato in funzione della differenza di temperatura fra aria ed acqua (ad es. le tavole del Kose di cui abbiamo detto nel § 87). Vedi anche a questo proposito il paragrafo 129 della citata opera del MAGNAGHI, *Gli strumenti a riflessione*.

trepidazioni dell'aria che rendono meno chiara la visione, il tormento del vento su gli occhi, le difficoltà d'osservazione per causa del mare agitato ecc. Buona parte di questi errori dipendono dalle condizioni dell'osservatore e del suo organo visivo, e non devono confondersi coll'errore costante personale di cui si è detto poc'anzi.

(Accade spesso, quando il cielo è cosparso di nuvole, di osservare, in prossimità dell'orizzonte, delle strisce alternate chiare e oscure, separate molto nettamente. Bisogna evitare di confondere questi *falsi orizzonti* coll'orizzonte reale, il quale, d'altra parte, è, in tali circostanze, male definito).

3°. Errori di depressione dovuti ai movimenti della nave. Con mare mosso i movimenti della nave modificano continuamente l'elevazione dell'occhio, e quindi la depressione usata per correggere le altezze, può essere diversa da quella corrispondente all'effettiva altezza dell'osservatore durante la misura.

§ 94. **Modo di attenuare l'influenza degli errori accidentali - Serie di altezze.** — In un sistema di misure ben combinato è necessario provvedere a che siano eliminati gli errori sistematici, la qual cosa si ottiene sia coll'evitare effettivamente le cause preponderanti di errore, o, dove ciò non sia possibile, col combinare opportunamente le misure per modo che gli errori sistematici non abbiano influenza sul risultato che si vuol ottenere dalle misure medesime. Dei procedimenti usati a tal uopo diremo a suo tempo. Supposta questa condizione verificata, noi qui ci occuperemo solamente degli *errori accidentali.*

Le cause perturbatrici che producono gli errori accidentali, agendo in vario senso e senza legge alcuna, dànno agli errori stessi un carattere speciale ed essenziale: essi cioè possono essere *indifferentemente positivi o negativi.*

Ciò posto si comprende che la loro influenza si possa eliminare od almeno attenuare, facendo la *media* aritmetica di molte misure.

Su questo principio è fondato il procedimento usato continuamente nell'Astronomia pratica per eliminare od attenuare gli errori accidentali che si commettono nella misura delle altezze. Si osservano cioè, generalmente, delle *serie di altezze* delle quali si fa la media aritmetica ed *entro determinati limiti* e *con le dovute cautele* si ritiene che tale valor medio sia quello corrispondente all'ora media aritmetica delle ore di osservazione (la quale ora chiameremo anche per brevità *istante medio*).

Sieno $t_1, t_2, \ldots t_n$ le ore cronometriche corrispondenti rispettivamente alle altezze vere $h_1, h_2, \ldots h_n$ di una serie di misure, ed indichiamo con t_μ la *media aritmetica* dei tempi considerati, cioè

$$t_\mu = \frac{t_1 + t_2 + \ldots + t_n}{n}. \tag{1}$$

Ponendo

$$(t_1 - t_\mu) + (t_2 - t_\mu) + \ldots + (t_n - t_\mu) = \Sigma\,(t - t_\mu),$$

si verifica facilmente che

$$\Sigma\,(t - t_\mu) = 0. \tag{2}$$

Ciò posto, indichiamo con h_μ l'altezza corrispondente all'istante medio t_μ. Si ha evidentemente

$$\begin{aligned} h_1 &= h_\mu + (h_1 - h_\mu) \\ h_2 &= h_\mu + (h_2 - h_\mu) \\ &\cdots\cdots\cdots \\ h_n &= h_\mu + (h_n - h_\mu). \end{aligned}$$

Sommiamo membro a membro, dividiamo per n, ed indichiamo con $\Sigma\,(h - h_\mu)$ la somma delle differenze $(h_1 - h_\mu)$, $(h_2 - h_\mu)\ldots$

$$\frac{h_1 + h_2 + \ldots + h_n}{n} = h_\mu + \frac{\Sigma\,(h - h_\mu)}{n}$$

dalla quale

$$h_\mu = \frac{h_1 + h_2 + \ldots + h_n}{n} - \frac{\Sigma\,(h - h_\mu)}{n}. \tag{3}$$

La (3) ci dice che l'altezza h_μ corrispondente alla media aritmetica dei tempi, t_μ, è uguale alla media aritmetica delle altezze a meno della quantità $\frac{\Sigma\,(h - h_\mu)}{n}$. In altri termini $-\frac{\Sigma\,(h - h_\mu)}{n}$ è la correzione che si deve applicare alla media aritmetica delle altezze per ottenere il valore h_μ dell'altezza corrispondente all'istante medio t_μ.

Per definizione i varî termini del sommatorio $\Sigma\,(h - h_\mu)$, ossia

$$(h_1 - h_\mu), \quad (h_2 - h_\mu)\ldots$$

sono le variazioni subite dall'altezza negli intervalli

$$(t_1 - t_\mu), \quad (t_2 - t_\mu), \ldots,$$

rispettivamente. Nell'ipotesi che l'altezza varî proporzionalmente al tempo, ovvero che sia (indicando con a un coefficiente costante di proporzionalità)

$$h_1 - h_\mu = a\,(t_1 - t_\mu), \quad h_2 - h_\mu = a\,(t_2 - t_\mu)\ldots \text{ ecc.},$$

la (3) si trasforma nella relazione seguente

$$h_\mu = \frac{h_1 + h_2 + \ldots + h_n}{n} - a\frac{\Sigma\,(t - t_\mu)}{n}$$

e per la (2) in

$$h_\mu = \frac{h_1 + h_2 + \ldots + h_n}{n},$$

cioè, quando *l'altezza varia in modo uniforme, il valore dell'altezza corrispondente all'istante medio è uguale alla media aritmetica delle altezze osservate.*

L'ipotesi ora considerata non vale, in generale, che per intervalli di tempo di un ordine di grandezza molto piccolo, e la legge di proporzionalità è in tal caso espressa nella formula differenziale

$$| \Delta h | = | \Delta P \cos \varphi \operatorname{sen} Z |$$

del § 31 (formula 1^{bis}), stabilita appunto nella supposizione che le variazioni Δh dell'altezza e ΔP dell'angolo orario (ovvero del tempo) sieno estremamente piccole.

Il movimento in altezza dell'astro, osservato durante qualche minuto, come accade nella misura di una serie, non è generalmente uniforme, e pertanto la quantità

$$\frac{\Sigma (h - h_\mu)}{n}$$

ha un valore finito diverso da zero. È facile determinare tale valore coi procedimenti dell'analisi superiore [1].

Supposti costanti φ e δ, fra due altezze divise da un intervallo di qualche minuto (come ad esempio h_1 ed h_μ corrispondenti rispettivamente agli istanti t_1 e t_μ) esiste, a meno di quantità piccolissime e trascurabili, la seguente relazione [2]

$$h_1 = h_\mu + a (t_1 - t_\mu) + b (t_1 - t_\mu)^2$$

ossia

$$h_1 - h_\mu = a (t_1 - t_\mu) + b (t_1 - t_\mu)^2 \tag{4}$$

dove a e b sono coefficienti costanti.

Se si misurano la differenza delle altezze in primi di arco e la durata dell'intervallo $(t_1 - t_\mu)$ in minuti di tempo, il coefficiente a ha il valore

$$a = 15 \cos \varphi \operatorname{sen} Z$$

(è il coefficiente della formula differenziale citata poc'anzi), ed il coefficiente b è dato dalla relazione

$$b = - \frac{\cos \varphi \cos \delta \cos A \cos Z}{\cos h_\mu} \frac{15^2 \operatorname{sen} 1'}{2} \tag{5}$$

$\left(\frac{15^2 \operatorname{sen} 1'}{2} = 0{,}033 \text{ circa}\right)$. In queste relazioni A e Z sono rispettivamente l'angolo all'astro e l'angolo azimutale nell'istante t_μ.

Se per ogni altezza della serie scriviamo un'equazione simile alla (4), e sommiamo membro a membro, otteniamo

$$\Sigma (h - h_\mu) = b \, \Sigma (t - t_\mu)^2$$

e quindi, sostituendo nella (3), avremo

$$h_\mu = \frac{h_1 + h_2 + \ldots + h_n}{n} - b \frac{\Sigma (t - t_\mu)^2}{n}.$$

---

(1) Vedi all'uopo le seguenti opere:

BRUNNOW, *Traité d'astronomie sphérique*. Edition Française. Paris, 1869, 1ª parte, § 107, pag. 345 e seg.

CHAUVENET, *Manual of spherical and practical Astronomy*. Philadelphia, 1864. Vol. 1°, § 150, pag. 213 e seg.

(2) Supponiamo tacitamente che le variazioni $(t_1 - t_\mu)$, ecc. . . . dell'ora cronometrica sieno sensibilmente uguali alle corrispondenti variazioni dell'angolo orario dell'astro.

L'altezza h_μ può adunque essere presa uguale alla media aritmetica delle altezze misurate, e costituenti la serie, solo quando la quantità

$$b \frac{\Sigma (t - t_\mu)^2}{n}$$

sia nulla, o trascurabile. È nulla soltanto quando $b =$ zero, cioè quando $Z = 90^\circ$, oppure $A = 90^\circ$ (vedi formula 5; escludiamo i casi non pratici di $\varphi = 90^\circ$ e $\delta = 90^\circ$), ed in queste circostanze ci dice appunto la (4) che le altezze variano proporzionalmente ai tempi. Quindi possiamo concludere:

Incominciamo coll'osservare che il coefficiente b si annulla per $Z = 90^\circ$ (astro nel primo verticale), e per $A = 90^\circ$ (astro nella massima digressione). In tutte le altre circostanze (escludendo i casi non pratici di $\varphi = 90^\circ$ e $\delta = 90^\circ$) b ha un valore diverso da zero. D'altra parte, in nessun caso, la quantità $\frac{\Sigma (t - t_\mu)^2}{n}$ può essere nulla. Diremo adunque:

1° che le circostanze favorevoli per l'osservazione di una *serie di altezze* si verificano quando l'astro è prossimo al passaggio nel primo verticale od alla massima digressione (teoricamente, quando l' istante medio coincide con uno di questi fenomeni);

2° in tutte le altre circostanze la media aritmetica delle altezze differisce dall'altezza corrispondente all' istante medio di una quantità più o meno grande, ma non mai nulla.

Per i nostri fini pratici basta stabilire i limiti entro i quali tale differenza è effettivamente trascurabile. A tal uopo osserviamo che, necessariamente, i valori delle quantità $\cos Z$, $\cos A$, $\cos \varphi$, $\cos \delta$ che figurano nell'espressione di b sono $\leqslant 1$, e che il limite 1 non può mai essere raggiunto contemporaneamente dalle quattro funzioni considerate; pertanto si ha

$$\left| b \right| < \left| \sec h_\mu \frac{15^2 \text{ sen } 1'}{2} \right|.$$

Perciò se indichiamo con ε la grandezza dell'errore che si commette coll'assumere la media delle altezze uguale all'altezza nell' istante medio t_μ, abbiamo:

$$\varepsilon < \sec h_\mu \frac{15^2 \text{ sen } 1'}{n} \frac{\Sigma (t - t_\mu)^2}{n},$$

ossia

$$\boxed{\varepsilon < 0',033 \sec h_\mu \frac{\Sigma (t - t_\mu)^2}{n}} \quad (6)$$ [1]

---

[1] Quando i tempi d'osservazione sono equidifferenti di una quantità ϑ (che supponiamo espressa in minuti) il coefficiente $\frac{\Sigma (t - t_\mu)^2}{n}$ si può calcolare semplicemente mediante l'espressione

$$\frac{\Sigma (t - t_\mu)^2}{n} = \frac{1}{12} (n^2 - 1) \vartheta^2.$$

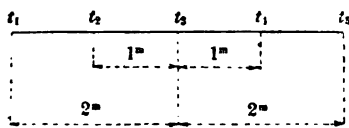
Così ad esempio per $n = 11$, $\vartheta = 1^m$, si ha (essendo $\vartheta^2 = 1$)

$$\frac{\Sigma (t - t_\mu)^2}{n} = \frac{1}{12} (11^2 - 1) = 10.$$

Per la dimostrazione vedi Y. VILLARCEAU e A. DE MAGNAC, *Traité de Navigation*. Paris, 1977, *Théorie*, § 40, pag. 116.

[Si ricorda che in questa relazione ε è misurato in primi di arco, e gli intervalli $(t - t_\mu)$ sono misurati in minuti di tempo].

Fig. 93.

Facciamo un esempio, considerando il caso di 5 successive misure (fig. 93) egualmente distanziate fra loro di 1 minuto, e quindi comprese nell'intervallo di 4 minuti.

Si ha:

$$t_\mu = t_3,$$
$$t_1 - t_\mu = -2^m, \quad t_2 - t_\mu = -1^m, \quad t_3 - t_\mu = 0^m$$
$$t_4 - t_\mu = 1^m, \quad t_5 - t_\mu = 2^m,$$
$$\Sigma (t - t_\mu)^2 = 10, \quad \frac{\Sigma (t - t_\mu)^2}{n} = 2,$$

e pertanto, la relazione (6) dà

$$\varepsilon < 0',066 \sec h.$$

Per $h = 60^\circ$, $\sec h = 2$,

$$\varepsilon < 0',132 \quad \text{(ossia 8'' circa)}.$$

Per $h = 75^\circ \, ^1/_2$ circa, $\sec h = 4$

$$\varepsilon < 0',264 \quad \text{(ossia } ^1/_4 \text{ di 1' circa)}.$$

Ripetendo il calcolo ora fatto per il caso di una serie della durata di 2^m e composta di 4 altezze equidistanti si ha

$$\varepsilon < 0',018 \sec h,$$

e per $h = 60^\circ$, $\sec h = 2$,

$$\varepsilon < 0',036 \quad \text{(ossia 2'' circa)};$$

e per $h = 86^\circ$, $\sec h = 14{,}3$

$$\varepsilon < 0',257 \quad \text{(ossia } ^1/_4 \text{ di 1' circa)}.$$

Questi risultati ci permettono di affermare che, considerando un *breve intervallo di tempo*, si può ritenere *in ogni circostanza*:

1° che per altezze $\leqslant 60^\circ$, alla media aritmetica dei tempi corrisponda, senza sensibile errore, la media aritmetica delle altezze [1];

2° che per altezze maggiori, fino a 80° circa, alla media aritmetica dei tempi corrisponda un'altezza diversa dalla media aritmetica delle altezze di una piccolissima quantità (non superiore ad $^1/_4$ di 1' circa).

In altri termini eccettuato il caso delle altezze molto grandi (le quali in pratica sono osservate meno frequentemente), si può sempre ammettere, senza uscire dai limiti delle approssimazioni richieste nei calcoli Nautici, che *osservandosi una serie di breve durata, si possa, anche*

[1] Ricordiamo che le letture del sestante sono approssimate a $\pm$ 5'' (Oss. 1ª del § 70). Quindi i valori di ε per $h < 60^\circ$ sono, nei casi considerati, di un ordine di grandezza minore od uguale all'approssimazione della lettura.

fuori delle circostanze favorevoli, far corrispondere alla media aritmetica dei tempi la media aritmetica delle altezze. L'errore dipendente da tale procedimento è certamente inferiore agli errori accidentali pericolosi [1] che si eliminano, o si attenuano, per mezzo del procedimento medesimo.

OSSERVAZIONE 1ª. — Nel ragionamento fatto si sono propriamente considerate le *altezze vere* e la loro media. E per tanto, nelle applicazioni, si dovrebbe correggere separatamente ognuna delle altezze osservate e fare la media dei risultati. Però, nella pratica, si usa fare la media delle altezze osservate e correggere la media stessa. Così facendo si ammette che alla media delle altezze vere corrisponda la media delle altezze osservate.

Indicando con C la correzione totale da apportarsi ad un'altezza osservata per ottenere la vera, si ha

$$h = h_0 + C.$$

L'esame delle tavole delle correzioni complessive dimostra immediatamente che, quando le altezze osservate sieno superiori al limite minimo di 6^0 o 7^0, e quando la differenza fra la prima e l'ultima altezza della serie non sia molto grande (come accade sempre nella pratica), la correzione C varia sensibilmente in ragione diretta delle altezze osservate. Per conseguenza è lecito ritenere che alla media delle altezze *vere* corrisponda la media delle altezze *osservate*, e viceversa.

OSSERVAZIONE 2ª. — Si è tacitamente supposto che, durante la misura della serie, φ e δ rimangano costanti. In realtà la nave è un osservatorio mobile e quindi nelle determinazioni in mare la latitudine è, generalmente, variabile; è pure variabile la declinazione quando l'astro osservato è errante. Tuttavia le variazioni di φ e di δ nell' intervallo delle osservazioni sono piccolissime in confronto a quelle dell'angolo orario, e d'altra parte, sono uniformi; perciò si può dimostrare che la loro presenza non altera sostanzialmente le conclusioni del nostro ragionamento.

OSSERVAZIONE 3ª. — Allo scopo di dare una norma pratica circa la *durata della serie,* diremo, fondandoci sui risultati del 1° esempio surriferito, che lungi dalle circostanze favorevoli ($Z = 90^0$ od $A = 90^0$) sarà opportuno non eccedere sensibilmente i 5 minuti. Nelle circostanze favorevoli si adotterà un intervallo $\leqslant 10^m$.

Nel predetto esempio si sono supposte le altezze egualmente distanziate fra loro di 1^m. Per un osservatore esercitato questo intervallo è, in condizioni normali, sempre sufficiente per fare la lettura e ripetere l'osservazione.

È interessante notare che, a parità di altre condizioni, conviene restringere per quanto è possibile l' intervallo fra le successive misure. Per convincersi basta ripetere l'esempio considerando 9 altezze equidistanti di $^1/_2$ minuto e quindi osservate nell' intervallo di 4^m. Naturalmente la rapidità delle osservazioni non deve andare a danno della loro bontà.

[1] Ossia quelli la cui grandezza può compromettere l'esito della determinazione che ci proponiamo di ottenere per mezzo della misura di altezza.

Quando le altezze sieno distribuite con discreto ordine, come accade sempre nella pratica, i risultati non sono molto differenti da quelli ottenuti nell'ipotesi della rigorosa equidistanza, considerata nei nostri esempi.

Sempre quando non siasi molto lontani dalle circostanze favorevoli ($Z = 90^\circ$ od $A = 90^\circ$) si ottengono altezze praticamente equidistanti fissando successivamente l'alidada sopra graduazioni equidifferenti, ad esempio, di 10', ed osservando il contatto nella prefissa posizione dell'alidada. Questo procedimento è sovratutto opportuno nelle osservazioni all'orizzonte artificiale, e più ancora quando il sestante è provvisto dell'apposito supporto (§ 81). In tal modo, se, calcolando gli intervalli compresi fra le successive osservazioni, si ottengono dei valori uguali o poco differenti fra loro, si ha una immediata prova della bontà della serie.

Tale maniera di osservare presenta anche il vantaggio di ridurre le operazioni di scrittura, essendo sufficiente, durante l'osservazione della serie, registrare soltanto i *secondi* indicati dal cronometro (o dall'orologio) nell' istante del contatto. Difatti i primi dell'altezza ed i minuti del cronometro si seguono a distanze costanti, e d'altra parte, prima e dopo la serie di osservazioni si ha tutto il tempo di leggere e scrivere esattamente i valori di questi elementi per la prima e l'ultima misura della serie, e di dedurre, con semplicissimo ragionamento e senza esitazione, i valori corrispondenti alle misure intermedie.

Concentrando tutta l'attenzione sul quadrante dei secondi si evitano gli errori di lettura, che spesso e con gravissimo danno si possono commettere quando si opera diversamente.

In mare, per fare le misure nel modo ora descritto, bisogna essere osservatore esperto e trovarsi in condizioni favorevoli; ossia, buona visibilità dell'orizzonte, tranquillità di piattaforma, assenza di vento che tormenti la vista ecc. Altrimenti è difficile misurare una buona serie di altezze, perchè il più delle volte nell'istante in cui sta per avvenire il contatto nella prefissa posizione dell'alidada, per un complesso di cause esterne ed indipendenti dalla volontà dell'osservatore, questi non è nelle condizioni volute per osservare bene il contatto stesso.

È opportuno che la serie sia composta di un numero dispari di misure. Nelle osservazioni in mare, ove la rapidità di osservazione e di calcolo è sovente elemento di successo, la serie sarà, in generale, composta di tre o di cinque altezze.

[Marcq S. Hilaire dice che i calcoli di posizione in mare si devono fare con la media di tre misure, e che è inutile osservare una serie più numerosa].

OSSERVAZIONE 4ª. — Di notte la misura di una serie di altezze richiede maggior tempo che di giorno a causa della *difficoltà di lettura del sestante.* Tali difficoltà sono rese minori dall' impiego di una lampadina elettrica tascabile, o più semplicemente ancora nel modo seguente suggerito dal Ledieu (Nouvelles Méthodes de Navigation). Si accende una di quelle micce gialle da fumatore che sono nell'uso comune, e si avvicina l'estremità accesa al vetrino smerigliato che protegge il verniero. Si fa la lettura volgendo il fianco al vento in modo che questo, soffiando sulla miccia, attivi la combustione; la luce che emana basta a rendere nettamente visibile la graduazione del sestante.

CAPITOLO IX

Riconoscimento delle Stelle

§ 95. **Generalità - Identificazione delle Stelle mediante le figure del cielo stellato.** — L'eccellenza dei nuovi metodi della Navigazione Astronomica, dei quali ci occuperemo fra breve, è basata essenzialmente sulla osservazione di altezze simultanee, o quasi simultanee, di astri diversi. È per questo motivo che hanno speciale interesse le osservazioni fatte durante i *crepuscoli.* Difatti in tali circostanze sono visibili nello stesso tempo molti astri, e l'orizzonte è ancora ben definito e permette di fare delle osservazioni con la medesima esattezza che di giorno.

Talvolta l'illuminazione Lunare rende nettamente visibile l'orizzonte: allora l'osservazione notturna delle Stelle è resa possibile e facile quanto quella crepuscolare.

Pertanto è ben giusto che al riconoscimento delle Stelle sia dedicato uno speciale capitolo.

L'abilità nelle osservazioni stellari ed il razionale impiego di queste sono l'indice più sicuro della capacità del moderno ufficiale di rotta, il quale otterrà soltanto con osservazioni Stellari una sicura determinazione del punto-nave.

([1]) Le *carte celesti* sono delle rappresentazioni piane della sfera celeste ottenute con procedimenti analoghi a quelli usati per le carte geografiche. Alcune carte rappresentano grandi regioni della sfera, e sono le *carte generali*; altre, dette *carte particolari* o *piani celesti*, rappresentano regioni ristrette. Il sistema più usato per la costruzione delle carte generali è la *proiezione stereografica.* In questa proiezione la rappresentazione di una sfera si ottiene proiettando sopra un piano tangente alla sfera i punti di essa, da un *punto di vista*, situato alla estremità opposta del diametro corrispondente al punto di tangenza.

([2]) Vedi P. L. Cattolica, *Trattato di Navigazione*, 2ª Ediz., Parte 1ª.

Nella fig. 94 il piano PP rappresenta il piano della carta, T il punto di tangenza con la sfera, O il punto di vista, *m* l'immagine sulla carta del punto M della sfera.

La proiezione stereografica gode di due importanti proprietà: 1° non altera gli angoli; 2° i cerchi della sfera sono rappresentati da cerchi.

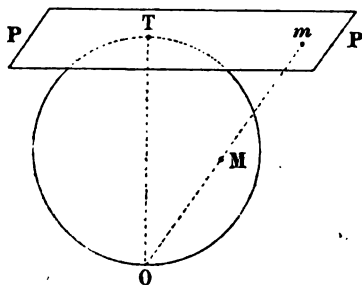



Fig. 94.

Per rappresentare il cielo stellato si costruiscono separatamente le proiezioni stereografiche dei due emisferi assumendo, come punto di vista, il polo Sud per rappresentare l'emisfero Nord, e il polo Nord per rappresentare l'emisfero Sud; così, nel primo caso, il punto di tangenza è il polo Nord, e nel secondo il polo Sud. Intorno al punto di tangenza le deformazioni lineari sono assai piccole; sono invece maggiori agli orli dove sono rappresentate le stelle prossime all'equatore. Per questo motivo spesso si usa rappresentare la zona equatoriale della sfera celeste nella proiezione cilindrica di Mercatore, usata per la costruzione delle carte geografiche marine. È noto che intorno alle regioni equatoriali le deformazioni delle figure della carta rispetto alle corrispondenti figure sul globo sono, nella proiezione Mercatoriana, assai piccole, e che sono precisamente nulle all'equatore e vanno crescendo con la latitudine.

Per rappresentare piccole zone della sfera celeste (*Carte particolari* o *piani celesti*) si usa invece la *proiezione ortografica*, con la quale la superficie sferica è proiettata sul piano tangente alla sfera nel punto centrale della zona che si considera, essendo il *punto di vista situato all'infinito* del diametro condotto per il punto di tangenza. Se la zona è piccola, le figure geometriche della sfera sono assai poco differenti da quelle corrispondenti nella rappresentazione piana, essendo trascurabili nei dintorni del punto di tangenza, o *centrale*, le deformazioni in lunghezza delle linee e quelle degli angoli.

Per la costruzione dei *globi celesti* non vi è alcuna norma speciale. Fissati i poli (e di conseguenza l'equatore) e la posizione del punto vernale, le proiezioni delle stelle sono definite dalle coordinate equatoriali declinazione e ascensione retta.

Le stelle più cospicue appartenenti alle costellazioni facilmente riconoscibili si identificano senza difficoltà dalla particolare posizione che occupano nelle costellazioni stesse. Per le altre il metodo più semplice di identificazione è quello cosidetto *degli allineamenti* per la sua analogia con quello usato per la determinazione dei punti in mare.

Dalla carta, o meglio ancora dal globo celeste, rileviamo le terne di Stelle delle prime due o tre *grandezze* che cadono sopra uno stesso circolo massimo: per la considerazione che queste Stelle sono in numero esiguo e, generalmente, distanti fra loro, è chiaro che conoscendo

due Stelle di una terna, ed immaginando tracciato sulla sfera celeste l'arco di circolo massimo che le unisce, sarà facile rintracciare lungo tale arco, prolungato nel senso conveniente, se occorre, la terza Stella della terna.

Oltre che dagli allineamenti si trae profitto dalle figure a triangoli isosceli o rettangoli formati da particolari terne di Stelle. Negli atlanti celesti usati dai naviganti sono particolarmente riferiti gli allineamenti ed i triangoli in parola.

Il metodo degli allineamenti non è privo di inconvenienti perchè esige che la maggior parte del cielo sia scoperta. Pertanto è necessario abituarsi a riconoscere le Stelle principali per mezzo delle speciali figure che esse formano con quelle più vicine. Così facendo si può riuscire a distinguere rapidamente quegli astri, anche allorquando la parte di cielo scoperto ha soltanto un raggio di 8 o 10 gradi.

Vi sono delle costellazioni come l'Orsa maggiore, l'Orsa minore, Orione, la Croce del Sud, ed altre ancora, le cui configurazioni, disegnate sulle carte celesti, sono talmente notevoli che si arriva ben presto a riconoscerle.

Per quanto riguarda talune stelle importanti riproduciamo (fig. 95) le configurazioni di stelle vicine che permettono il riconoscimento

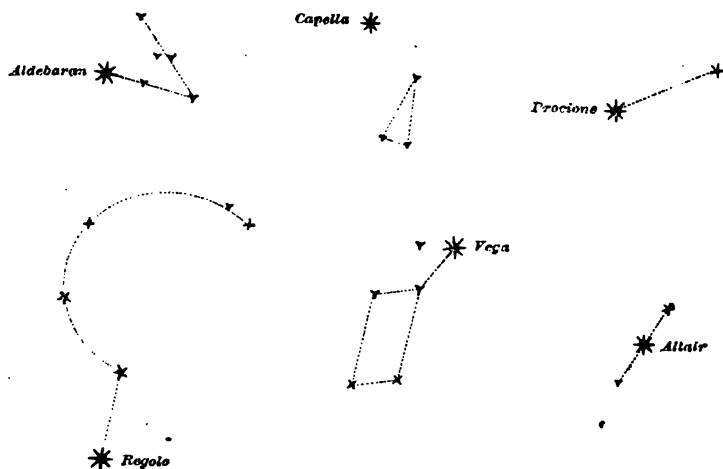



Fig. 95.

Aldebaran (α Tauri) è situata all'estremità di uno dei due lati di un V formato da sei stelle di cui due, molto vicine fra loro, appartengono al lato di cui Aldebaran non fa parte; inoltre questa stella è poco lontana dal gruppo delle Pleiadi che è particolarmente cospicuo.

Capella (α Aurigae) si riconosce perchè è prossima a tre stelle di quarta grandezza, che formano un triangolo isoscele, con base molto piccola rispetto all'altezza.

Procione (α Canis minoris) è accompagnata da una stella di 3ª grandezza (β Canis minoris) ad una distanza di 5° circa: non si trova, in questa regione del cielo, nessun'altra stella che abbia lo stesso splendore della β Canis minoris.

Regolo (α Leonis) forma, con le stelle più brillanti che la circondano, una figura simile ad una falce; Regolo coincide con la estremità inferiore del manico.

Le cinque stelle vicine a *Vega* (α Lirae) formano un parallelogrammo ed un triangolo molto notevoli.

Altair (α Aquilae) è press'a poco a metà dell'intervallo compreso fra le due stelle γ e β dell'Aquila; essa è a maggiore distanza dalla β, che è la meno brillante del gruppo.

La descrizione da noi fatta non si estende a tutte le stelle brillanti isolate che si ha interesse di riconoscere. Ciascuno potrà completarla con osservazioni personali traendo profitto delle speciali configurazioni dei più cospicui gruppi stellari (¹).

§ 96. **Identificazione delle Stelle e dei Pianeti fatta indipendentemente dalle figure del cielo stellato.** — Talvolta il cielo è troppo coperto o nuvoloso perchè sia possibile utilizzare i metodi suaccennati per identificare le Stelle; d'altra parte i Pianeti che hanno posizioni variabili sulla sfera celeste non sono sempre riconoscibili per la sola apparenza. Conviene adunque trovare un modo di identificare un astro senza riferirsi alle figure del cielo stellato od all'apparenza dell'astro stesso.

Il sestante e la bussola ci dànno il modo di misurare le coordinate azimutali dell'astro (altezza ed azimut). Naturalmente l'altezza osservata deve essere corretta e ridotta all'altezza vera, e così pure l'azimut di bussola, misurato contemporaneamente all'altezza, deve essere corretto e ridotto all'azimut vero. D'altra parte il navigante per mezzo della stima conosce sempre i valori approssimati φ_s e λ_s (latitudine e longitudine stimate) delle coordinate geografiche dello zenit di osservazione; di più, per mezzo del cronometro, gli è anche nota l'ora media del 1° meridiano nell'istante della misura.

Il problema della identificazione di una sola Stella si riduce ad una doppia trasformazione di coordinate.

Si comincia col trasformare le note coordinate azimutali dell'astro, h e a (altezza ed azimut veri) nelle simultanee orarie δ e t (declina-

(¹) Dal *Traité de Navigation* di Villarceau e Magnac.

zione ed angolo orario). Le formule ed il tipo di calcolo relativi a questa trasformazione furono descritti nel § 34.

Poscia si trasformano le ottenute coordinate orarie δ e t nelle simultanee equatoriali δ ed α. La coordinata declinazione è comune ai due sistemi; si tratta di determinare l'ascensione retta dell'astro. Della trasformazione di t in α si è accennato nell'Oss. del § 20; ma giova ripeterla.

La conoscenza (ottenuta mediante il cronometro) dell'ora T_m corrispondente all'osservazione, e della longitudine locale (data dalla stima) ci permette di calcolare un valore approssimato del tempo sidereo locale t_s,

$$T_s = T_m + \alpha_m; \qquad t_s = T_s + \lambda,$$

ed essendo

$$t_s = t + \alpha,$$

si ha finalmente

$$\alpha = t_s - t.$$

Noti δ ed α si cercherà nelle Effemeridi la *Stella* od il *Pianeta* le cui coordinate si accordano *prossimamente* con quelle calcolate. È manifesto che queste risultano grossolanamente approssimate poichè per calcolarle si fa uso di elementi poco precisi, quali sono le coordinate stimate φ_s e λ_s, e l'azimut misurato con la bussola. Benchè, in generale, i due primi differiscano dai veri di piccole quantità, l'ultimo è sempre affetto da errori di misura che, anche nelle migliori circostanze, possono raggiungere il valore $\pm 1°$. Tuttavia, quando l'astro osservato sia isolato dagli altri e specialmente cospicuo, la conoscenza anche approssimata delle sue coordinate equatoriali, unita eventualmente a quella dello splendore, è sempre sufficiente per individuarlo senza veruna esitazione.

Esempio. — La sera del 29 Settembre 1914, nel punto (stimato) $\varphi_s = 36°15'$ N., $\lambda_s = 7°11'15''$ West Greenwich, si osserva l'altezza di un astro ignoto alla quale corrisponde l'altezza *vera* $h = 26°59'$; nello stesso tempo si misura l'azimut di bussola, il quale, corretto della deviazione e della declinazione magnetica locale, dà per l'azimut vero dell'astro il seguente valore

$$a = 275°.$$

Nell'istante delle osservazioni l'ora media del 1° meridiano, dedotta dall'ora cronometrica, è 29 Settembre 1914, $T_m = 6^h 50^m 44^s$. Si vuole identificare l'astro osservato.

a) Trasformazione delle coordinate azimutali nelle simultanee orarie.

Essendo φ Nord e l'astro a West (ce lo dice il valore dell'azimut): $Z = 360^0 - a = 85^0$.

Inoltre si ha: distanza zenitale $= z = 90^0 - h = 63^0 01'$.

[NOTA BENE. — Nel calcolo logaritmico seguente abbiamo eseguito tutte le interpolazioni come per un calcolo di precisione. In pratica è sufficiente arrotondare tutti gli angoli ai valori tavolari, e le uniche interpolazioni da farsi sono quelle per passare da l tan M a l sen M, e da l tan P a l sec P, seguendo le ben note regole del § 33)].

z	$63^0 01'$	tan	0,29315				
Z	85^0	cos	8,94030	tan	1,05805		
M	$9^0 42' 49''$	tan	9,23345	sen	9,22713		
			40				
φ	$36^0 15'$		1×5	pp	5		
$M + \varphi$	$45^0 57' 49''$			sec	0,15794	ctn	9,98539
P	$4^h 40^m 43^s,1$			tan	0,44317	sec	0,46961
					8		
					$0,9 \times 9$	pp	8
$\delta +$	$19^0 19' 30''$	. . . .				ctn	0,45508

(Per brevità si è omesso il calcolo di prova).

La declinazione, essendo risultata positiva, ha, per la nota regola dei segni (§ 29), il nome della latitudine, ossia

$$\delta = 19^0 19' 30'' \text{ Nord.}$$

Il noto valore dell'azimut ci dice che l'astro è a Ponente, e pertanto $t = P$

$$t = 4^h 40^m 43^s,1$$

b) Trasformazione delle coordinate orarie nelle equatoriali.

1914, 29 Settembre	T_m	$6^h 50^m 44^s$
29 Settembre $T_m = 6^h$	α_m	12 30 36,0
add. per 51^m		8,4
$T_s = T_m + \alpha_m$		$19^h 21^m 28^s,4$
	$+ \lambda$	— 28 45
	t_s	$18^h 52^m 43^s,4$
	$- t$	4 40 43,1
	α	$14^h 12^m 00^s,3$

CONCLUSIONE. — Le *coordinate equatoriali* (approssimate) dell'astro osservato sono

$$\delta = 19^0 19' 30'' \text{ Nord}, \qquad \alpha = 14^h 12^m 00^s,3$$

Nell' N. A. del 1914 si ha per α Bootis (Arcturus)

(28 Settembre), $\delta_* = 19°37',6$ Nord, $\alpha_*\ 14^h 11^m 45^s,7$,

coordinate che differiscono poco da quelle calcolate. Pertanto la stella osservata è Arturo, poichè tutte le altre stelle di 1ª, 2ª e 3ª grandezza (le uniche osservabili in mare) hanno coordinate molto diverse da quelle ottenute.

Identificata, in tal modo, la stella, si farà il calcolo a cui è destinata l'osservazione, *assumendo, naturalmente, per α_* e δ_* i valori esatti desunti dalle Effemeridi.*

Osservazione. — Se nell'elenco delle stelle non si trova nessuno di tali astri a cui corrispondano le ottenute coordinate, si consultano le pagine delle Effemeridi dove sono riferite le coordinate dei *Pianeti.*

Metodi grafici. — Se si riesce ad evitare il calcolo logaritmico considerato poc'anzi, sostituendolo, ad esempio, con un procedimento grafico, più sollecito e semplice, la preventiva identificazione dell'astro diventa molto agevole. A questo fine servono molto bene speciali diagrammi, fra cui citiamo *i diagrammi altazimutali Alessio.*

I diagrammi Alessio, costruiti allo scopo essenziale di trasformare le coordinate orarie nelle simultanee azimutali (vedi Oss. del § 30), servono anche per la trasformazione inversa (la quale, come si è visto nel § 34, è trigonometricamente simile all'altra). Quindi, noti h, Z e φ, si determinano le incognite δ e P. Le operazioni sono molto semplici e rapide; per l'uso dei diagrammi rimandiamo il lettore alle norme in essi riferite.

Vi è poi uno speciale istrumento (globo celeste) ideato dal Comandante Magnac [1], detto " Navisfero ", col quale, essendo noti i quattro elementi h, Z, φ e l'ora siderea locale t_s, la conversione delle coordinate azimutali nelle equatoriali si ottiene direttamente senza fare le due successive trasformazioni seguite nel procedimento analitico. Di tale istrumento diremo in appendice (Nota 1ª).

---

[1] Trasformato in seguito dall'Amm. Perrin. Noi però preferiamo il tipo originale Magnac. (Vedi *Manuel des Instruments Nautiques* par M. Guyou. Paris, Impr. Nationale, 1907. Pubbl. del Serv. Idr. della Marina Francese, pagg. 17-22. Vedi anche la descrizione originale fatta dal Magnac nella « Revue Maritime », 1879, Tomo 61, pag. 598 e seg.).

CAPITOLO X

Conservazione del tempo - Il cronometro

§ 97. **Generalità.** — I cronometri marini [1] sono degli strumenti meccanici destinati a conservare l'ora di un dato meridiano che generalmente è il primo. I cronometri marini sono d'ordinario regolati sul *tempo medio* del 1° meridiano, ed allora diconsi *cronometri medii*; tuttavia in alcuni casi si usano anche i *cronometri siderei*, i quali sono regolati sul *tempo sidereo*.

I cronometri sono dei grandi orologi di 10 e 12 centimetri di diametro, costruiti con estrema cura e disposti in modo da risentire il meno possibile i movimenti e le vibrazioni della nave. Perciò ogni cronometro è sospeso cardanicamente in una cassa parallelepipeda di

---

[1] Il primo cronometro marino « *atto a conservare l'ora malgrado le vicissitudini e le variazioni dell'atmosfera, i movimenti della nave, la dilatazione dei metalli e la loro contrazione dovuta al caldo ed al freddo* » fu presentato da GIOVANNI HARRISON al Board of Longitudine nel 1736. Questa Commissione, composta dei primi uomini di mare dell'Inghilterra e di illustri astronomi, erasi costituita nel 1714 con atto solenne del Parlamento inglese. Con tale atto, approvato in Luglio 1714 dalla Regina Anna, si decretava un premio di 10,000 sterline all'autore di una scoperta che dasse il mezzo di determinare la longitudine coll'approssimazione di 1°, e di 15,000 e 20,000 sterline, se la precisione raggiunta era rispettivamente di 0°,75 e 0°,5.

Il primo cronometro di Harrison (1736) fu provato con soddisfacenti risultati in un viaggio di andata e ritorno fra l'Inghilterra e Lisbona; ma l'autore ricevette soltanto una sovvenzione. La seconda prova fu ritentata dall'Harrison nel 1761. Il nuovo cronometro da lui presentato fu provato sul « Depford », in un viaggio da Portsmouth a Giamaica, In 81 giorni la variazione del cronometro fu di soli 26 secondi circa. Nel viaggio di ritorno sul « Merlin » si riscontrò un ritardo di $1^m54^s,5$ in 147 giorni. Non bastò neppure questa prova trionfale per convincere il Board of Longitudine che l'autore era meritevole del massimo premio. Soltanto dopo molte vicende ed in seguito ad un definitivo esperimento compiuto nel 1772 a bordo della « Resolution » comandata dal celebre Cook, ma non senza discussioni e difficoltà, fu assegnata all'Harrison la totalità del premio (20,000 sterline).

Giovanni Harrison nato a Foulby (contea di York) nel 1693 e morto a Londra nel 1776, era figlio di un carpentiere, e senz'altro soccorso che il proprio ingegno e il proprio talento naturale giunse ad un altissimo grado di perfezione.

Il cronometro di Harrison, che egli chiamò *Time-Keeper* (*conserva-tempo*; in francese *garde-temps*), era tuttavia una macchina di eccezione, non suscettibile di sviluppo nè di facile imitazione. Il vanto del perfezionamento definitivo degli orologi marini spettano al francese Pierre Le Roy, allo svizzero Ferdinand Berthoud ed agli inglesi John Arnold e Thomas Earnshaw.

Giova ricordare che il fondamento della scoperta del cronometro marino è dovuto al grande matematico olandese Cristiano Huyghens che primo pensò nel 1675 ad applicare la spirale al regolatore degli orologi (bilanciere).

Della storia dei cronometri in Francia tratta con particolare competenza il MARGUET, *Histoire de la longitude a la mer*. Ed. Challamel, Paris, 1917.

legno, la quale a sua volta è messa in una controcassa che ha il fondo e le pareti rivestite di cuscinetti di panno.

La sospensione cardanica è fatta in modo che il *quadrante* del cronometro, sul quale si leggono le ore, rimanga costantemente orizzontale. Il quadrante dei cronometri medî è, generalmente, graduato da 0^h a 12^h, quello dei cronometri siderei lo è invece da 0^h a 24^h. Oltre

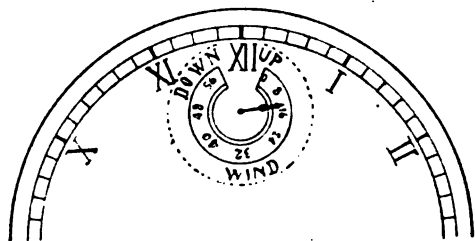



Fig. 96.

le solite lancette per l' indicazione delle ore, dei minuti e dei secondi, il cronometro è munito anche di un piccolo quadrante, contenuto nel principale, sul quale un apposito indice segna il numero delle ore trascorse dopo l'ultima carica (fig. 96).

I cronometri ricevono la carica mediante acconcia chiave da introdursi in un foro praticato nella parte inferiore del cronometro, e perciò, per eseguire questa operazione occorre rovesciare l'istrumento facendolo girare con moto lento intorno alla sospensione cardanica. Vi sono dei cronometri i quali hanno una carica di poco più che due giorni (ordinariamente 54 ore), e questi sono i più usati; ve ne sono altri la cui carica dura otto giorni. [Eccezionalmente si trovano cronometri che hanno la carica di un solo giorno, o poco più, (30^h)]. Tuttavia è rigorosamente prescritto di dare ai primi la carica *giornalmente ed alla stessa ora*, ed ai secondi *settimanalmente*, l'eccesso di carica dovendo servire solo di riserva nel caso in cui la carica regolare venga ritardata per circostanze straordinarie.

§ 98. **Descrizione sommaria del meccanismo di un cronometro.** — Gli organi essenziali di un cronometro (e di un orologio in generale) sono quattro:

1°. Il *regolatore* mobile, animato di un movimento circolare alternativo di durata costante, ossia *isocrono*;

2°. Lo *scappamento*, che trasmette i movimenti del regolatore al rotismo;

3°. Il *rotismo*;

4°. Il *motore* destinato a controbilanciare gli effetti degli attriti e delle resistenze che subisce tutto il meccanismo, ed a mantenere il movimento del regolatore e del rotismo.

Nei cronometri marini, come negli orologi da tasca, il motore è una *molla*, ed il regolatore è un *bilanciere*, il peso ed il pendolo non potendosi adottare in uno strumento portatile. La molla, fatta con nastro d'acciaio avvolto a spirale, produce, quando è tesa, il movimento circolare di un tamburo; questo movimento è trasmesso alle lancette dei secondi, dei minuti e delle ore, per mezzo di ruote dentate costituenti il rotismo.

Lo scappamento è un organo che frena l'azione della molla motrice e rende uniforme il movimento del rotismo.

L'azione dello scappamento è diretta dal *bilanciere*, il quale è, perciò l'organo regolatore ed essenziale del cronometro. Per comprender bene quanto diremo in seguito, descriveremo dapprima il bilanciere semplice, quale si osserva nei comuni orologi da tasca. Il bilanciere è (fig. 97) un piccolo volante ABC il quale compie delle oscillazioni isocrone, per virtù di una molla spiraliforme, chiamata semplicemente *spirale*. L'asse del bilanciere passa per il centro di gravità del volante, e la spirale è avvolta ad elica intorno all'asse M. Una delle estremità della spirale è unita al bilanciere, l'altra alla parte fissa del cronometro. In tali condizioni, se avvenga la rotazione del bilanciere, la molla è sollecitata ad aprire o chiudere le sue spire, a seconda del senso in cui avviene il movimento; e poichè, per elasticità, la molla tende continuamente a riprendere la sua posizione di equilibrio, il bilanciere abbandonato a se stesso oscilla da una parte o dall'altra della propria posizione di equilibrio.

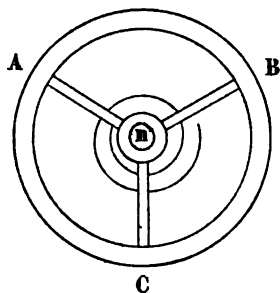



Fig. 97.

La ruota di scappamento è disposta in maniera che ad ogni oscillazione il motore restituisca al bilanciere la quantità di movimento perduta a causa dell'attrito e della resistenza dell'aria. Le oscillazioni conservano perciò un'ampiezza costante.

Si dimostra che, mantenendosi costante la temperatura, le oscillazioni del sistema meccanico così costituito sono rigorosamente *isocrone*, e per conseguenza i movimenti alternativi del bilanciere possono essere usati per misurare il tempo.

Col variare della temperatura varia anche la durata di oscilla-

zione; le cause di tale fenomeno sono molteplici. Supponiamo difatti che si elevi la temperatura; allora: 1°) la spirale si allunga; 2°) lo stato molecolare del metallo di cui è fatta la spirale [1] viene alterato temporaneamente, poichè il calore rammollisce i corpi, e perciò ne diminuisce la forza elastica; 3°) il bilanciere si dilata, e perciò il suo *momento d'inerzia* è accresciuto.

Per elementari principî di meccanica i tre effetti ora enumerati, dovuti all'*aumento di temperatura*, cospirano ad accrescere la durata delle oscillazioni, ossia a render più lento il moto dell'orologio. Negli ordinari orologi si usa *compensare* questi effetti modificando opportunamente la tensione della molla; nei cronometri invece si cerca di ottenere gli stessi risultati con mezzi automatici, ed a tale scopo si ricorre al *bilanciere compensato*. Questo è così fatto che un aumento di temperatura produce, anzichè un accrescimento, una diminuzione delle sue dimensioni radiali, e quindi una diminuzione del momento di inerzia. Per questo solo fatto si ha un incremento *negativo* nella durata delle oscillazioni, il quale compensa l'incremento *positivo* dovuto all'allungamento ed alla minore elasticità della spirale.

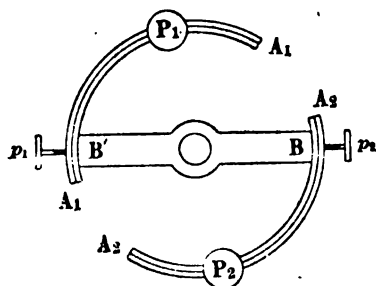
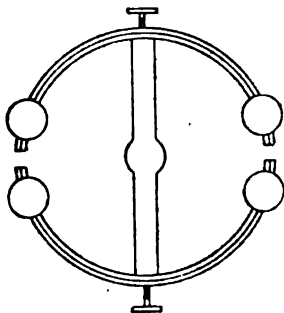



Fig. 98.

Nel sistema di *compensazione semplice* [2] il bilanciere (fig. 98) è composto di una *sbarretta* diametrale di acciaio BB' che porta alle sue estremità gli archi A_1A_1 ed A_2A_2. Ognuno di questi archi risulta dalla sovrapposizione di due laminette formate da due metalli saldati insieme, dei quali *si trova collocato esternamente quello più dilatabile.* In generale la laminetta interna è di *acciaio*, quella esterna è di *ottone.* Ogni arco porta in vicinanza dell'estremità libera una massa (P_1, P_2) fissata con vite in opportuna posizione.

[1] Il metallo usato per costruire le spirali dei cronometri marini è l'*acciaio*, od anche il *palladio*.

[2] Nel testo descriviamo il dispositivo più comunemente impiegato dai cronometristi inglesi.

È attualmente adottato dalla maggior parte dei cronometristi Francesi, Svizzeri, Germanici, il bilanciere Guillaume, schematicamente rappresentato dalla figura a fianco.

Esso è basato sugli stessi principi del bilanciere descritto nel testo. La forma del bilanciere è simmetrica rispetto alla sbarretta ed al diametro perpendicolare a questa; le masse sono quattro. In luogo dell'acciaio è usata, nella costruzione degli archi bimetallici, una lega di acciaio e nickel (metallo invar.)

Con l'aumentare della temperatura, dilatandosi l'ottone più che l'acciaio, si accresce la curvatura degli archi, e perciò le masse P_1 e P_2 vengono avvicinate al centro; col diminuire della temperatura le stesse masse vengono invece allontanate dal centro. In tal modo è possibile, dando una giusta posizione ai pesi P_1P_2, ottenere che le variazioni del momento d'inerzia *compensino* gli effetti derivanti dalle variazioni di elasticità della spirale.

[Si notano ancora sul bilanciere, oltre le nominate masse compensatrici, delle altre masse complementari (p_1 e p_2) più piccole costituite da viti fissate all'estremità della sbarretta].

È impossibile nella pratica di ottenere una compensazione perfetta; quindi il cronometro ha sempre dei ritardi o degli avanzi sul tempo che dovrebbe conservare, ossia, come dicono i cronometristi, l'istrumento rimane affetto da un *errore secondario*. Tuttavia con la compensazione si ha il grande vantaggio di rendere assai piccole le inevitabili variazioni nell'andamento del cronometro.

Si sono adottati, in aggiunta al descritto sistema di compensazione semplice, svariati sistemi di *compensazione ausiliaria*, diretti allo scopo di ridurre l'errore secondario. Ma non è il caso di parlare di essi in un corso elementare.

Nei cronometri marini la durata di una oscillazione semplice [1] del bilanciere è di $^1/_2$ secondo (2×86400 oscillazioni semplici al giorno). Ad ogni oscillazione semplice corrisponde uno scatto della lancetta dei secondi, e, poichè ad ogni scatto si sente un colpo secco, si dice che i cronometri *battono* il mezzo secondo.

I comuni orologi da tasca battono d'ordinario i $^4/_{10}$ di secondo (25 battute ogni 10^s).

§ 99. **Correzione assoluta.** — Sia t_c l'ora segnata dal cronometro medio in un determinato istante. Nell'Astronomia nautica dicesi *correzione assoluta* [2] del cronometro nell'istante considerato la quantità K, che, *applicata col suo segno* all'ora t_c del cronometro, dà l'ora media T_m del 1° meridiano. In altri termini K è la *correzione d'indice* del cronometro.

Si ha quindi, per definizione:

$$(1) \qquad T_m = t_c + K; \qquad (2) \quad K = T_m - t_c.$$

---

(1) Cioè la durata dell'intervallo compreso fra i passaggi per due amplitudini estreme. L'ampiezza di oscillazione dei bilancieri è molto grande (circa 400°).

(2) Chiamasi anche *stato assoluto*. Propriamente dovrebbe dirsi correzione o stato assoluto *sull'ora del 1° meridiano*, ossia sul tempo del meridiano fondamentale scelto dai naviganti.

Con la prima si ottiene T_m essendo noti t_c e K, e con la seconda si determina K essendo noti due valori simultanei dell'ora del 1° meridiano e dell'ora cronometrica.

Si noti che il quadrante del cronometro medio è quasi sempre graduato da 0^h a 12^h, secondo la vecchia usanza civile; indicandosi pertanto con t_c la *lettura* fatta sul cronometro, la somma algebrica $t_c + K$ dà l'ora astronomica T_m con ambiguità di 12^h. Abbiamo già detto come in pratica questo dubbio sia tolto mediante la preventiva conoscenza approssimata dell'ora astronomica T_m che si vuol determinare (§ 53).

Per ragioni di semplicità è opportuno che la correzione K sia espressa con un numero non molto grande. Pertanto generalmente si conviene di assumere sempre un valore minore di 6^h.

A tal fine quando si determina K con la (2), se l'ora T_m è maggiore di 12^h, si tolgono ad essa 12^h, ed in tal guisa la differenza $T_m - t_c$ risulta sempre minore di 12^h. Se poi questo risultato è maggiore di 6^h si fa il complemento a 12^h e si cambia segno.

Si abbia ad esempio:

$$T_m = 18^h 22^m 17^s, \qquad t_c = 4^h 45^m 29^s$$
$$T_m - t_c = 6^h 22^m 17^s - 4^h 45^m 29^s = \underline{\underline{+\,1^h 36^m 48^s}} = K.$$

Altro esempio:

$$T_m = 23^h 45^m 53^s, \qquad t_c = 0^h 16^m 22^s,5$$
$$T_m - t_c = 11^h 45^m 53^s - 0^h 16^m 22^s,5 = +\,11^h 29^m 30^s,5;$$
$$11^h 29^m 30^s,5 - 12^h = \underline{\underline{-\,30^m 29^s,5}} = K.$$

Con tale procedimento, sono accresciute le cause che producono l'ambiguità di 12^h nella determinazione dell'ora del 1° meridiano mediante il cronometro (formula 1). Ma ciò non ha nessuna importanza, perchè, giova ripeterlo, l'ambiguità è prontamente e facilmente eliminata.

Nella pratica della Navigazione Astronomica i valori di K si esprimono arrotondandoli al decimo di secondo.

Del modo di determinare il valore della correzione assoluta di un cronometro diremo in seguito (Cap. XVII).

OSSERVAZIONE. — La *correzione assoluta* sul tempo del 1° meridiano dei *cronometri siderei*, eventualmente usati dai naviganti, si definisce come l'analoga dei cronometri medii. È la quantità K che, aggiunta col suo segno all'ora indicata del cronometro, dà la corrispondente ora siderea di Greenwich T_s.

Quando si usa il cronometro sidereo ogni ambiguità nell'interpretazione dei dati è da evitarsi, poichè l'eliminazione di essa non è affatto intuitiva e semplice come nel caso del cronometro medio, considerato poc'anzi. Pertanto si assumerà come valore di K quello che risulta direttamente dalla differenza fra l'ora T_s di Greenwich e la simultanea ora t_c letta sul quadrante del cronometro sidereo (che, secondo quanto è detto nel § 97, supponiamo graduato da 0^h a 24^h).

$$K = T_s - t_c.$$

Tuttavia quando K risulti, in valore assoluto, maggiore di 12^h si può fare il complemento a 24^h e cambiar segno. Così ad es. in luogo di $K = -15^h 20^m$ si può prendere $K = +8^h 40^m$.

§ 100. **Correzione diurna.** — Se la correzione assoluta rimane costante col progredire del tempo, è segno che il cronometro è perfettamente regolato. Ma in realtà la perfezione del cronometro non arriva mai a tanto, ed il cronometro accelera o ritarda sul tempo che dovrebbe conservare; in altri termini la correzione assoluta è variabile.

Dicesi *correzione diurna* [1] *la variazione della correzione assoluta in un giorno medio* dovuta alle accelerazioni positive o negative dell'andamento del cronometro. Essa viene indicata con la lettera minuscola k.

Da questa definizione risulta che la *correzione diurna* è

negativa se il cronometro *corre* sul tempo medio
positiva „ „ *rallenta* „ „

Per varie cause, che subito esamineremo, gli incrementi della correzione assoluta non sono uniformi, ossia la correzione diurna non è costante, ma variabile.

Una variazione negativa della correzione diurna indica che il cronometro corre rispetto all'andamento precedente. Il contrario è indicato da una variazione positiva.

Supponendo che la *correzione diurna* k si mantenga costante per un determinato periodo di tempo compreso fra gli istanti successivi T_m della data D, e T'_m della D', ai quali corrispondono rispettivamente le *correzioni assolute* K e K', si ha

$$(1) \qquad k = \frac{K' - K}{n} \quad \text{(algebr.)},$$

dove n è il valore dell' intervallo compreso fra gli istanti considerati, misurato in *giorni e parti decimali di giorno.*

---

[1] Od anche « *andamento diurno* ».

Facciamo un esempio. Si abbia

$$\begin{array}{lll} 20 \text{ Febbraio} & T_m = 22^h00^m00^s, & K = -1^m14^s,5 \\ 26 \quad " & T'_m = 12^h00^m00^s, & K' = -1^m05^s,7 \end{array}$$

$$n = 6 \text{ giorni} - 10^h = 5^g + 14^h = 5^g + \left(\frac{14}{24}\right)^g = 5,58$$

$$K' - K = +8^s,8$$

$$k = + \frac{8^s,8}{5,58} = + 1^s,58.$$

Nell' intervallo considerato il crònometro ha *rallentato* sull'andamento del tempo medio, di $1^s,58$ al giorno.

L'errore risultante nella correzione diurna, essendo uguale a quello commesso sulla quantità $K' - K$, diviso per il numero dei giorni, sarà tanto minore quanto maggiore è l' intervallo fra le due determinazioni di correzione assoluta; d'altra parte, per motivi che risulteranno evidenti, l' ipotesi che la correzione diurna k si mantenga costante è tanto più plausibile quanto minore è l' intervallo. Quindi per una buona determinazione di correzione diurna, questo intervallo non deve esser nè troppo lungo nè troppo breve; l'esperienza ha dimostrato che conviene mantenerlo fra 5 e 10 giorni.

Osservazione. — La definizione di correzione diurna dei cronometri siderei è la stessa che per i cronometri medii. È la quantità di cui varia la correzione assoluta al trascorrere di *ogni giorno medio*. Si ottiene mediante il confronto di due valori di K determinati a conveniente distanza di tempo.

§ 101. **Variazioni regolari della correzione diurna - Generalità.** — Abbiamo già detto che, a malgrado della compensazione, l'andamento dei cronometri subisce, sebbene in misura assai ridotta, gli effetti delle variazioni della *temperatura* ambiente. Pertanto la correzione diurna è soggetta a variazioni continue.

Un'altra causa *regolare* interviene poi a render variabile k; vogliamo accennare al *tempo*, il quale non è già la causa diretta di tali mutamenti, ma causa indiretta, in quanto che col suo trascorrere variano gli attriti ed in generale le condizioni di moto dei varî organi del cronometro. L' influenza regolare dei due elementi *temperatura* e *tempo* sulla correzione diurna dei cronometri muniti di bilanciere compensato fu oggetto di molti studi (Lieussou, Mouchez, Hartnup, Peters, ecc.). Noi riferiremo sommariamente i risultati di queste interessanti ricerche.

§ 102. **Variazioni regolari della correzione diurna dovute al tempo.** — Sopra un foglio di carta quadrettata si segnino due assi ortogonali OX ed OY (fig. 99); il primo sia assunto come asse dei tempi, il secondo come asse delle correzioni diurne.

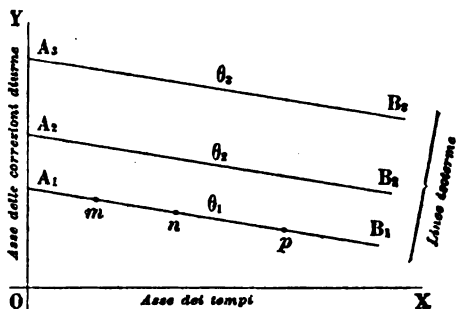



Fig. 99.

Secondo le osservazioni di Lieussou (1853), se si determinano in epoche differenti (entro il limite di un anno) i valori della correzione diurna *corrispondenti ad una medesima temperatura* ϑ_1 e si segnano sul diagramma i punti, come *mnp*, che li rappresentano, si trova che essi sono disposti *sensibilmente* in linea retta, e che la linea A_1B_1 che li congiunge è inclinata sull'asse OX.

Se ripetiamo la stessa operazione considerando le correzioni corrispondenti ad un'altra temperatura ϑ_2, otteniamo un'altra retta A_2B_2, la quale è sensibilmente parallela alla A_1B_1; nello stesso modo, quando si consideri un'altra temperatura ϑ_3 otteniamo la retta A_3B_3 parallela alle precedenti. Queste linee diconsi *isoterme.* La proprietà delle isoterme di essere linee rette inclinate sull'asse dei tempi e parallele fra loro ci prova che *la correzione diurna subisce, indipendentemente dalla temperatura, una variazione la quale è proporzionale al tempo.*

La variazione in ogni giorno indicasi con la lettera d.

Quando siansi direttamente determinati due valori k'_ϑ e k''_ϑ (k''_ϑ è *posteriore* a k'_ϑ) corrispondenti alla stessa temperatura ϑ, si ha in grandezza e segno

$$d = \frac{k''_\vartheta - k'_\vartheta}{n},$$

dove n è il numero dei giorni trascorsi fra le due determinazioni.

Inversamente, essendo noto il valore d, ed essendosi determinato all'epoca x il valore $k_\vartheta^{(x)}$ della correzione diurna per una data temperatura (qualsiasi) ϑ, si potrà calcolare il valore $k_\vartheta^{(y)}$ della mede-

sima correzione corrispondente ad un'altra epoca y, differente da x, mediante le relazioni

(1) $$k_\vartheta^{(y)} = k_\vartheta^{(x)} + dn, \text{ (algebr.)},$$

oppure

(2) $$k_\vartheta^{(y)} = k_\vartheta^{(x)} - dn, \text{ (algebr.)}.$$

La (1) sarà usata se l'epoca y è posteriore ad x, la (2) nel caso contrario; n è il numero dei *giorni* (e parti dec.) compresi fra x ed y.

Si comprende quindi come, essendosi determinati in epoche diverse alcuni valori della correzione diurna corrispondenti a differenti temperature, sia possibile, nota l'accelerazione d, *ridurre tutte le correzioni ad un'epoca unica.*

Qui conviene fare una *importante osservazione.*

L'esperienza dimostra che il principio ora ammesso per il quale si ritiene che la correzione diurna subisca, indipendentemente dalla temperatura, una variazione proporzionale al tempo, è prossimamente verificato quando si considerino intervalli di tempo non molto lunghi. In realtà le isoterme non sono linee rette, ma curve, e le isoterme corrispondenti a due diverse temperature hanno un andamento *sensibilmente* parallelo (fig. 100).

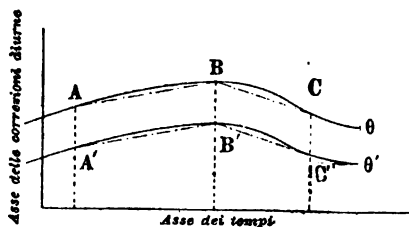



Fig. 100.

Il parallelismo prova che la correzione diurna subisce effettivamente col tempo una modificazione indipendente dalla temperatura, o, in altri termini, che i diversi valori di k corrispondenti a diverse temperature vanno soggetti, col trascorrere del tempo, alla medesima variazione; ma la curvatura delle isoterme dimostra che questa non è funzione lineare del tempo, come si è ammesso poc'anzi.

Tuttavia, se si considera l'intervallo di pochi mesi, presentando le isoterme leggere inflessioni, è manifesto che non si commette sensibile errore sostituendo ad una parte ristretta della curva la tangente, o la corda (retta tratteggiata a punti e linee nella fig. 100).

Pertanto la rappresentazione lineare della legge di variazione di k per il tempo, da noi scelta per la *riduzione* delle correzioni diurne ad un istante unico, non ha valore che per la parte effettivamente osservata della linea isoterma, e non è lecito estenderla troppo oltre il periodo di effettiva osservazione, ignorandosi completamente la forma che in seguito sarà assunta dalla curva.

OSSERVAZIONE. — L'osservazione dimostra che la quantità d è *quasi sempre* negativa. In altri termini, a parità di temperatura, e col progredire del tempo, la correzione diurna varia *negativamente* (vedi § 100) ossia il *cronometro corre.*

Per dare un' idea dell'ordine di grandezza della quantità d, diremo che, secondo Lieussou, nei buoni cronometri il suo valore non deve superare $0^s,01$ (ossia il cronometro accelera $0^s,30$ al mese) [1].

Fra le cause che producono questa accelerazione del cronometro vien citato specialmente lo spessimento degli olii di lubrificazione, il quale, riducendo l'ampiezza d'oscillazione del bilanciere, riduce anche la durata dell'oscillazione medesima, e quindi cagiona un avanzo.

Altra causa risiede nelle variazioni di elasticità della *spirale.*

Questa molla, per lo stato vibratorio in cui è costantemente tenuta, diventa a poco a poco cristallina e pertanto la sua elasticità aumenta. E questa è un'altra causa di *avanzo* [2].

§ 103. Variazioni regolari della correzione diurna dipendenti dalla temperatura - Curva termica. — Fatta la riduzione ad un'epoca unica, *compresa fra quelle di osservazione,* dei varî valori di k relativi a diverse temperature, ossia, dopo avere rese le correzioni diurne indipendenti dagli effetti del tempo, si disegna un altro diagramma in

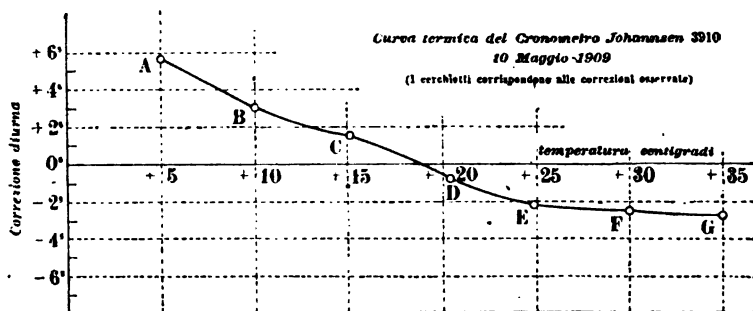



Fig. 101.

cui l'asse delle ascisse è graduato per la temperatura e quello delle ordinate è graduato per le correzioni diurne. La curva ottenuta, congiungendo con una linea continua i varî punti così determinati rappresenta graficamente la legge delle variazioni di k dovute alla temperatura. Noi la chiameremo *curva termica.*

Nella fig. 101 è rappresentata la *curva termica* di un cronometro medio tenuto in osservazione al R. Istituto Idrografico dal 27 Di-

[1] Questo valore si riferisce a cronometri che sono in moto da molto tempo, e non già all'inizio del loro funzionamento.

[2] Tuttavia nei cronometri usati da molto tempo si trova talvolta un valore *positivo* della quantità d.

cembre 1908 al 15 Maggio 1909 (1). I valori di k che hanno servito alla costruzione del diagramma sono ridotti al 10 Maggio 1909 e sono riferiti nel seguente quadro:

(1) Temper. in centig.	(2) Diff.	(3) Correzione diurna	(4) Diff.
ϑ = 5°,1		k = + 5ˢ,61	
„ 10 ,1	. . 5°,0	+ 3 ,08	. . — 2ˢ,53
„ 15 ,2	. . 5 ,1	+ 1 ,53	. . — 1 ,55
„ 20 ,4	. . 5 ,2	— 0 ,81	. . — 2 ,34
„ 24 ,9	. . 4 ,5	— 2 ,24	. . — 1 ,43
„ 30 ,0	. . 5 ,1	— 2 ,61	. . — 0 ,37
„ 35 ,1	. . 5 ,1	— 2 ,70	. . — 0 ,09

L'andamento della *curva termica* può essere caratterizzato per mezzo dei *coefficienti di temperatura.*

Diremo *coefficiente di temperatura* alla temperatura ϑ, e lo indicheremo con C_ϑ, la variazione a cui va soggetta la correzione diurna k_ϑ, corrispondente alla data temperatura ϑ, quando la temperatura stessa sia variata di + 1°.

Se gli intervalli termometrici che separano i varî valori di k ottenuti mediante l'osservazione non sono molto grandi, i valori dei coefficienti di temperatura si ottengono nel modo che segue.

Si calcolino i rapporti fra le variazioni di k, relative ai varî intervalli termometrici (contenute nella colonna 4 del quadro precedente) e le corrispondenti variazioni di temperatura, misurate in gradi (colonna 2); si può ritenere che i risultati rappresentino sensibilmente i valori dei coefficienti di temperatura relativi alle temperature medie degli intervalli considerati. Nel nostro esempio otteniamo la seguente tabella:

Temperatura in centig.	Coeff. di temperatura
ϑ = 7°,60	C_ϑ = — 0ˢ,50
» 12 ,65	» — 0 ,30
» 17 ,80	» — 0 ,45
» 22 ,65	» — 0 ,32
» 27 ,45	» — 0 ,07
» 32 ,55	» — 0 ,02.

Ponendo in curva questi valori di C_ϑ, si potranno ottenere, mediante interpolazione grafica, i valori dei coefficienti di temperatura per ogni valore di ϑ compreso fra le temperature limiti della curva termica osservata. Gli stessi ri-

(1) Vedi *Annali Idrografici*, Vol. 6°, Anni 1907-8-9, Genova, 1909. — Alessio, *Acquisto e costruzione di nuovi strumenti.*

sultati si possono ottenere con interpolazione numerica. Nell'esempio da noi considerato si ottiene la seguente ordinata tabella:

Temperatura in centig.	Coeff. di temperatura
$\vartheta = 5^0$	$C_\vartheta = -0^s{,}50$
» 10	» $-0{,}40$
» 20	» $-0{,}37$
» 25	» $-0{,}19$
» 30	» $-0{,}05$
» 35	» $-0{,}00$.

L'andamento della curva termica di un cronometro ci dà la misura della *bontà della compensazione* del cronometro medesimo. Se nei limiti della temperatura a cui dovrà andare soggetto il cronometro nel suo impiego a bordo i coefficienti sono grandi, vuol dire che il cronometro, in quelle condizioni, risente molto degli effetti della temperatura. La compensazione, non raggiungendo gli scopi per cui è fatta, è perciò imperfetta. Il cronometro considerato nel nostro esempio è, evidentemente, *male compensato.*

Tuttavia non si può dire che l'elevato valore dei coefficienti di temperatura sia anche indice di un cattivo cronometro. È certamente preferibile un cronometro il cui andamento risenta in misura notevole, ma *con legge invariabile,* gli effetti termici, ad un altro che vada soggetto a variazioni minori ma indecise e mutevoli.

Difatti le variazioni regolari si possono determinare a priori, e pertanto è possibile rettificare i valori della correzione diurna. Invece le variazioni indecise e mutevoli sfuggono a qualsiasi controllo e ad ogni rettifica.

Concludendo possiamo dire che la *bontà del cronometro* si deve giudicare non tanto dal basso valore dei suoi coefficienti, quanto dalla costanza di questi.

Sulla costanza dei coefficienti conviene dare qualche chiarimento. Ove non avvengano mutamenti nell'organo regolatore del cronometro, ed ammesso che le variazioni di k, quali risultano dall'andamento della curva termica, sieno effettivamente funzione della sola variabile « temperatura », non si comprende come i coefficienti di temperatura possano andar soggetti a variazioni. Ma si deve notare che l'ipotesi iniziale fatta nel § 101, con la quale si ammette che le cause regolari di variazione degli andamenti diurni sieno unicamente il tempo e la temperatura, è approssimata, poichè queste due cause sono le principali, ma non le sole. Difatti l'esperienza dimostra che, a prescindere da altre cagioni secondarie e trascurabili, anche l'*umidità* dell'aria influisce sensibilmente sul regime del cronometro [1]. Per questo motivo i valori di k coi quali è costruita la curva termica dipendono non solo dalle temperature alle quali furono osser-

---

[1] L'aumento di umidità produce, generalmente, un rallentamento. Si osservò, in un cronometro, che l'aumento di soli $\frac{5}{100}$ dell'umidità relativa era capace di produrre un rallentamento di quasi 2 secondi al giorno. Questo effetto si attribuisce ad una condensazione di umidità sul bilanciere e sulla spirale. L'accrescimento di momento d'inerzia che ne risulta spiega il ritardo nel moto dell'organo regolatore.

Pare che l'umidità agisca anche come lubrificante. Crescendo l'umidità aumenta l'ampiezza delle oscillazioni, e, per questo motivo, si ha in generale una maggiore durata delle oscillazioni stesse, e quindi un rallentamento del cronometro.

vati, ma anche dal grado di umidità dell'aria nel periodo di osservazione. In altri termini l'andamento della curva termica dipende anche, in certa misura, dal *regime d'umidità* a cui il cronometro è soggetto. Conviene tuttavia notare che queste variazioni *regolari* dovute all'umidità non sono da imputarsi alla minore bontà del cronometro, ma soltanto all' impossibilità di porvi riparo per l' ignoranza di una legge che le esprima e permetta di valutarle a priori.

Riassumendo diremo che non solo il tempo e la temperatura sono causa di regolare variazione nell'andamento del cronometro, ma che su questo influiscono in modo più o meno accentuato tutte le particolari *condizioni di vita* alle quali è sottoposto l' istrumento (1).

Osservazione. — Una buona determinazione della curva termica si può fare soltanto con osservazioni di somma precisione, e disponendo di mezzi materiali di cui il navigante è sprovvisto. Soltanto negli osservatorî che posseggono speciali « casse per le prove di temperatura » si possono ottenere dei risultati veramente attendibili (2).

§ 104. Di una speciale forma di curva termica osservata da Lieussou. — L'idrografo francese Lieussou (1853) costruendo le curve termiche di gran numero di cronometri osservati durante un anno all'Osservatorio di Parigi osservò che (3) *il valore della correzione diurna del cronometro varia in ragione diretta del quadrato della differenza fra la temperatura attuale del cronometro ed una certa temperatura corrispondente al più veloce andamento del cronometro, ossia al minimo valore della correzione diurna* » (4).

Se indichiamo con ρ questa speciale temperatura, che il Lieussou chiamò *di registro* (*reglage*), con k_ϱ la corrispondente correzione diurna, detta anch'essa di registro, e con n la differenza aritmetica fra il valore di ρ e quello della temperatura attuale, si può esprimere la legge enunciata con la seguente formula

$$(1) \qquad \text{correzione diurna alla temp. } (\rho \pm n) = k_\varrho + cn^2,$$

dove c rappresenta un coefficiente costante e positivo di proporzionalità.

La geometria analitica ci dice che la (1) è l'equazione di una parabola. In altri termini, assumendo le temperature come ascisse ed i corrispondenti valori della correzione diurna come ordinate (allo stesso modo della fig. 101), si ottiene una curva termica di forma parabolica, il cui asse è parallelo a quello delle ordinate. Se le correzioni diurne sono contate positivamente verso l'alto, come vien naturale di fare, la parabola, essendo il coefficiente c della (1) positivo, ha il vertice rivolto verso il basso (fig. 102).

---

(1) Th. Albrecht nella nota opera *Formeln und Hülfstafeln für Geographische Ortsbestimmungen* dice che sull'andamento del cronometro influisce anche la pressione atmosferica; il più delle volte un aumento di pressione produce un rallentamento del cronometro.

(2) Un'accurata descrizione di una cassa per le prove di temperatura e dei metodi per determinare le curve termiche è contenuta negli « Annali Idrografici », Vol. 6°, Anni 1907-8-9 (Genova, 1909), nella citata relazione del T. di V. Alessio, *Acquisto e costruzione di nuovi strumenti.*

(3) Nei trattati inglesi questa legge è attribuita all'astronomo Hartnup, dell'Osservatorio di Liverpool. Il Chauvenet l'attribuisce all'americano Prof. G. P. Bond (1854).

(4) Minimo in senso assoluto, ossia, tenendo conto della grandezza e del segno.

La particolare temperatura ρ è quella per cui il cronometro ha il migliore regime. Difatti, nelle vicinanze del vertice della parabola le variazioni di k, a parità di variazione di temperatura, sono minori che in qualsiasi altra regione della curva. Al vertice il coefficiente di temperatura è nullo. Nei cronometri

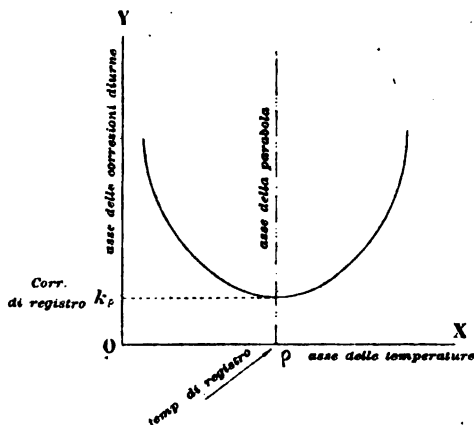



Fig. 102.

marini ben compensati la temperatura di registro dovrebbe essere compresa fra i 10° e i 20°.

L'esperienza dimostra che vi sono numerosi cronometri, anche fra quelli muniti di buona compensazione, per i quali le curve termiche non obbediscono affatto alla legge di Lieussou. Difatti alcune curve si scostano decisamente dalla forma parabolica; altre, pure avvicinandosi a questa, hanno il vertice rivolto in alto [1]. Tali deviazioni dalla legge di Lieussou sono per avventura da attribuirsi alle modifiche recentemente apportate ai sistemi di compensazione.

Osservazione. — Nell'esempio del paragrafo precedente (fig. 101) il tratto di curva termica osservato potrebbe paragonarsi al ramo sinistro di una parabola di Lieussou. La temperatura di registro (corrispondente al vertice della curva) sarebbe 30° circa, e quindi troppo elevata per un cronometro da usarsi a bordo.

§ 105. Interpretazione ed uso dei dati della curva termica. —

È necessario richiamare l'attenzione sul fatto che i valori della correzione diurna, coi quali viene costruita la curva termica, si riferiscono ad un'epoca ben determinata, ed a quella soltanto. Per fissare le idee consideriamo la curva rappresentata nella fig. 101. I valori

[1] Questa seconda circostanza significa che alla temperatura di registro corrisponde il più lento andamento del cronometro, ossia il massimo valore della correzione diurna. Vedi ad esempio, la curva termica del cronometro Negretti e Zambra 3027 della fig. 103.

ivi segnati si riferiscono al 10 Maggio 1909. Per effetto del tempo (vedi § 102) la correzione diurna va soggetta, indipendentemente dalla temperatura, ad un continuo incremento (positivo o negativo). Quindi per ottenere, in un'epoca posteriore, i valori relativi alle diverse temperature, bisogna apportare a quelli letti sulla corrispondente scala del diagramma una correzione che si può facilmente determinare. All'uopo, nella nuova epoca considerata, basta calcolare, mediante opportune determinazioni di correzione assoluta, il valore di k corrispondente ad una nota temperatura e confrontarlo con quello segnato nel diagramma per la medesima temperatura. Per differenza si ottiene il valore della considerata correzione [1].

Così, ad esempio, pel cronometro a cui si riferisce la curva della fig. 101 siasi ottenuto posteriormente al 10 Maggio:

$$\text{correzione diurna per la temperatura} + 13^{\circ} \ldots + 0^{s},80.$$

Nel diagramma, alla temperatura $+13^{\circ}$, corrisponde il valore $+2^{s},00$. Per effetto del tempo la correzione diurna è adunque diminuita di $1^{s},20$. Quindi la correzione da apportarsi ai valori che si leggono nella scala del diagramma per ottenere quelli corrispondenti all'epoca considerata, è:

$$\text{correzione} = -1^{s},20.$$

Questa correzione, costante per tutte le temperature, equivale ad uno spostamento dello zero della scala verticale, oppure ad uno scorrimento senza deformazione di tutta la curva nel senso parallelo all'asse delle k.

§ 106. Di alcune perturbazioni nell'andamento regolare del cronometro.

Umidità. — Oltre le variazioni regolari di cui s'è detto nel § 103 sono da temere le perturbazioni di cui è causa indiretta l'umidità, ossia quelle dipendenti dall'ossidazione della spirale. L'astronomo Peters, direttore dell'Osservatorio di Kiel, osservò, in alcune spirali di cronometri provenienti da lunghe campagne, una ossidazione quasi impercettibile. Da questo fenomeno può derivare una modificazione progressiva ma irregolare degli effetti del calore sulla spirale e quindi dei coefficienti di temperatura.

Magnetismo. — Se l'acciaio del bilanciere acquista del magnetismo permanente, si ha una perturbazione assai notevole, la quale può rendersi palese

---

[1] In tal modo noi determiniamo per via sperimentale ed indipendentemente da qualsiasi ipotesi sulla forma delle isoterme (§ 102), la variazione subìta dalla correzione k per effetto del tempo.

orientando il cronometro in differenti modi rispetto al meridiano e determinando i relativi andamenti.

(I temporali con forti scariche elettriche hanno talora un'influenza apprezzabile sull'andamento del cronometro).

Nelle navi moderne, dove le macchine elettriche abbondano, si dovrà porre ogni attenzione per allontanare il cronometro da tali possibili cause di perturbazione (un orologio avvicinato ad una dinamo potente si ferma).

MOVIMENTI DELLA NAVE. — L'esperienza dimostra che le forti vibrazioni prodotte dagli organi motori e propulsori della nave hanno sensibile effetto sull'andamento del cronometro. Così pure può essere sentita l'influenza dei forti colpi di mare.

§ 107. **I cronometri a bordo delle navi.** — Altrove (§ 97) dicemmo che sulle navi si usano quasi esclusivamente i cronometri medii. Talora, per eccezione (sempre lodevolissima) l'ufficiale di rotta imbarca anche, se può, un cronometro sidereo.

In generale i cronometri medii sono in numero maggiore di uno. Essi sono collocati in apposito armadio situato in luogo riparato dalla umidità e dalle rapide variazioni di temperatura, e, per quanto è possibile, dalle vibrazioni prodotte dalle eliche e dai motori. Bisogna anche curare che i cronometri sieno distanti dalle artiglierie e dalle macchine elettriche, ed in generale dai campi magnetici di grande intensità, prodotti comunque da magneti temporanei e permanenti [1]. Inoltre il locale dovrà essere centrale, affinchè sieno meno sentiti gli effetti del rollìo e del beccheggio. I diversi cronometri si dispongono in fila nel senso dei madieri, col diametro della sospensione cardanica che corrisponde alle 12^h, parallelo alla chiglia. I cronometri vengono distinti con le caratteristiche A, B, C..... Queste lettere sono scritte su etichette di carta incollate sulle cassette. Quando si debba far fuoco con artiglierie di medio e di grosso calibro situate a non molta distanza dal locale dei cronometri occorre trasportare i cronometri stessi in altro luogo e adagiarli entro brande sospese.

La carica deve essere data ai cronometri tutti i giorni alla stessa ora; il momento più conveniente è verso le 9^h del mattino. È necessario prendere tutte le possibili precauzioni per non dimenticare di eseguire questa importantissima operazione. I cronometri *si caricano*

---

[1] Nell'*Admiralty Manual of Navigation*, 1914 è detto che una variazione di 0,09 dine nell'intensità del campo magnetico nel quale si trova immerso il cronometro può produrre una variazione nella marcia diurna di circa 1 secondo. Per dare un termine di confronto diremo che l'intensità del campo magnetico nel Mare Mediterraneo ha valori compresi fra 0,21 e 0,30 (*Adm. Man. of Nav.* 1914, § 351, pag. 448 e seg.).

dalla parte inferiore. Dopo avere aperta la cassetta si capovolge con cautela l'istrumento, poscia si scopre il foro della chiave spostando una laminetta di ottone che impedisce alla polvere di penetrare nell'interno del cronometro. Si introduce la chiave che viene poi girata *dolcemente* nel senso opportuno fino a quando si avverte un arresto *sul quale non bisogna far forza*. Dopo aver data la carica si ritira la chiave, si ricopre il foro coll'apposita laminetta e si rimette dolcemente l'istrumento nella posizione normale.

Se si dimentica di dar la carica, e se per questo motivo il cronometro si ferma, si fa l'operazione nel modo descritto, poi si solleva la cassetta dal suo armadio e tenendola in posizione orizzontale si imprime un rapido movimento circolare alternativo di 90° circa intorno all'asse verticale. In tal maniera il cronometro si rimette in moto. I cronometri che si sono fermati riprendono quasi sempre lo stesso andamento che avevano precedentemente, purchè il periodo trascorso in riposo non sia stato molto lungo.

OSSERVAZIONE 1ª. — Nell'armadio dei cronometri si dovrà collocare un termometro. Più conveniente fra tutti sarebbe un termografo (strumento registratore della temperatura). In mancanza di questo si usa un termometro a massima ed a minima od anche un semplice termometro che si legge giornalmente quando si dà la carica ai cronometri.

OSSERVAZIONE 2ª. — I cronometri devono essere imbarcati molti giorni prima di partire per la campagna di navigazione, affinchè l'ufficiale di rotta abbia il mezzo di controllare e determinare l'andamento che ha il cronometro nelle speciali *circostanze di vita* in cui viene a trovarsi a bordo.

§ 108. **Modo di determinare l'ora del cronometro corrispondente all' istante di una osservazione - Orologi di confronto - Eventuale trasporto dei cronometri.** — Premettiamo che, d'ora in poi, salvo speciale indicazione, quando si parlerà di cronometri usati dal navigante, sarà sottinteso trattarsi di *cronometri medî.*

A bordo, per le osservazioni astronomiche, un *orologio di confronto* a tempo medio, detto volgarmente *mostra*, serve da intermediario fra l'osservatore ed il cronometro. Talvolta si possiede un *cronometro di confronto* (vedi § 84), il cui impiego è certamente più utile, per molti motivi, che non quello di un comune orologio da tasca.

Se il cronometro e la mostra hanno in un determinato intervallo lo stesso andamento, vuol dire che la differenza fra le ore simultanee qualsiasi t_c (cronometro) e t_0 (mostra) comprese nell'intervallo medesimo è una quantità costante.

In questa ipotesi quando si devono fare osservazioni la mostra è confrontata, poco prima o poco dopo, con uno qualunque dei cronometri. Si fa la differenza

$$t_c - t_0,\ \text{(alg.)}\ (^1)$$

fra le ore simultanee del cronometro e della mostra. Questa quantità applicata col *suo segno* all'ora dell'orologio corrispondente ad una osservazione astronomica dà il valore dell'ora cronometrica nell' istante dell'osservazione medesima.

$$t_0 + (t_c - t_0) = t_c .$$

Ad esempio, sieno

$$t_c = 8^h22^m30^s, \qquad t_0 = 10^h23^m47^s,5$$

le due ore simultanee all' istante del confronto. Si ha

$$t_c - t_0 = - 2^h01^m17^s,5.$$

All' istante di una osservazione siasi letta l'ora della mostra

$$\textit{istante osservazione},\ t_0 = 10^h30^m11^s.$$

L'ora del cronometro corrispondente all' istante di osservazione sarà

$$\textit{istante osservazione},\ t_c = 10^h30^m11^s - 2^h01^m17^s,5 = 8^h28^m53^s,5.$$

Questo modo di procedere è basato, conviene ripeterlo, sull'ipotesi che l'orologio e cronometro abbiano lo stesso andamento; è pertanto pienamente giustificato se fra l'istante del confronto e quello di osservazione trascorre un breve intervallo. Se invece l' intervallo è considerevole è necessario fare due confronti, uno prima e l'altro dopo l'osservazione. Se i confronti non dànno lo stesso risultato, ed ammesso, come è sempre lecito, che gli intervalli dell'orologio siano proporzionali ai corrispondenti intervalli del cronometro, si può stabilire una proporzione dalla quale si ottiene il valore di t_c nell' istante di osservazione (2).

Nella pratica delle osservazioni in mare ciò non si fa mai; bisogna tuttavia usare un orologio che abbia un buon andamento, e fare il confronto a breve distanza dalle osservazioni.

(1) La quantità $(t_c - t_0)$, col suo segno, dicesi *confronto dell'orologio*; dicesi anche *ritardo dell'orologio* (sul cronometro) se è positiva, *avanzo dell'orologio*, se negativa.

(2) Se si ammette che gli intervalli dell'orologio siano proporzionali ai corrispondenti intervalli

Nel caso di osservazioni astronomiche che richiedono la massima precisione, come sarebbero, ad esempio, le misure di altezza all'orizzonte artificiale fatte a terra, ed ove non si possegga un *cronometro di confronto*, conviene servirsi, durante le osservazioni stesse, di un *cronometro normale* in luogo della mostra, sia perchè sul quadrante del cronometro si leggono più distintamente i secondi, sia perchè l'andamento è molto più regolare. Tuttavia tale uso del cronometro normale deve farsi con poca frequenza e *solo quando il trasporto sia facile e sicuro.*

Allorchè si deve trasportare un cronometro, si mette a posto lo scontro che impedisce alla sospensione cardanica di funzionare, e, collocata la cassetta nella controcassa munita di cinghie, di cui è provvisto ogni cronometro, si porta l'istrumento a mano con somma delicatezza, *evitando sopratutto di imprimergli dei forti movimenti di rotazione intorno al suo asse verticale.*

Con mare mosso si deve evitare il trasporto dei cronometri nelle imbarcazioni.

OSSERVAZIONE 1ª. — Yvon de Villarceau, al quale sono dovute numerose spedizioni astronomiche, raccomanda un mezzo molto semplice da lui spesso impiegato per evitare, durante il trasporto a mano dei cronometri, i movimenti circolari. Questo mezzo consiste nel portare i cronometri a paia facendo uso di un cerchio di botte, nell'interno del quale si mette il portatore. Afferrando allora con ognuna delle mani il cerchio e la maniglia (o la cinghia) della contro-

---

del cronometro, e si indicano con

t_c l'ora del cronometro nell'istante di osservazione,
t'_c » » » nel confronto *precedente* l'osservazione,
t''_c » » » » » *seguente* »
t_0, t'_0, t''_0 le ore dell'orologio che corrispondono rispettivamente a t_c, t'_c, t''_c,

si ha

$$\frac{t_c - t'_c}{t_0 - t'_0} = \frac{t''_c - t'_c}{t''_0 - t'_0}$$

dalla quale

$$t_c = t'_c + (t''_c - t'_c)\,\frac{(t_0 - t'_0)}{(t''_0 - t'_0)}.$$

Si può determinare $(t''_c - t'_c)\,\frac{(t_0 - t'_0)}{(t''_0 - t'_0)} = x$, sia coi logaritmi, sia mediante moltiplicazione o divisione.

Esempio:

	1° Confronto			2° Confronto	
Orologio	t'_0	3h25m19s,2	Orologio	t''_0	3h36m16s,4
Cronometro	t'_c	5 45 00	Cronometro	t''_c	5 56 00.

Si domanda l'ora cronometrica t_c nell'istante in cui l'orologio segnava t_0 3h30m44s,6.

$t_0 - t'_0$	325s,4	log	2,51242
$t''_0 - t'_0$	657,2	colog	$\bar{3}$,18230
$t''_c - t'_c$	660	log	2,81954
x	326s,8	log	2,51426

t'_c	5h45m00s
x	5 26,8
t_c	5h50m26s,8

cassa del cronometro posato in terra, il portatore solleva il tutto e si mette in cammino. Questo modo di fare è identico a quello impiegato dagli ortolani per trasportare delle secchie piene d'acqua. In tal modo i cronometri non possono avere dei movimenti di rotazione intorno ai loro assi verticali, ed il portatore non può urtarli durante il cammino.

Se un cronometro deve essere spedito (ad es. per ferrovia), e, perciò è presumibile che sia soggetto a scosse relativamente violente, esso dovrà sempre essere fermato, ed il bilanciere dovrà essere fissato inserendo, con grande delicatezza sotto il bilanciere stesso, dei piccoli cunei di sughero pulito. È questa, tuttavia, un'operazione che dovrà farsi soltanto da persona pratica del meccanismo del cronometro.

Osservazione 2ª. — Quando si usano orologi di confronto bisogna, occorrendo, toccare la lancetta dei minuti in modo che essa cada esattamente sopra una divisione del quadrante dei minuti quando l'indice dei secondi passa sulla graduazione 60ˢ.

§ 109. Riduzione dell'ora di un cronometro in ora media di Greenwich.

— Pel cronometro medio si ha:

$$T_m = t_c + K.$$

[Si ricordi che questa relazione è vera a $\pm 12^h$. Vedi all'uopo § 53].

L'operazione è ridotta alla ricerca del valore della correzione *assoluta* corrispondente all'istante considerato.

1° caso. — L'ipotesi più semplice è che il cronometro sia molto bene compensato, e pertanto sia lecito ritenere trascurabili le variazioni subìte dal suo andamento per effetto della temperatura.

Il navigante, durante la permanenza in porto [1], determina direttamente, adottando un conveniente intervallo di tempo, due successivi valori della *correzione assoluta* [2], e con essi calcola (vedi § 100) la correzione diurna k. Indichiamo con K_0 l'ultimo valore ottenuto della correzione assoluta, a cui diamo il nome di *valore originale*. Se fra l'istante a cui si riferisce questo valore K_0 e l'istante t_c sono trascorsi n giorni, si ha

$$\text{all'istante } t_c \qquad K = K_0 + nk, \text{ (algebr.).}$$

Con questa relazione, partendo sempre dal valore originale K_0, il navigante determinerà *quotidianamente*, per l'istante della carica, il valore della correzione assoluta e lo annoterà in apposito registro.

---

(1) Od anche in mare se munito di ricevitore radiotelegrafico col quale possa intercettare i segnali orari R. T. fatti dalle apposite stazioni.

(2) La determinazione della correzione assoluta, sarà oggetto di un prossimo capitolo.

In un istante successivo della giornata si ottiene il valore di K necessario alla riduzione delle ore cronometriche corrispondenti alle osservazioni astronomiche, applicando al valore così calcolato la piccola parte proporzionale della correzione diurna per la frazione di giorno trascorsa dall'ora in cui si è data la carica.

ESEMPIO. — Il giorno 8 Marzo 1914 verso le 3^h pomeridiane si è fatta un'osservazione a cui corrisponde una determinata ora cronometrica. Trovare la correzione assoluta da applicare a questa ora, sapendo che il cronometro aveva al 1° Marzo 1914 alle ore 9 a.m. (ora della carica), la correzione assoluta $K_0 = -2^h36^m14^s$ e la correzione diurna $k = +4^s,8$:

tempo trascorso dalle 9 a.m. dell'1 Marzo = 7 giorni e 6 ore = giorni 7,25;

$$\text{all' istante osservazione: } K = K_0 + 7{,}25 \times (+4^s{,}8) =$$
$$= -2^h36^m14^s + 34^s{,}8 = -2^h35^m39^s{,}2.$$

2° CASO. — È nota la curva termica del cronometro e quindi si tiene conto delle variazioni che subisce la correzione diurna per effetto della temperatura. Come nel caso precedente, prima della partenza [1], si calcola un valore della correzione diurna facendo due successive determinazioni di correzione assoluta. L'ottenuto valore di k si farà corrispondere alla temperatura media osservata nell'intervallo fra le suddette determinazioni. (È sufficiente fare la media delle temperature lette all'ora della *carica*). Confrontando tale valore di k con quello dato dalla curva termica, per la medesima temperatura, si ottiene la correzione da apportare ai valori delle correzioni diurne scritte nella scala del diagramma per ridurli all'epoca attuale (vedi § 105). I valori di k del diagramma, *così ridotti*, serviranno, nella successiva navigazione, per determinare *giorno* per *giorno* il valore della correzione diurna corrispondente alla temperatura (media) subìta dal cronometro durante il giorno precedente [2].

Ciò posto, essendo K_0 l'ultima correzione assoluta determinata (valore originale), il navigante otterrà il valore attuale K della correzione stessa aggiungendo a K_0 la somma (algebrica) delle correzioni diurne k_1, k_2, $k_3, \ldots k_n$ corrispondenti rispettivamente ad ognuno degli n giorni trascorsi ed alle temperature in essi osservate

$$K = K_0 + k_1 + k_2 + k_3 + \ldots + k_n \text{ (algebr.).}$$

---

[1] Od eventualmente in mare se si è muniti di apparecchio ricevitore R. T.

[2] È manifesto che, così facendo, si trascura *per tutta la durata della navigazione*, la piccola variazione dn (§ 102) avvenuta dal giorno in cui si è *direttamente* determinato l'ultimo valore di K. Noi sappiamo che questa variazione è molto piccola (§ 102) e pertanto il trascurarla non potrà mai recare sensibile errore.

La determinazione di K, lo ripetiamo, si fa per l'istante in cui si dà la carica. Il valore di K per un istante successivo della giornata si ottiene (se vale la pena di tenerne conto) applicando la piccola parte proporzionale di k_n per la frazione di giorno trascorsa.

OSSERVAZIONE. — Quanto fu detto ora a proposito dei cronometri medii può essere ripetuto per i cronometri siderei. Il valore di K, da applicarsi all'ora del cronometro sidereo t_c per ottenere l'ora T_s, si determina con le medesime modalità.

Avvertiamo però che, date le consuetudini generali, è assai difficile che il navigante disponga di cronometri siderei, benchè il possederne uno oltre quelli medii sia di sicuro vantaggio. I motivi risulteranno evidenti in seguito (vedi §§ 112 e 188).

§ 110. **Sistema compensato di cronometri.** — Quando sieno riuniti mediante scelta opportuna, dei cronometri che avanzano con cronometri che ritardano *per una medesima variazione della temperatura* si può determinare l'ora di Greenwich trascurando l'effetto della temperatura anche se i cronometri sono singolarmente male compensati.

È difatti manifesto che, se si correggono le ore simultanee degli n cronometri costituenti il gruppo mediante le rispettive correzioni assolute concluse trascurando gli effetti della temperatura, si determinano altrettanti valori dell'ora del 1° meridiano, errati singolarmente quale in più, quale in meno, mentre la loro media, per la fatta ipotesi, va esente da errore.

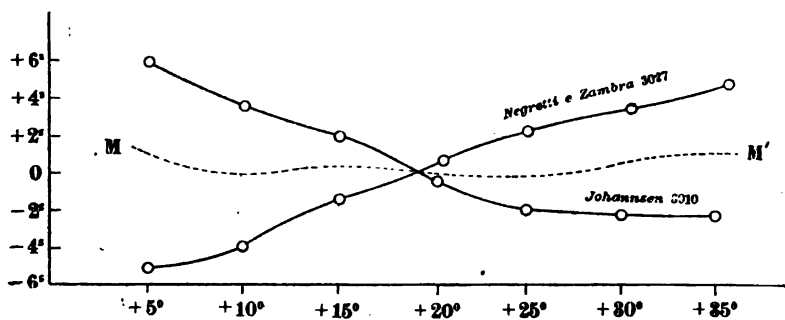



Fig. 103.

Un gruppo di cronometri scelto nel modo ora detto dicesi *compensato*. Del modo pratico di servirsene durante la navigazione per conservare a bordo un buon valore dell'ora di Greenwich diremo prossimamente nel descrivere il registro dei cronometri.

Nella fig. 103 sono rappresentate le curve di due cronometri che, pure essendo singolarmente mal compensati, formano, raggruppati, un ottimo sistema compensato. Difatti la linea punteggiata MM', ottenuta facendo la media delle ordinate corrispondenti delle due curve, risulta sensibilmente parallela all'asse

delle temperature, e ciò dimostra che la correzione diurna *media* del gruppo è sensibilmente indipendente dalle variazioni di temperatura [1].

§ 111. **Utilità di possedere almeno tre cronometri** [2]. — Indipendentemente dal vantaggio di poter costituire con più cronometri un sistema compensato, si ha un utile notevolissimo nel possedere almeno tre cronometri, perchè due di essi controllano il terzo, ed è quindi possibile scoprire se in uno degli strumenti si è verificato un *salto*.

Sieno A, B, C le ore *simultanee* dei tre cronometri all' istante in cui si dà la carica in un dato giorno (del modo di ottenerle diremo nel prossimo paragrafo). Facciamo le differenze

$$A - B, \qquad A - C, \qquad B - C.$$

Nel giorno seguente avremo:

$$A' - B', \qquad A' - C', \qquad B' - C'.$$

Facciamo ora le differenze

$$(A' - B') - (A - B), \qquad (A' - C') - (A - C), \qquad (B' - C') - (B - C)$$

dette *seconde differenze.*

Siccome l'intervallo trascorso fra gli istanti a cui corrispondono rispettivamente le ore ABC ed A'B'C' è di circa un giorno, è facile vedere che queste ultime quantità (differenze seconde) rappresentano rispettivamente le differenze

$$k_a - k_b, \qquad k_a - k_c, \qquad k_b - k_c$$

esistenti fra le correzioni diurne dei tre cronometri. [Gli indici *a, b, c,* corrispondono rispettivamente ai cronometri A, B, C].

Ne segue che se, per esempio, fra i valori delle differenze $k_a - k_b$ e $k_b - k_c$ si riscontra un salto, mentre le $k_a - k_c$ variano regolarmente, si può concludere che il cronometro a cui appartengono le ore B ha subito una perturbazione, essendo estremamente difficile che i due cronometri a cui appartengono le ore A e C abbiano provato ambedue una stessa alterazione nel loro andamento. È poi evidente che, avendo due cronometri soltanto, dalle differenze seconde si scoprirebbe se vi è stata qualche irregolarità, ma non si potrebbe precisare in quale dei due cronometri ha avuto luogo.

§ 112. **Confronti dei cronometri** [3]. — L'operazione di prendere i confronti consiste nel *determinare le ore simultanee segnate da più cronometri e si esegue ogni giorno subito dopo aver data la carica.*

---

[1] Il cronometro Johannsen 3910 è lo stesso dell'esempio del § 103. I dati della curva del cronometro Negretti e Zambra sono i seguenti:

temperatura	5°,1	10°,1	15°,2	20°,6	25°,1	30°.6	35°,8
corr. diurna	$-5^s,25$	$-4^s,19$	$-1^s,74$	$+0^s,21$	$+1^s,78$	$+2^s.88$	$+4^s,17$.

(Queste correzioni sono ridotte al 10 Maggio 1909). Dal citato studio degli *Annali Idrografici*, Vol. 6°.

[2] Vedi CATTOLICA, *Trattato di Navigazione*, 1ª Ed.

[3] Vedi CATTOLICA, *Trattato di Navigazione*, 1ª Ed.

Per prendere un confronto fra due cronometri, se vi sono due osservatori, uno di essi, dopo aver richiamato l'attenzione dell'altro, dà la voce *stop* all'istante in cui il suo cronometro batte il minuto esatto, e l'altro osservatore registra immediatamente il numero dei secondi e frazioni di secondo che il suo cronometro segna in quel momento, quindi legge e registra i minuti e le ore.

Poichè il cronometro batte il mezzo secondo, le frazioni differenti da $0^s,5$ devono essere *stimate* ad orecchio dall'osservatore. Le ore ottenute si distinguono con le lettere dei cronometri. Per avere la certezza che il confronto è giusto, il primo osservatore, dopo l'intervallo esatto di 30^s o di 1^m, dà un secondo *stop*; se il confronto è stato ben preso il secondo osservatore dovrà contare esattamente 30^s od 1^m in più della prima volta.

Se un solo osservatore deve prendere il confronto esso conterà con l'udito le battute del cronometro A e leggerà sul quadrante di B il numero di secondi allorchè conta 30^s o 60^s di A. È conveniente, in questo caso, segnare anticipatamente l'ora di A; con un po' di esercizio questa operazione non presenta difficoltà ed è bene abituarsi, tanto più che i confronti presi da un solo individuo sono più esatti.

Allorchè si deve confrontare un cronometro A con tutti gli altri B, C, D... si prendono i confronti di minuto in minuto del cronometro A successivamente con B, C, D.... Togliendo 1^m da quello di C, 2^m da quello di D, e così via, si riducono le ore di C, D ecc. all'istante del confronto di A con B.

Col metodo descritto non si possono pretendere delle approssimazioni superiori a $0^s,2$ anche se l'osservatore è provetto, e l'errore può essere attenuato soltanto facendo la media di molti confronti successivi.

Quando per avventura si possegga, assieme ai cronometri medi, anche un *cronometro sidereo* i confronti sono resi non solo più facili, ma anche molto più esatti. Noi sappiamo che il tempo sidereo accelera di circa 10^s sul tempo medio [1] nell'intervallo di 1^h media, il che equivale all'accelerazione di 1^s in 6 minuti e di $0^s,5$ in 3 minuti. In altri termini:

180,5 secondi siderei = 180 secondi medî, circa.

Ora è noto che i cronometri, sia medî che siderei, *battono* il mezzo secondo, e quindi, per la relazione precedente, due cronometri di cui uno sia medio e l'altro sidereo battono sensibilmente all'unisono ogni 3 minuti circa; poscia cominciano a divergere e la divergenza diventa massima dopo un minuto e

[1] Più esattamente l'accelerazione è di 9,8566 (vedi § 50).

mezzo; dopo un altro minuto e mezzo avviene una nuova consonanza, e così via. Si comprende che, se si prende il confronto quando l'orecchio giudica che le battute coincidono, il confronto riesce oltremodo esatto. Questo metodo di confronto è detto *delle coincidenze.*

Ciò posto quando oltre ai cronometri medî se ne possegga anche uno sidereo si faranno i confronti nel modo seguente.

Si ammette anzitutto che, nel breve intervallo (di pochi minuti) in cui si prendono i confronti, l'andamento di tutti i cronometri sia regolarissimo e corrispondente a quello del tempo che essi conservano. Per fissare le idee supponiamo che i cronometri medî siano 3 e precisamente A, B e C; le ore del sidereo sieno distinte con la lettera S. Si incomincia col prendere, mediante il metodo delle coincidenze, un confronto fra S ed A e si segnano le ore simultanee S_1 ed A; con lo stesso procedimento si determinano successivamente le coppie simultanee S_2 e B, S_3 e C. Se all'ora media A si aggiunge l'intervallo medio I'_m corrispondente all'intervallo sidereo

$$I'_s = S_3 - S_1,$$

si ottiene l'ora del cronometro A simultanea all'ora C del terzo cronometro. E parimente se all'ora media B si aggiunge l'intervallo medio I''_m corrispondente all'intervallo sidereo

$$I''_s = S_3 - S_2,$$

si ottiene l'ora del cronometro B simultanea all'ora C del terzo cronometro. In tal modo si ottengono le ore *simultanee* dei tre cronometri medî considerati, nell'istante del terzo confronto.

La conversione degli intervalli medî in siderei si fa col noto procedimento del § 51 ($I_m = I_s - R$).

Esempio

S_1	$10^h30^m30^s$	A $12^h17^m08^s$		
S_2	10 32 30		B $12^h09^m14^s,50$	
S_3	10 33 20			C $12^h06^m13^s,50$
$I'_s = S_3 - S_1$	2 50	I'_m 2 49,53		
$I''_s = S_3 - S_2$	50		I''_m 49,86	
		A $12^h19^m57^s,53$,	B $12^h10^m04^s36$,	C $12^h06^m13^s,50$

È dimostrato che l'errore nei confronti, che si può commettere con questo procedimento, è piccolissimo [1].

§ 113. **Registro dei cronometri ed uso dei suoi dati.** — Il registro dei cronometri è un quaderno nel quale vengono scritti giornalmente tutti i dati relativi all'andamento del cronometro, ridotti all'istante dei *confronti*. Gli elementi annotati risultano dal seguente

[1] Chauvenet dice che si può apprezzare la mancanza di sincronismo di due battute, quando l'intervallo compreso fra le battute medesime è maggiore di $0^s,05$. Tuttavia, con la pratica si può raggiungere un'approssimazione di $\pm\ 0^s,03$ ed anche $\pm\ 0^s,02$.

tipo di registro (vedi pag. 270), che noi diamo per esempio, e che si riferisce al caso più comune della tenuta di un gruppo di tre cronometri medî indicati con le lettere ABC. Gli indici a, b, c posti ai piedi dei simboli K (correzione assoluta) e k (correzione diurna) distinguono il cronometro al quale si riferiscono le quantità da essi rappresentate. I dati delle colonne 5, 8, 11 sono le ore simultanee dei cronometri dedotte dai confronti quotidiani (vedi § precedente). L'ora T_m, corrispondente alle dette ore simultanee (colonna 3) e i valori di K e k (colonne 6, 7, 9, 10, 12, 13) si ottengono nel modo che segue.

Tutte le volte che si determina direttamente la correzione assoluta K si confronta il suo valore con quello che, pure *per via diretta*, si era ottenuto precedentemente. Così si calcola il valore della correzione diurna k che viene segnato e *sottolineato* nella apposita colonna (7, 10, 13) in corrispondenza del giorno in cui si è fatta l'ultima determinazione diretta di K. Nella stessa linea (colonne 6, 9, 12) si scrive questo stesso valore della correzione assoluta ridotto all'istante dei confronti (ora della carica) con l'applicazione della piccola parte proporzionale di k per la frazione di giorno trascorsa dall'istante della determinazione di K a quella del confronto giornaliero. La correzione assoluta così ottenuta viene sottolineata. Essa sarà assunta come valore originale di K (K_0 del § 109) per i giorni successivi, fino a che sarà possibile fare una nuova determinazione diretta di K. Ogni giorno si calcola *separatamente*, e seguendo le modalità descritte nel § 109, il valore della correzione assoluta corrispondente all'ora dei confronti. Si seguono le norme del 1° caso ivi considerato se non si conosce la curva termica, quelle del 2° se la curva è nota. Il caso più frequente nella pratica è il primo. La K così conclusa per ognuno dei tre cronometri non viene scritta sul registro, ma con essa, e con l'ora cronometrica all'istante dei confronti (colonne 5, 8, 11), si determina l'ora di Greenwich. Si ottengono così tre valori di T_m che, in generale, non sono coincidenti perchè ogni correzione assoluta è più o meno errata. *Se ne fa la media aritmetica e questa viene assunta quale valore definitivo di* T_m, e, come tale viene scritto nell'apposita colonna del registro (colonna 3). Le differenze (algebriche) fra questo valore medio dell'ora di Greenwich e le ore simultanee di ciascun cronometro si assumono come valori definitivi della correzione assoluta per il giorno considerato, ed in tale qualità vengono trascritte nelle rispettive colonne del registro (colonne 6, 9, 12).

Nelle colonne 7, 10, 13 si scrivono le correzioni diurne k di ogni cronometro: esse sono eguali alla differenza (algebrica) fra la corre-

REGISTRO DEI CRONOMETRI

R. Nave X

(1) Data locale civile	(2) Temperatura	(3) T_m	(4) Data astronomica di Greenwich	(5) Cronometro A	(6) K_a	(7) k_a	(8) Cronometro B	(9) K_b	(10) k_b	(11) Cronometro C	(12) K_c	(13) k_c	(14) $k_a - k_b$	(15) $k_a - k_c$	(16) $k_b - k_c$
1915						$+ 0^s,11$			$- 0^s,99$			$- 0^s,38$	—	—	—
13 Nov.	$20^o,9$	$21^h16^m33^s,0$	12 Nov.	$9^h21^m00^s,0$	$- 4^m27^s,0$		$9^h26^m15^s,6$	$- 9^m42^s,6$		$9^h17^m59^s,3$	$- 1^m26^s,3$				
						+ 1 ,1			− 1 ,1			− 1 ,3	$+ 2^s,2$	$+ 2^s,4$	$+ 0^s,2$
14 »	18^o	21 23 34 ,1	13 »	9 28 00 ,0	− 4 25 ,9		9 33 17 ,8	− 9 43 ,7		9 25 01 ,7	− 1 27, 6				
						+ 0 ,6			− 0 ,7			− 1 ,3	+ 1 ,3	+ 1 ,9	+ 0 ,6
15 »	17^o	21 19 34 ,7	14 »	9 24 00 ,0	− 4 25 ,3		9 29 19 ,1	− 9 44 ,4		9 21 03 ,6	− 1 28 ,9				
						+ 0 ,2			− 0 ,1			− 1 ,1	+ 0 ,3	+ 1, 3	+ 1 ,0
16 »	17^o	21 02 34 ,9	15 »	9 07 00 ,0	− 4 25 ,1		9 12 19 ,4	− 9 44 ,5		9 04 04 ,9	− 1 30 ,0				
						+ 0 ,1			− 0 ,4			− 1 ,0	+ 0 ,5	+ 1 ,1	+ 0 ,6
17 »	16^o	20 45 35 ,0	16 »	8 50 00 ,0	− 4 25 ,0		8 55 19 ,9	− 9 44 ,9		8 47 06 ,0	− 1 31 ,0				

N. B. — I confronti sono stati fatti verso le 9^h a. m. (tempo locale).

zione assoluta K del giorno considerato e quella del giorno precedente.

(Non è affatto consigliabile di assumere per il calcolo giornaliero di T_m, considerato poc'anzi, i valori di k così ottenuti, invece che quelli dedotti dalle due ultime correzioni assolute determinate direttamente. Infatti, in generale, detti valori risultano poco precisi per effetto degli eventuali errori dei confronti e per effetto di variazioni puramente accidentali dell'andamento dei cronometri).

Sul registro si scrivono anche (colonne 14, 15, 16) le differenze fra le k dei cronometri che risultano giorno per giorno, combinate due a due, cioè le quantità

$$k_a - k_b \qquad k_a - k_c \qquad k_b - k_c \,.$$

Queste differenze sono molto importanti perchè, come si disse nel § 111, anche quando nulla si sapesse dell'effettivo valore delle singole correzioni diurne dei cronometri, esse dànno il valore delle *differenze degli effettivi valori*, e possono rendere palese un salto avvenuto nell'andamento dei cronometri.

Si ottiene una verifica parziale dei calcoli eseguiti nel registro osservando se i valori $k_b - k_c$ sono, come devono essere, eguali alla differenza $(k_a - k_c) - (k_a - k_b)$.

A meno di casi eccezionali è da sconsigliare l'esclusione di qualche cronometro dal calcolo del giornaliero valore di T_m, ed il dare un maggior peso all'uno piuttosto che all'altro cronometro. Se qualche cronometro è notoriamente poco buono, è preferibile non prenderlo a bordo o non tenerne alcun conto in nessun caso.

È da raccomandare l'impiego dei cronometri bene compensati perchè in tal modo è risparmiata l'incomodità di tener conto delle variazioni della temperatura.

Se poi i diversi cronometri sono anche singolarmente mal compensati, ma il loro gruppo forma un sistema compensato (§ 110) è facile vedere che, pur trascurando l'effetto della temperatura nelle correzioni diurne, ma usando il descritto metodo per calcolare il quotidiano valore medio T_m e per concludere in conseguenza il valore di K della giornata, si ottengono dei risultati esenti da qualsiasi errore dovuto a cause termiche.

Quando si possiede e si tiene con diligenza il registro dei cronometri, la correzione K di un dato cronometro in un giorno qualunque ed in un istante qualunque si ricava semplicemente e direttamente dal registro stesso per il giorno considerato, tenendo conto tutt' al

più (se la correzione diurna è molto grande) dell'avanzo o ritardo subìto dal cronometro nella frazione di giorno che è trascorsa dall'ora che è scritta sul registro fino a quella considerata.

Nel registro è poi scritta, giorno per giorno, la temperatura nell'armadio dei cronometri. Se si ha un termografo si ricaverà dal diagramma il valor medio. Se si ha invece un termometro a massima ed a minima si fanno le due letture all'istante dei confronti e si fa la media. In mancanza di meglio, possedendo un semplice termometro, si segna sul registro la lettura fatta all'ora della carica.

Osservazione. — Se, oltre ai cronometri medî, si hanno anche dei cronometri siderei, si tiene per essi un apposito registro a parte. Supponiamo di possederne uno solo. In tal caso il *cronometro sarà usato per i confronti quotidiani col metodo delle coincidenze* (§ 112). Inoltre l'ora S all'istante di detti confronti sarà ridotta a T_s con l'applicazione della rispettiva correzione K determinata seguendo le norme del § 99 (osservazione). Quest'ora siderea di Greenwich sarà poi convertita in media. Il valore ottenuto sarà usato, con quelli dedotti dalle ore simultanee dei varî cronometri medî, per calcolare il valore definitivo di T_m all'istante dei confronti (colonna 3 registro cronometri). Si converte poi l'ora T_m così calcolata nella corrispondente siderea T_s, si fa il confronto di T_s con l'ora cronometrica S e si ottiene finalmente il valore di K relativo al cronometro sidereo.

CAPITOLO XI

Concetti fondamentali sulle determinazioni di posizione ottenute mediante la misura delle coordinate azimutali degli astri

---

§ 114. **Luogo di posizione sulla sfera ottenuto con la misura dell'altezza di un astro - Cerchio d'altezza.** — Dalla definizione delle coordinate orarie (§ 19) risulta che ove sieno noti l'angolo orario di un astro in un meridiano dato e la declinazione dell'astro medesimo rimane individuata sulla sfera rappresentativa terrestre (che supponiamo materializzata in un comune globo geografico) l'immagine del punto della Terra nel quale, *all'istante considerato*, la direzione della verticale è identica alla direzione geocentrica dell'astro. A tale punto daremo il nome di *punto astrale* [1] (sottinteso: dell'astro che si considera). Trascurando gli eventuali effetti della parallasse, è questo il punto corrispondente al particolare luogo della Terra ove l'astro è visto in direzione dello zenit. Se il meridiano di riferimento è il primo, come si usa nella navigazione astronomica, le coordinate del punto astrale sono

$$\lambda_a = -T \text{ [2]}$$
$$\varphi_a = \delta .$$

T e δ sono, rispettivamente, l'ora dell'astro nel meridiano di Greenwich e la declinazione.

Le coordinate geografiche del punto astrale sono adunque determinate in ogni istante dal cronometro e dalle Effemeridi.

---

[1] Usiamo la nomenclatura dell'Alessio. È detto talora « proiezione terrestre dell'astro ». Da taluni autori inglesi è pure chiamato in modo molto significativo « Substellar point ».

[2] La relazione $\lambda_a = -T$ risulta evidente ove si pensi ai diversi sensi adottati per misurare le longitudini geografiche e gli angoli orari.

ESEMPIO. — Nell' istante

$$T_m = 8^h29^m30^s \qquad 24 \text{ Ottobre } 1916\,;$$

qual'è il punto astrale di Vega?

	T_m	$8^h29^m30^s$	
per $T_m = 8^h$ del 24 Ottobre	α_m	14 11 32,1	
$\Delta\alpha_m$ per 29^m30^s		4,8	
	T_s	22 41 06,9	
ascensione retta di Vega	α_*	18 34 07	declinazione di Vega
ang. or. di Vega nel 1° Mer., $T_s - \alpha_* =$	T_*	$4^h06^m59^s,9$	δ_* 38°42',5 N

Nell' istante considerato le coordinate geografiche del punto astrale sono

$$\lambda_a = -4^h06^m59^s,9 = 61°44'58'',5 \text{ West Gr.}$$
$$\varphi_a = 38°42',5 \text{ Nord.}$$

Il complemento a 90° dell'altezza (vera) di un astro, ossia la distanza zenitale, misura sulla sfera rappresentativa terrestre (globo geografico) la distanza del punto astrale dall' immagine del punto terrestre nel quale si osserva l'altezza considerata.

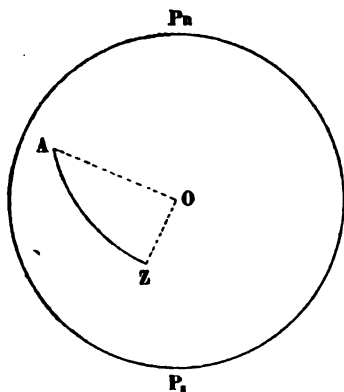



Fig. 104.

Difatti, ricordando i principî della rappresentazione sferica terrestre, si vede che se Z è l' immagine del luogo di osservazione, A quella del punto astrale, ed O è il centro della sfera (fig. 104), l'angolo AOZ è, per costruzione, uguale all'angolo formato dalle verticali dei corrispondenti punti terrestri, e tale angolo è misurato dall'arco di circolo massimo AZ. D'altra parte, per definizione, la direzione OA è coincidente con la direzione geocentrica dell'astro; l'arco AZ adunque misura l'angolo che fanno la verticale dell'osservatore e la direzione geocentrica dell'astro, ovvero la distanza zenitale.

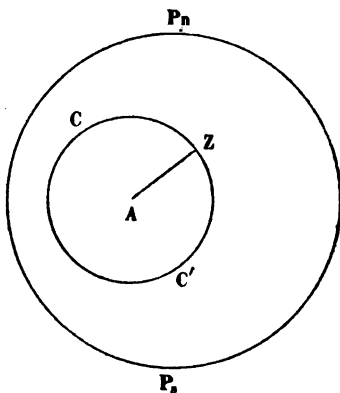
Sulla superficie sferica tutti i punti situati ad una distanza data z da un punto A della superficie stessa sono sul circolo CC' (fig. 105) che ha per polo il punto A e per raggio sferico la distanza data. Pertanto la misura di un'altezza determina sulla sfera rappresentativa terrestre (globo geografico) un luogo geometrico sul quale è situata

l'immagine Z del punto d'osservazione; questo luogo è il circolo che ha per polo il punto astrale e per raggio sferico il complemento a 90° dell'altezza misurata (e corretta).

Di più le immagini di tutti i punti della Terra nei quali, all'istante considerato, si osserva la medesima altezza sono situate sullo stesso circolo.

I luoghi geometrici del globo geografico creati dall'osservazione, i quali contengono necessariamente la posizione dell'osservatore, diconsi in generale *luoghi o linee* di posizione: quello speciale ora considerato, determinato sul globo geografico dall'osservazione dell'altezza di un astro, dicesi *luogo o linea di egual altezza*, od anche, per la sua forma, *cerchio d'altezza.* E questa particolare linea si può definire come il *luogo geometrico di tutti gli osservatori che nel medesimo istante misurano la stessa altezza (vera) di un determinato astro.*

Fig. 105.

La determinazione del luogo di posizione dell'osservatore sopra il globo geografico dipende adunque dalla misura dell'altezza e dalla conoscenza delle coordinate φ_a e λ_a del punto astrale. Del modo di osservare e correggere le altezze abbiamo detto al Cap. X. Per determinare le seconde servono il cronometro e le Effemeridi, come si è visto nell'esempio poc'anzi riferito.

Osservazione 1ª. — Dai risultati ottenuti si vede l'importanza che ha l'esatta conoscenza dell'ora del meridiano fondamentale (conservata dal cronometro), nelle determinazioni astronomiche di posizione. Difatti essa determina *direttamente* il valore della longitudine (λ_a) del punto astrale, ossia del centro del circolo d'altezza (vedi § 63). L'ora T_m serve anche, indirettamente, alla interpolazione degli elementi variabili delle Effemeridi, fra cui $\delta = \varphi_a$ (vedi principio § 65). Conviene però notare che, per tale riguardo, l'importanza è assolutamente secondaria inquantochè, variando gli elementi con molta maggior lentezza che non l'ora, anche una nozione approssimata del tempo è sufficiente ad una corretta interpolazione degli elementi medesimi. Anzi, osservandosi astri fissi (stelle), questa funzione secondaria è del tutto abolita, perchè la sola conoscenza della data basta alla determinazione di δ e α.

L'ufficio capitale del cronometro è adunque quello di determinare la longitudine geografica del punto astrale, ovvero, per usare una espressione più significativa, di *conservare* il valore della coordinata λ_a che è, di sua natura, essenzialmente variabile col tempo.

OSSERVAZIONE 2ª — L'osservazione delle altezze di due astri diversi determina due luoghi di posizione; il punto d'osservazione, dovendo trovarsi necessariamente su entrambi, coincide coll'intersezione dei luoghi medesimi. I due cerchi di altezza si taglieranno, in generale, in due punti: quale sia da scegliersi sarà sempre facile a decidersi mediante i dati della *stima*.

Questo è il principio per mezzo del quale la moderna Astronomia Nautica determina il così detto « *punto nave* ».

§ 115. **Proprietà fondamentale del cerchio d'altezza.** — Proprietà geometrica del luogo di posizione sulla sfera, creato dall'osservazione di altezza (cerchio di altezza) è di essere in ogni suo punto normale al cerchio massimo condotto per l'astro e per il punto considerato.

Consideriamo in particolare il punto del luogo di posizione coincidente con lo zenit di osservazione. Il circolo massimo che lo unisce all'astro rappresenta sfericamente il verticale di osservazione; discende, pertanto, immediata la seguente proposizione fondamentale: " *la linea di posizione creata dall'osservazione di altezza è normale al verticale di osservazione* ".

Di questa proposizione si fa uso continuo nella condotta della navigazione astronomica.

§ 116. **Equazione del cerchio d'altezza.** — Consideriamo il globo geografico (sfera rappresentativa terrestre), e sieno A (fig. 106) la posizione del punto astrale nell'istante in cui si è osservata l'altezza h, e cc' il corrispondente cerchio d'altezza. Essendo determinata, per mezzo del cronometro, la posizione del meridiano PA, possiamo assumere questo meridiano come circolo di riferimento delle longitudini, in luogo del meridiano di Greenwich. Così facendo la longitudine di un punto terrestre ed in particolare di ogni punto appartenente al cerchio d'altezza, come Z, è misurata dall'angolo in P del triangolo APZ (triangolo di posizione in Z).

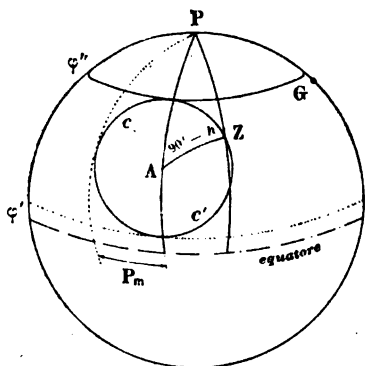



Fig. 106.

Le coordinate geografiche del punto saranno perciò φ e $+$ P, quando Z è all'Est di A, oppure φ e $-$ P, quando Z è al West di A. Fra i valori di queste coordinate variabili da un punto all'altro del cerchio, ed i valori costanti dell'altezza h e della lati-

tudine $\varphi_a = \delta$ del punto astrale, esiste la relazione fondamentale (1ª delle I del § 29):

$$\text{(1)} \qquad \boxed{\operatorname{sen} h = \operatorname{sen} \varphi \operatorname{sen} \delta + \cos \varphi \cos \delta \cos P}\,.$$

Un'equazione che esprime la relazione che hanno fra loro le coordinate di ciascun punto di una data linea, dicesi dai geometri, *equazione di quella linea* e viceversa la linea si chiama il *luogo geometrico di quella equazione.* La (1) è, adunque, *l'equazione in coordinate geografiche del cerchio di altezza*, ed il *cerchio d'altezza* è il luogo geometrico della equazione (1).

Stabilita la equazione ed introducendovi il valore misurato di h e quello di δ all'istante d'osservazione, se sia dato il valore di una delle coordinate variabili φ e P di un punto qualsiasi del cerchio, si determina l'altra coordinata incognita. Nell'un caso (data P ed incognita φ) si fa una *determinazione di latitudine*, nell'altro (data φ ed incognita P) si fa una *determinazione di longitudine.*

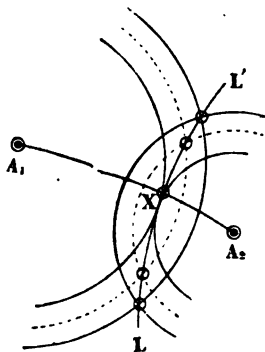
I limiti fra i quali varia la latitudine dei punti appartenenti al cerchio sono definiti dai paralleli φ' e φ'' tangenti al cerchio; questi paralleli si possono facilmente determinare in funzione di δ e di h.

L'altra coordinata (longitudine) varia fra zero ed i valori $\pm P_m$ corrispondenti ai due meridiani equidistanti da A che sono tangenti al cerchio d'altezza. (Ove il polo sia interno al cerchio d'altezza, non vi è nessun meridiano tangente al cerchio, e P è variabile fra 0° e 180°) (¹).

Fig. 107.

§ 117. Luogo di posizione sulla sfera ottenuto con la misura della differenza d'altezza. — Le più elementari nozioni di geometria sono sufficienti per risolvere graficamente sulla sfera il seguente problema:

« *Determinare il luogo dei punti della superficie sferica le cui distanze sferiche da due punti dati della superficie medesima differiscono fra loro di una quantità costante* ».

I punti considerati sono A_1 ed A_2 (fig. 107). Il luogo dei punti le cui distanze da A_1 ed A_2 differiscono di una quantità costante Δ, può determinarsi nel modo seguente.

(¹) La determinazione di questi meridiani limiti non presenta veruna difficoltà. Basta difatti risolvere rispetto all'angolo in P, il triangolo sferico PAZ' in cui

$$PA = 90^\circ - \delta \qquad AZ' = 90^\circ - h \qquad Z' = 90^\circ.$$

Il punto X del cerchio massimo A_1A_2 che appartiene a tal luogo è determinato dalle seguenti relazioni:

$$XA_1 - XA_2 = \Delta$$
$$XA_1 + XA_2 = A_1A_2,$$

dalle quali si ricava:

$$XA_1 = \frac{A_1A_2 + \Delta}{2}, \quad \text{oppure,} \quad XA_2 = \frac{A_1A_2 - \Delta}{2}.$$

Ottenuto X si possono segnare quanti si vogliono punti del luogo cercato basterà, facendo centro successivamente in A_1 ed A_2, tracciare i cerchi che hanno per raggio sferico rispettivamente

$$A_1X + m, \quad \text{o,} \quad A_2X + m,$$

dove m è un arco scelto ad arbitrio. Le intersezioni delle coppie di cerchi, corrispondenti allo stesso valore di m, determinano, per punti, il luogo richiesto.

Da queste semplici considerazioni geometriche si ricavano le seguenti importanti conclusioni.

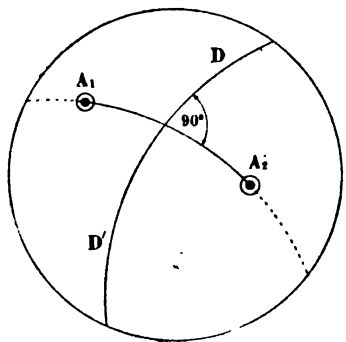
Supponiamo che un osservatore, in un dato zenit, determini in un modo qualsiasi la differenza fra due altezze successive del medesimo astro, oppure fra le altezze (simultanee o pur no) di due astri differenti. Agli istanti corrispondenti alle altezze incognite h_1 ed h_2, delle quali si è determinata la differenza, corrispondono nella sfera rappresentativa terrestre due distinti punti astrali A_1 ed A_2.

Poichè:

1° la differenza fra le altezze è uguale, a meno del segno, alla differenza fra le distanze zenitali;

2° la distanza zenitale, secondo la definizione data nel § 114, è uguale alla distanza che, sul globo geografico, separa l'immagine del punto d'osservazione dal punto astrale; vuol dire che colla misura della differenza $h_1 - h_2$ si viene a conoscere la differenza fra le distanze che separano l'immagine del punto di osservazione dai punti astrali corrispondenti alle altezze h_1 ed h_2 incognite. Pertanto, ove i punti astrali sieno determinati (mediante il cronometro e le Effemeridi), risulta parimente determinato, per le considerazioni fatte poc'anzi, un luogo geometrico del globo geografico che contiene l'immagine del punto di osservazione.

Fig. 108.

Nel caso particolare in cui la differenza delle altezze sia nulla, l'immagine del punto d'osservazione è, per definizione, equidistante dai due punti astrali e, per conseguenza, la linea di posizione coincide col circolo massimo DD′ che è normale all'arco di cerchio massimo A_1A_2 nel suo punto di mezzo (fig. 108). Difatti per un elementare teorema di geometria ogni punto di DD′ equidista da A_1 ed A_2.

Ed è interessante notare, che quando le latitudini di A_1 ed A_2 sieno identiche, il cerchio massimo DD′ coincide col meridiano equidistante dai meridiani di A_1 ed A_2.

§ 118. **Cenno sui luoghi di posizione sulla sfera ottenuti con la osservazione dell'azimut degli astri - Luoghi di eguale azimut e di eguale differenza d'azimut.** Anche la misura dell'azimut degli astri individua sulla sfera rappresentativa terrestre (globo geografico) dei *luoghi di posizione.*

I principî fondamentali della determinazione di posizione mediante misure di azimut, che ora esporremo sommariamente, trovano pratica applicazione nei metodi dell'Astronomia Geodetica, poichè i mezzi per la misura precisa degli azimut o delle differenze di azimut non mancano all'osservatore che si trova in terraferma. I mezzi di cui il navigante può disporre attualmente (bussole magnetiche, od anche girobussole poco perfezionate) consentono solo una misura assai grossolana di quelle quantità, e quindi i metodi predetti non hanno finora potuto trovare pratico impiego nella Navigazione Astronomica [1]. A malgrado di ciò la loro conoscenza, sia pure sommaria, non manca di essere molto interessante.

Riferiamoci alla fig. 109.

L'angolo azimutale PZA si può definire come l'angolo sferico sotto il quale dall'immagine Z del punto di osservazione, sono visti il polo (P) ed il punto astrale (A). Ognuno vede che il luogo di posizione del globo geografico in cui si trova necessariamente l'immagine del punto d'osservazione viene determinato per punti dai vertici $Z_1, Z_2, \ldots$ dei triangoli sferici i quali hanno comune il lato AP e l'angolo opposto a questo uguale all'angolo azimutale misurato

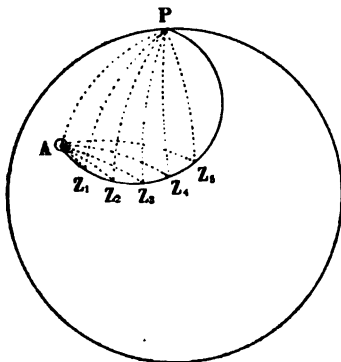
$$(PZA = PZ_1A = PZ_2A = \ldots).$$

La linea che congiunge questi punti contiene l'incognito Z, essendo su di essa situati, per costruzione, tutti i punti nei quali, all'istante considerato, il polo ed il punto astrale sono visti sotto l'angolo $\widehat{Z} = PZA$.

Fig. 109.

La costruzione per punti della linea considerata non presenta difficoltà, e non è difficile determinare i caratteri analitici della curva (vedi osservazione in fine di questo paragrafo). Nel caso particolare in cui l'angolo azimutale sia 0° o 180°, il luogo di posizione si confonde col cerchio massimo della sfera passante per P ed A, cioè col meridiano del punto astrale.

Anche la misura della differenza d'azimut definisce un luogo di posizione sulla sfera rappresentativa terrestre. Sieno (fig. 110) A_1 ed A_2 due punti astrali, e Z l'incognito punto corrispondente alla posizione dell'osservatore sulla Terra. Per definizione l'angolo sferico A_1ZA_2 sotto il quale, da Z, sono visti A_1 ed A_2 è la differenza di azimut fra gli astri a cui corrispondono i punti astrali A_1 ed A_2.

---

[1] Forse un maggiore perfezionamento della bussola giroscopica potrà permettere in un avvenire non lontano l'impiego di questi metodi anche nella navigazione.

Il luogo di posizione sul quale è necessariamente situato Z è la linea LL' che contiene i vertici $Z_1Z_2\ldots$ dei triangoli sferici i quali hanno comune il lato A_1A_2, e l'angolo opposto ad esso uguale alla differenza azimutale osservata ($A_1ZA_2 = A_1Z_1A_2\ldots$).

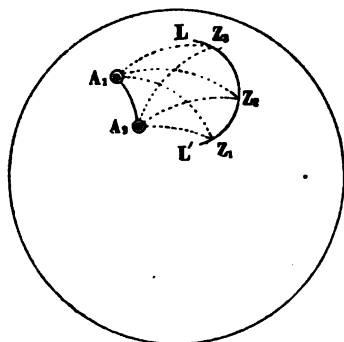
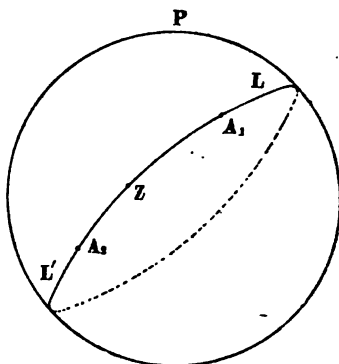



Fig. 110. Fig. 111.

Nel caso particolare in cui la differenza d'azimut sia 0° o 180° è manifesto che il luogo di posizione è coincidente col circolo massimo della sfera che passa per A_1 ed A_2 (fig. 111).

Osservazione. — Se si assume lo stesso sistema di coordinate scelto per il cerchio d'altezza (vedi prec. § 116), l'equazione del luogo di uguale azimut si ottiene dalla 2ª delle III del § 29, la quale, risolta rispetto a Z, dà

$$\text{ctn } Z = \frac{\tan \delta \cos \varphi - \text{sen } \varphi \cos P}{\text{sen } P}.$$

Z è l'angolo azimutale misurato; ctn Z è, per definizione, una costante. Nel 2° membro dell'equazione tan δ (tangente della declinazione) è pure costante; le altre quantità sono funzioni delle due variabili φ e P che, nel sistema scelto, sono le coordinate geografiche dei punti appartenenti al luogo di posizione di uguale azimut.

CAPITOLO XII

La retta d'altezza

(Luogo di posizione di eguale altezza)

§ 119. **Del modo di tracciare sul globo geografico il segmento del cerchio d'altezza prossimo alla posizione stimata dell'osservatore** (¹). — Il tracciamento diretto di tutto il cerchio d'altezza sopra un globo materiale costituisce un mezzo molto semplice per ottenere il luogo di posizione. Invero basterebbe fare le seguenti operazioni.

1°. Determinare le coordinate geografiche del punto astrale. A tal fine si converte l'ora media di Greenwich T_m in ora T dell'astro. La longitudine λ_a del punto astrale è uguale a

$$-T \quad \text{se} \quad T < 12^h \text{ (longitudine West)},$$

è invece eguale a

$$24^h - T \quad \text{se} \quad T > 12^h \text{ (longitudine Est)}.$$

La latitudine φ_a è uguale alla declinazione dell'astro (vedi esempio del § 114).

2°. Correggere l'altezza osservata per determinare il valore della distanza zenitale vera ($z = 90 - h$).

3°. Facendo centro nel punto astrale (φ_a, λ_a) e con raggio sferico uguale alla distanza zenitale vera, tracciare sul globo il cerchio d'altezza.

Conviene tuttavia notare che, per ottenere dei risultati precisi, bisognerebbe impiegare una sfera le cui dimensioni non sono assolutamente accettabili.

(¹) Il metodo che descriveremo, e che sarà fondamentale nella condotta della Navigazione Astronomica, è dovuto al Comandante francese Marcq de Saint-Hilaire (1875). (Vedi all'uopo § 192) ed è chiamato dal suo autore « Metodo dell'altezza stimata ».

Difatti per rappresentare 1′ di cerchio massimo con la lunghezza di 1 mm., il raggio della sfera dovrebbe essere superiore a 3 metri. Queste dimensioni sarebbero appena sufficienti per determinare la posizione della nave con discreta approssimazione. Perciò il tracciamento sulla sfera dell'intero cerchio d'altezza non rappresenta una soluzione pratica del problema di posizione, ed è necessario escogitare altri procedimenti.

Il navigante conosce sempre approssimativamente la propria posizione. Le coordinate geografiche della nave ottenute coi metodi della *navigazione stimata*, e che noi indicheremo d'ora in poi coi simboli φ_s e λ_s, definiscono un punto del globo geografico (punto stimato) il quale non dista molto dal punto corrispondente alla *posizione vera* dell'osservatore.

Per fissare le idee, e volendo essere generosi nell'attribuire una grandezza ai possibili errori della *stima*, si può ritenere che la posi-

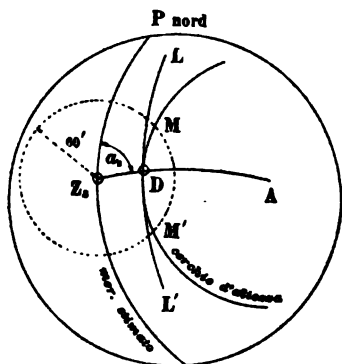
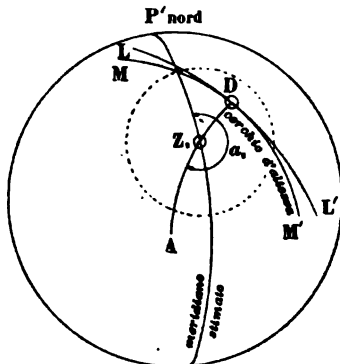



Fig. 112. Fig. 113.

zione vera si trovi certamente nell' interno del cerchio il cui centro coincide col punto stimato, e che ha il raggio sferico $1^\circ = 60'$.

Nelle fig. 112 e 113, ove è rappresentata la sfera, siano Z_s il punto stimato (di coordinate φ_s e λ_s) ed A il punto astrale. La *zona di certezza*, di cui si è detto ora, è limitata dal circolo punteggiato.

È manifesto che al navigante interessi soltanto tracciare il segmento di cerchio d'altezza MM′ compreso nell' interno della zona, potendosi con sicurezza assumere questo *segmento utile* di cerchio come *linea di posizione* della nave sul globo geografico. A tal uopo conduciamo (fig. 112 e 113) il circolo massimo Z_sA. Esso, come tutti i cerchi massimi passanti per A (centro del cerchio d'altezza), taglia

normalmente il circolo d'altezza, ed è manifesto che l'arco $Z_s D$ ($< 180^0$) compreso fra l'intersezione D ed il punto stimato, rappresenta la minima distanza sferica che separa quest'ultimo dal cerchio d'altezza. In altri termini D è il punto della linea di posizione *prossimo* al punto stimato.

Dalla figura si ha:

$$Z_s D = Z_s A - DA.$$

Ora $Z_s A$ è la distanza del punto stimato dal punto astrale, e noi per la definizione data nel § 114, sappiamo che essa è uguale alla distanza zenitale dell'astro osservato nello zenit di cui Z_s è l'immagine, cioè nel così detto *zenit stimato.* L'arco DA, raggio sferico del cerchio d'altezza, è, d'altra parte, per costruzione, eguale alla distanza zenitale dell'astro nell'effettivo zenit d'osservazione.

Ponendo:

z_s = distanza zenitale nello zenit stimato,
z = " " " " d'osservazione,

si ha

$$Z_s D = z_s - z,$$

od anche, considerando le altezze in luogo delle distanze zenitali ($h_s = 90^0 - z_s$; $h = 90^0 - z$)

$$Z_s D = h - h_s. \qquad (1)$$

D'ora in poi l'altezza h_s nello zenit stimato sarà chiamata semplicemente *altezza stimata*, per distinguerla da h, ottenuta con l'osservazione, a cui spetta il nome di *altezza vera.*

Finalmente osserviamo che l'angolo sferico $PZ_s D$, il quale con la distanza $Z_s D$ determina il punto D, si identifica:

1° nel caso della fig. 112, in cui Z_s è esterno al cerchio d'altezza, con l'azimut a_s dell'astro nello zenit stimato;

2° nel caso della fig. 113, in cui Z_s è interno al cerchio d'altezza, con l'azimut opposto al precedente, ossia $a_s \pm 180^0$.

Dell'una o dell'altra circostanza siamo avvertiti dal segno della differenza $h - h_s$. Difatti, come si vede dal semplice esame delle figure, il primo caso si verifica quando la differenza $h - h_s$ è positiva ($h > h_s$); il secondo caso si ha invece quando $h - h_s$ è negativa ($h < h_s$).

Tacitamente si è supposto che l'angolo sferico di cui si tratta, e che per ovvie ragioni sarà chiamato *azimut di* D *nello zenit stimato,*

sia misurato, come è convenuto per tale coordinata, ossia a partire dal ramo Nord del meridiano, verso Est Sud West Nord.

Da queste considerazioni risulta che la determinazione del punto D del cerchio d'altezza prossimo al punto stimato dipende dalla determinazione delle coordinate azimutali dell'astro osservato

$$h_s \text{ ed } a_s$$

nello *zenit stimato* (φ_s, λ_s). Il punto D chiamasi *punto determinativo* della linea di posizione.

Le coordinate h_s e a_s si ottengono facendo successivamente le seguenti determinazioni:

1°. *Determinazione dei valori delle coordinate orarie* t *e* δ *dell'astro nello zenit stimato, all'istante di osservazione.*

2°. *Trasformazione delle precedenti coordinate orarie* t *e* δ *nelle corrispondenti coordinate azimutali* h_s *ed* a_s.

Conoscendo (per mezzo del cronometro) l'ora T_m all'istante dell'osservazione, si può determinare, facendo una conversione di tempo, la coordinata oraria T dell'astro considerato nel meridiano di Greenwich e quindi il simultaneo valore t nello zenit di longitudine λ_s (vedi §§ 63 e 41). D'altra parte le Effemeridi ci dànno il valore dell'altra coordinata oraria (δ) dell'astro medesimo.

Seguendo le norme descritte nei §§ 30 e seg., si trasformano le ottenute coordinate orarie nelle corrispondenti azimutali, e così risultano determinate le quantità:

$$h_s \text{ ed } a_s.$$

Questi elementi, unitamente all'altezza osservata e corretta h, definiscono senza ambiguità la posizione del punto determinativo sul globo geografico.

Si ha difatti:

Distanza del punto determinativo dal punto stimato (φ_s, λ_s) $\Big\}$ $= h - h_s$

Azimut del punto determinativo preso dal punto stimato $\Big\}$ $= a_s$, quando $h - h_s$ è $+$; $= a_s \pm 180^0$ „ „ è $-$

(Come esempio di determinazione degli elementi $h - h_s$ ed a_s si veda il calcolo del § 127).

Ora notiamo che, quando l'altezza osservata non sia grandissima e per tanto il raggio del cerchio d'altezza non sia molto piccolo, il segmento MM′ (fig. 112) del cerchio stesso, contenuto nella zona di certezza, si scosta molto poco dall'arco di circolo massimo LL′ tangente in D. *Potremo quindi assumere l'arco* LL′ *come linea di posizione.* Per definizione questo arco è normale all'arco Z_sD, ed è perciò perfettamente determinato.

Così facendo abbiamo risolto il problema di posizione mediante operazioni in parte analitiche e in parte grafiche, essendo queste ultime contenute nella piccola regione del globo geografico circostante al punto stimato. È manifesto che, nella pratica, conviene sostituire a questa piccola parte della superficie sferica la sua *rappresentazione piana.*

E opportuno ricordare le formule per la trasformazione delle coordinate orarie in azimutali, adottando le notazioni al caso attuale.

Indicando con

Z_s = angolo azimutale dell'astro nello zenit stimato
P = „ al polo „ „ „ „

e dando alle altre notazioni il significato stabilito nei §§ 23 e seg. e nel § prec., si ha:

$$\begin{array}{|l|}\hline \tan M = \tan p \cos P \\ \tan Z_s = \text{sen}\, M \tan P \sec (\varphi_s + M) \\ \text{ctn}\, h_s = \text{ctn}\, (\varphi_s + M) \sec Z_s \\ \textit{prova},\ \cos h_s\, \text{sen}\, Z_s\, \text{cosec}\, p\, \text{cosec}\, P = 1 \\ \hline \end{array}$$

Per il passaggio da Z_s ad a_s vedi osservazione del § 21.

Le formule di trasformazione da noi adottate non sono le uniche: altre furono da noi stessi riferite nel § 30.

I metodi ideati fin qui per trasformare le coordinate orarie in azimutali, sono numerosissimi e non tutti analitici. Ve n'è di quelli *grafici*, *meccanici* ecc. ecc. Se ne farà cenno in apposito capitolo (Cap. XXI).

Il numero delle *tavole speciali,* atte specialmente ad eseguire la trasformazione, si può dire infinito. Alcune sono buone, ma, purtroppo, molte sono mediocri o cattive, poichè, non badando a precisione, sono create piuttosto a scopo di speculazione commerciale che di sicuro ed onesto aiuto al navigante. Ed a tal fine non manca il successo, essendo abilmente sfruttata la naturale simpatia del navigante per le calcolazioni semplici, per il libretto tascabile, ecc. ecc.

La scelta che noi abbiamo fatta delle formule di trasformazione è basata su gravi motivi [1], ampiamente esposti nella magistrale opera dell'Alessio " Sulla teoria e la pratica della nuova navigazione astronomica „ (Annessi alla *Rivista Marittima*, Luglio-Agosto 1908 e Marzo 1909), e d'altra parte la lunga esperienza fatta a bordo delle navi non ci ha mai fatto dubitare della sua bontà.

Non escludiamo in modo assoluto che, in talune particolari circostanze, nella necessità imperiosa di *far presto*, si possa eventualmente ricorrere a qualche metodo di ripiego (si veda, ad es. il § 197 intitolato " il calcolo rapido „, nel Cap. XXI). Però, in tal caso, si va incontro a tutti i gravi inconvenienti che derivano dall'uso di formule e metodi diversi da quelli resi famigliari al navigante dalla lunga consuetudine.

§ 120. **Rappresentazione piana di una piccola regione del globo geografico.** — Se immaginiamo di proiettare dal centro sopra un

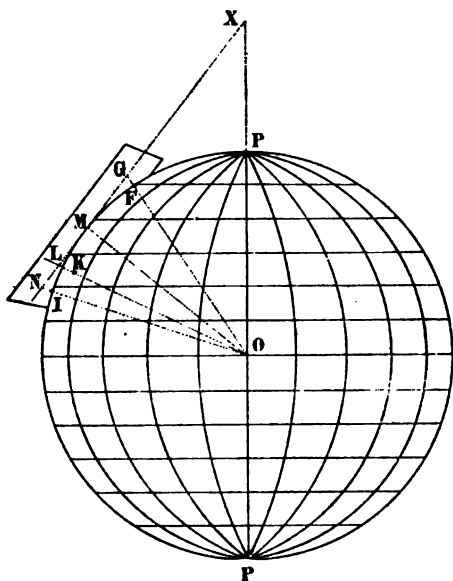
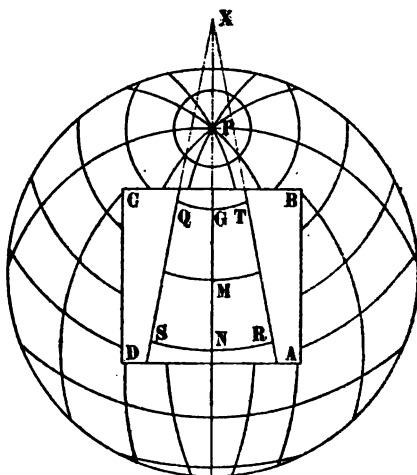



Fig. 114 *a*. Fig. 114 *b*.

piano tangente alla sfera rappresentativa nel punto medio M della piccola regione considerata (figg. 114 *a* e *b*) le figure tracciate su

[1] Il vantaggio più cospicuo del sistema di formule adottato è quello della *prova* del calcolo. Citiamo all'uopo l'opinione del Com. A. Magnac, la cui competenza è indiscutibile. « Ogni calcolo deve essere considerato come non fatto fino a quando non è verificato per mezzo di una o più prove: le cause d'errore nei calcoli sono numerose; degli errori notevoli possono passare inavvertiti; perciò la necessità di verificare si impone nel modo più assoluto. Quando un ufficiale calcola da solo deve fare tutte le prove necessarie ». (*Traité de Navigation Pratique*, § 100).

di essa, veniamo ad avere una *rappresentazione piana* della considerata regione del globo. A questa particolare rappresentazione noi daremo semplicemente il nome di *piano*.

Diremo *punto centrale* del piano il punto M, e, per conseguenza, chiameremo *meridiano centrale* e *parallelo centrale* le linee che vi rappresentano il meridiano e il parallelo geografico del punto stesso.

La proprietà caratteristica di tal genere di proiezione [1] è che ogni circolo massimo della sfera è rappresentato rigorosamente da una linea retta.

Dal solo esame delle figure 114, risulta poi manifesto che le rette rappresentanti i circoli massimi meridiani *convergono* in X, punto di incontro del piano ABCD con l'asse polare P'P del globo. Dicesi *convergenza* di due meridiani qualunque del piano (come, ad esempio, SQ ed RT), l'angolo QXT formato dai meridiani medesimi.

Un breve esame della fig. 114 *b* ci fa vedere che quanto più vicino al polo è il punto centrale M della zona considerata, tanto maggiore è la convergenza dei due meridiani i quali distano fra loro di ugual numero di gradi in longitudine; che, inoltre, quando il polo P coincide con M, i meridiani s' irradiano dal centro del piano e la convergenza è uguale alla differenza di longitudine fra i meridiani considerati; che, infine, nel caso in cui M è sull'equatore, i meridiani sono paralleli fra loro, ossia, la convergenza è nulla.

Mediante considerazioni geometriche, che non è possibile svolgere in un corso elementare, si dimostra che, quando la parte di superficie sferica rappresentata, e circostante al punto centrale, sia dell'ordine di grandezza di quella da noi considerata nel precedente paragrafo, le *deformazioni delle lunghezze delle linee e le deformazioni degli angoli del piano, rispetto alle lunghezze ed agli angoli corrispondenti della sfera, sono praticamente trascurabili.*

L'essere *praticamente* nulle le deformazioni angolari vuol dire, fra l'altro, che i paralleli i quali, sul globo geografico, tagliano normalmente i meridiani, sono rappresentati sul piano da linee che parimente sono normali ai meridiani del piano stesso. E poichè questi ultimi sono linee rette convergenti verso il medesimo punto (X delle figg. 114), ne viene che i paralleli della rappresentazione piana sono dei segmenti di circoli concentrici (il cui centro è in X). Inoltre, essendo insensibili le deformazioni delle lunghezze, i *primi di circolo massimo sono rappresentati da segmenti di lunghezza costante per tutta*

---

[1] Detta *proiezione gnomonica*, o, *centrale*.

la distesa del piano. Questo fatto si può anche esprimere dicendo che *la scala delle distanze sferiche è uniforme,* come sul globo geografico.

Per conseguenza i paralleli equidistanti sul globo geografico sono anche equidistanti sul piano.

A cura dell'Istituto Idrografico della R. Marina si è pubblicata una *serie di piani,* ognuno dei quali riproduce nel sistema di proiezione ora descritto una parte della zona meridiana QRST (fig. 115) del globo geografico larga 2° di cerchio massimo; ogni piano comprende due gradi di latitudine, ossia rappresenta un quadrilatero sferico di 120 primi di lato (¹) (fig. 116). In ogni foglio è tracciata la rete dei meridiani e dei paralleli, la scala di altitudine è numerata, quella di longitudine porta scritti solo i primi, ma non i gradi; questi dovranno essere segnati volta per volta dall'operatore. Il motivo di questa disposizione è che, qualora si fossero scritti i gradi, per rappresentare l'intera sfera si sarebbero dovuti costruire troppi piani. Osservando invece che i reticolati dei piani rappresentanti settori di zona compresi fra gli stessi paralleli limiti φ_1 e φ_2, come *abcd* ed *a'b'c'd'*, sono identici fra loro si vede che, graduando come si conviene la scala della longitudine, si rappresenta qualsivoglia quadrilatero compreso fra φ_1 e φ_2. Inoltre affinchè un piano possa servire per la latitudine Nord come per quella Sud, rimanendo sempre orientato nel modo consueto (²) e senza complicare le lettere e le operazioni, il piano può essere capovolto, e per ambedue le posizioni sono scritti nell'ordine dovuto i gradi ed i primi di latitudine, nonchè i primi di longitudine. Per ambedue le posizioni sono specificati, con scritte molto evidenti, il nome della latitudine a cui si riferisce il piano, e le scale ed il nome della longitudine.

Fig. 115.

Finalmente la scala di riduzione della carta è tale che la lunghezza di 1′ di circolo massimo (costante per tutta l'estensione del piano) è uguale a 4 millimetri circa. Questa lunghezza essendo scelta come

(¹) Il punto di tangenza di ogni singolo piano con la sfera coincide col punto centrale del quadrilatero rappresentato.

(²) Il modo consueto di orientare le carte quando si fa una operazione qualsiasi di carteggio è di disporle coi meridiani verticali e colla direzione Nord in alto. In tal guisa le longitudini Est crescono da sinistra verso destra e le West da destra verso sinistra.

unità di misura per le distanze sferiche, ed essendo i paralleli disegnati sul piano equidistanti di 1′, vuol dire che le intersezioni dei paralleli stessi coi vari meridiani rettilinei definiscono su ogni meri-

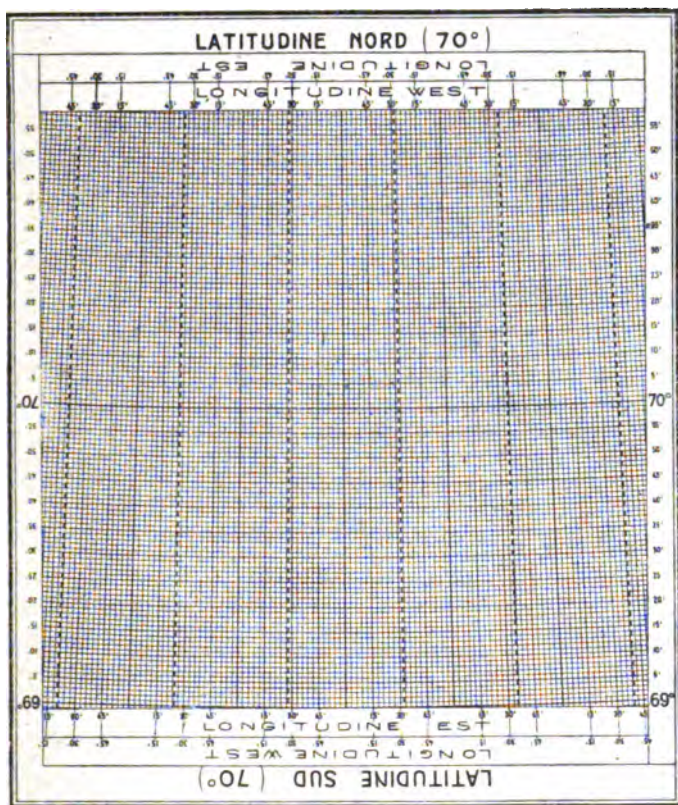



Fig. 116.

diano non solo la *scala di latitudine*, ma anche la *scala uniforme delle distanze* (¹).

§ 121. **Uso dei piani - Retta d'altezza.** — Supponiamo di possedere la serie di *piani* ora descritta. Fra essi scegliamo quello il cui parallelo centrale ha una latitudine prossima a quella del punto sti-

(¹) L'impiego nella Navigazione Astronomica dei *piani* ora descritti è stato ideato dal Tenente di vascello Alessio. Vedi il già citato Annesso alla « Rivista Marittima » di Luglio-Agosto 1908 (ALESSIO, *Sulla Teoria e la Pratica della nuova navigazione*), e « Rivista Marittima » del Settembre 1911 (ALESSIO, *Sulla pubblicazione di carte speciali*, ecc.).

mato (φ_s). Poscia completiamo la graduazione della scala di longitudine (segnandovi i *gradi*) in modo che il meridiano stimato (λ_s) risulti anch'esso prossimo al meridiano centrale.

In tal modo il piano viene assunto a rappresentare la piccola regione del globo geografico circostante al punto stimato, nella quale si trova certamente la posizione dell'osservatore, e di cui abbiamo detto nel § 119.

Consideriamo le figure sulla sfera e sul piano (fig. 117 *a* e *b*). Sia sul piano Z'_s l'immagine del punto stimato Z_s della sfera. L'arco di cerchio massimo Z_sA che va dalla posizione stimata al punto astrale

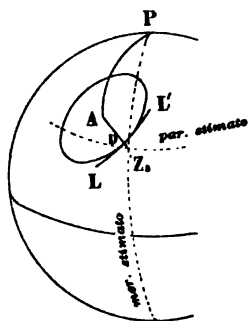
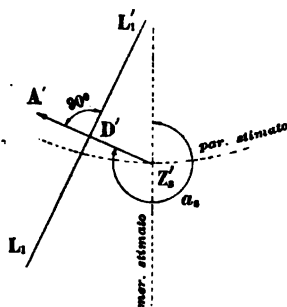



Fig. 117 *a*. Fig. 117 *b*.

è, per le descritte proprietà del piano, rappresentato dalla retta Z'_sA', la quale forma con la direzione Z'_s → Nord del meridiano stimato l'angolo a_s (azimut dell'astro nel punto stimato). Il segmento Z'_sD' che separa l'immagine Z' del punto stimato dall'immagine D' del punto determinativo è uguale a tanti primi misurati sulla scala uniforme delle distanze quanti sono i *primi* della differenza

$$h - h_s\,.$$

L'arco di circolo massimo LL' tangente in D al cerchio d'altezza, che noi abbiamo assunto come luogo di posizione invece del cerchio stesso è, nel piano, rappresentato dalla *retta* $L_1L'_1$ condotta per D' normalmente alla direzione azimutale Z'_sA'. Questa immagine rettilinea del luogo di posizione dell'osservatore è chiamata *retta d'altezza*.

Per le considerazioni svolte ora possiamo per tanto formulare la seguente *regola per il tracciamento del luogo di posizione* (*retta d'altezza*) sul piano.

[Diremo semplicemente *punto stimato* e *punto determinativo* per indicare le immagini sul piano].

Noti gli elementi

$$h - h'_s \qquad \text{ed} \qquad a_s$$

che, con le coordinate φ_s e λ_s, definiscono la retta d'altezza sul piano (vedi figg. 118 *a* e *b*):

1°. Si segna il punto stimato Z'_s (intersezione del meridiano stimato col parallelo stimato).

2°. Dal punto stimato si traccia una retta nella direzione dell'azimut a_s, misurando questo dalla direzione Nord del meridiano stimato. (All'uopo, dopo avere situato il rapportatore col centro nel punto stimato e col diametro 0° — 180° adagiato sulla retta che rap-

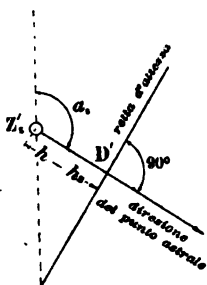
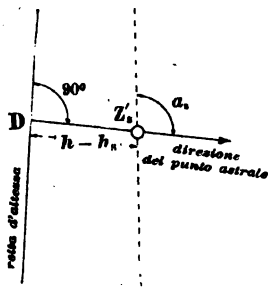



Fig. 118 *a*. Fig. 118 *b*.

presenta il meridiano stimato, si segna sul piano il punto corrispondente alla graduazione a_s. Si traccia la retta congiungente Z'_s col punto così ottenuto).

3°. Nella direzione a_s, ora tracciata (cioè verso il punto astrale),

$$\text{se} \qquad h - h_s \quad \text{è positivo;} \qquad \text{(fig. 118 } a\text{)}$$

oppure nella direzione opposta ($a_s \pm 180°$)

$$\text{se} \qquad h - h_s \quad \text{è negativo;} \qquad \text{(fig. 118 } b\text{)}$$

si porta, a partire dal punto stimato, una lunghezza uguale a tante volte la lunghezza di 1′ di circolo massimo, quanti sono i *primi* della differenza

$$h - h_s.$$

Questa differenza si misura sulla scala dei primi di latitudine, sopra un qualunque meridiano della carta ed in qualunque parte della carta medesima.

In tal modo si ottiene la posizione del punto determinativo D′.

4°. Si traccia la desiderata retta d'altezza conducendo per il punto determinativo la perpendicolare alla direzione dell'azimut a_s, cioè alla retta Z'_sD'.

Osservazione. — Giova ricordare che, a tutto rigore, il *vero* luogo di posizione (ossia l'immagine del cerchio d'altezza nel piano) non è rettilineo, ma curvilineo. Per la legge della conservazione degli angoli la curva è un arco di circolo e la retta è la tangente all'arco nel punto determinativo. Tuttavia fino a che gli scostamenti della retta dalla curva sono piccoli, la sostituzione dell'uno all'altra è pienamente giustificata: e poichè nella pratica ciò accade quasi sempre (vedi seguente § 122), è lecito ritenere che, salvo casi eccezionali, col tracciamento della retta d'altezza fatto nei modi ora descritti, il problema di posizione sia completamente risolto.

§ 122. **Rette d'altezza successive.** (*Caso delle altezze molto grandi*). La retta d'altezza può essere considerata come rappresentante l'effettivo luogo di posizione dell'osservatore fino a che sul globo geografico rimangono trascurabili gli scostamenti dal cerchio d'altezza dei punti dell'arco LL' tangente al cerchio stesso nel punto determinativo (fig. 119).

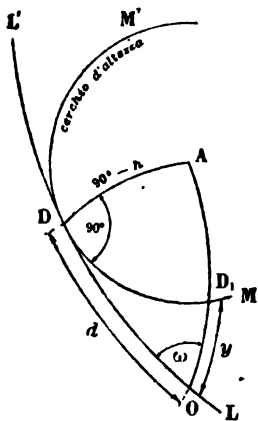



Fig. 119.

Se l'altezza non è molto grande, per trovare uno scostamento sensibile, bisogna allontanarsi di molto dal punto determinativo D. Per conseguenza, osservandosi quasi sempre altezze non molto grandi si può normalmente ritenere che l'arco LL' sia coincidente con l'arco MM' del cerchio d'altezza, e che, pertanto, la retta d'altezza nel piano rappresenti l'effettivo luogo di posizione dell'osservatore.

Quando l'altezza osservata è molto grande, gli scostamenti sono sensibili, e la loro determinazione si può fare nel seguente modo.

La distanza y di un punto qualsiasi O dell'arco LL' (fig. 119) dal cerchio d'altezza, misurata normalmente al cerchio stesso, è data dal segmento OD_1 del circolo massimo OD_1A che congiunge O col punto astrale.

$$OD_1 = AO - AD_1$$

e,

$$AD_1 = 90^0 - h,$$

pertanto

$$(1) \qquad \boxed{y = AO - (90^0 - h)}\,.$$

Risolvendo il triangolo sferico ADO, rettangolo in D, dove

$$AD = 90^0 - h$$

e $d = DO =$ *distanza del punto considerato dal punto determinativo*, si ha:

(2) $$\boxed{\cos AO = \operatorname{sen} h \cos d}.$$

Le relazioni (2) e (1) servono a determinare la quantità $y = OD_1$ in funzione della distanza d e dell'altezza osservata h.

Per segnare il punto D_1 sulla sfera non è sufficiente conoscere la distanza OD_1, ma occorre anche determinare l'angolo ω che OD_1 forma con LL'. Dal triangolo ADO, già considerato, si ottiene:

(3) $$\boxed{\operatorname{ctg} \omega = \operatorname{sen} d \operatorname{tg} h}.$$

Con le (1), (2) e (3) si può costruire una tavola che dia, in funzione di h e d, i valori di y o di ω.

Una tavola di tal genere si troverà alla fine di questo paragrafo [1].

Ora, passiamo a considerare la figura sul piano (fig. 120). Sia LL' la retta d'altezza e D il suo punto determinativo; sia O un punto di questa retta distante d primi (misurati nella scala della latitudine) da D; si voglia determinare il punto D_1, prossimo a O, appartenente al *vero* luogo di posizione della nave. Date le speciali proprietà del piano, per le quali rimangono sensibilmente inalterate tanto le lunghezze quanto gli angoli, l'arco di cerchio massimo OD_1A (fig. 119) è qui (fig. 120) rappresentato da una retta inclinata sulla retta DO dell'angolo ω testè determinato; si ha cioè $DOD_1 = \omega$, e la distanza OD_1 è uguale a tanti primi di meridiano (scala di latitudine) quanti sono i primi di y. Pertanto in funzione di d e di h (altezza dell'astro ottenuta con l'*osservazione*

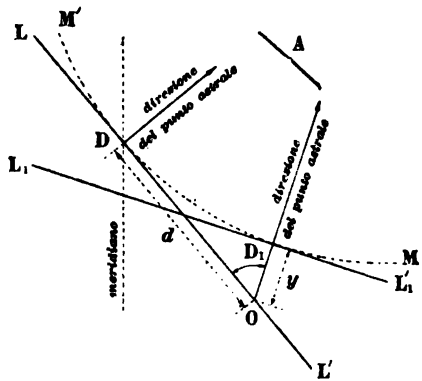



Fig. 120.

[1] Una tavola più ampia trovasi nella già citata opera: ALESSIO, *Sulla teoria e la pratica della nuova Astronomia*, pagg. 12-21. Ivi invece degli angoli ω sono considerati i loro complementi $90^\circ - \omega$.

Rette d'altezza successive

h Altezza osservata e corretta	DISTANZA											
	10′		14′		18′		22′		26′		30′	
	γ	ω	γ	ω	γ	ω	γ	ω	γ	ω	γ	ω
	mg.		mg.		mg.		mg.		mg.		mg.	
75°.0′	0.1	89°.4	0.1	89°.1	0.2	88°.9	0.3	88°.6	0.4	88°.4	0.5	88°.1
76.0	1	89.3	1	89.1	2	88.8	3	88.5	4	88.3	5	88.0
77.0	1	89.3	1	89.0	2	88.7	3	88.4	4	88.1	6	87.8
78.0	1	89.2	1	88.9	2	88.6	3	88.3	5	88.0	6	87.6
79.0	1	89.1	1	88.8	2	88.5	4	88.1	5	87,8	0.7	87.4
80.0	0.1	89.0	0.2	88.7	0.3	88.3	0.4	87.9	0.6	87.5	0.7	87.1
81.0	1	88.9	2	88.5	3	88.1	4	87.7	6	87.2	8	86.8
82.0	1	88.8	2	88.3	3	87.9	5	87.4	7	86.9	9	86.4
83.0	1	88.6	2	88.1	4	87.5	6	87.0	8	86.5	1.1	85.9
84.0	1	88.4	3	87.8	5	87.1	7	86.5	9	85.9	1.2	85.2
30	1	88.3	3	87.6	5	86.9	7	86.2	1.0	85.5	1.4	84.8
85.0	0.2	88.1	0.3	87.3	0.5	86.6	0.8	85.8	1.1	85.0	1.5	84.3
20	2	88.0	3	87.1	6	86.3	9	85.5	1.2	84.7	1.6	83.9
40	2	87.8	4	86.9	6	86.0	9	85.2	1.3	84.3	1.7	83.4
86.0	2	87.6	4	86.7	7	85.7	1.0	84.8	1.4	83.8	1.9	82.9
20	2	87.4	4	86.4	7	85.3	1.1	84.3	1.5	83.3	2.0	82.2
40	2	87.2	5	86.0	8	84.9	1.2	83.7	1.7	82.6	2.2	81.5
87.0	0.3	86.8	0.5	85.6	0.9	84.3	1.3	83.0	1.9	81.8	2.5	80.5
10	3	86.7	6	85.3	9	84.0	1.4	82.6	2.0	81.3	2.6	80.0
20	3	86.4	6	85.0	1.0	83.6	1.5	82.2	2.1	80.8	2.8	79.4
30	3	86.2	7	84.7	1.1	83.2	1.6	81.7	2.2	80.2	3.0	78.7
40	4	85.9	7	84.3	1.1	82.7	1.7	81.1	2.4	79.5	3.2	77.9
50	4	85.6	7	83.9	1.2	82.1	1.8	80.4	2.6	78.7	3.4	77.0
88.0	4	85.2	8	83.3	1.3	81.5	2.0	79.6	2.8	77.8	3.7	76.0

Rette d'altezza successive

h Altezza osservata e corretta	DISTANZA											
	10′		14′		18′		22′		26′		30^0	
	γ	ω	γ	ω	γ	ω	γ	ω	γ	ω	γ	ω
	mg.		mg.		mg.		mg.		mg.		mg.	
88°.0′	0.4	85°.2	0.8	83°.3	1.3	81°.5	2.0	79°.6	2.8	77°.8	3.7	76°.0
5	4	85.0	8	83.1	1.4	81.1	2.1	79.2	2.9	77.3	3.8	75.4
10	5	84.8	9	82.7	1.5	80.7	2.2	78.7	3.0	76.7	4.0	7.47
15	5	84.6	9	82.4	1.5	80.3	2.3	78.2	3.2	76.1	4.2	74.1
20	5	84.3	1.0	82.0	1.6	79.8	2.4	77.6	3.3	75.4	4.4	73.3
25	5	84.0	1.0	81.6	1.7	79.3	2.5	77.0	3.5	74.7	4.6	72.5
30	0.6	83.7	1.1	81.2	1.8	78.7	2.7	76.3	3.7	73.9	4.9	71.6
35	6	83.3	1.1	80.6	1.9	78.0	2.8	75.5	3.9	73.0	5.1	70.6
40	6	82.9	1.2	80.1	2.0	77.3	3.0	74.6	4.1	72.0	5.4	69.4
45	7	82.4	1.3	79.4	2.1	76.5	3.2	73.7	4.4	70.9	5.8	68.2
50	7	81.9	1.4	78.7	2.3	75.6	3.4	72.6	4.7	69.6	6.2	66.8
55	8	81.3	1.5	77.7	2.4	74.5	3.6	71.3	5.0	68.2	6.6	65.2
89°.0′	0.8	80.5	1.6	76.9	2.6	73.3	3.9	69.9	5.4	66.6	7.0	63.4
3	9	80.0	1.7	76.2	2.8	72.5	4.1	68.9	5.7	65.5	7.4	62.2
6	9	79.5	1.8	75.5	2.9	71.6	4.3	67.8	5.9	64.3	7.8	60.9
9	1.0	78.9	1.9	74.6	3.1	70.6	4.5	66.7	6.3	63.0	8.2	59.5
12	1.0	78.2	2.0	73.7	3.3	69.4	4.8	65.4	6.6	61.6	8.6	58.0
15	1.1	77.5	2.1	72.7	3.5	68.2	5.1	63.9	7.0	60.0	9.1	56.3
18	1.2	76.6	2.3	71.6	3.7	66.8	5.4	62.4	7.4	58.3	9.6	54.5
21	1.3	75.6	2.4	70.3	3.9	65.2	5.8	60.6	7.9	56.3	10.2	52.4
24	1.4	74.5	2.6	68.7	4.2	63.4	6.2	58.6	8.4	54.2	10.9	50.2
26	1.5	73.6	2.8	67.6	4.5	62.1	6.5	57.1	8.8	52.6	11.3	48.6
28	1.5	72.6	2.9	66.6	4.7	60.6	6.8	55.5	9.2	50.9	11.9	46.8
30	1.6	71.6	3.1	65.0	5.0	59.0	7.2	53.7	9.7	49.1	12.4	40.5

ed opportunamente corretta) si calcoli lo scostamento y e l'angolo ω (a questo scopo ci servirà la tavola sopracitata), ed il punto D_1 risulterà completamente determinato. Per non errare nel tracciamento della retta OD_1 conviene ricordare che essa è diretta verso il punto astrale ed inclinata verso il punto determinativo D.

Ottenuto D_1 noi potremo tracciare per esso, conducendo la normale alla OD_1, la *successiva retta d'altezza* [1] $L_1L'_1$, la quale, in talune circostanze, può esser sostituita con vantaggio alla prima LL', come si vedrà meglio in seguito.

Invece di tracciare le successive rette d'altezza, si può, determinando i valori di y e ω, corrispondenti a varie distanze d dal punto determinativo, costruire per punti la curva [2] MM' la quale sarà assunta come la vera linea di posizione dell'osservatore in luogo della primitiva retta d'altezza LL'.

Osservazione. — Dalla tavola precedente si vede che per altezze inferiori a 83°, si hanno, alla distanza di 30' dal punto determinativo, scostamenti minori di 1'. Pertanto nella pratica, quando si osservano altezze minori di 83°, si può, senza grave errore, ritenere che la retta d'altezza coincida sensibilmente col vero luogo di posizione per una distesa di almeno 30' ai due lati del punto determinativo.

Il tracciamento di *successive rette d'altezza* trova particolarmente pratico impiego in circostanze che formeranno oggetto del § 141.

§ 123. **La linea di posizione sulla superficie della Terra.** — Abbiamo risolto il problema di posizione sulla rappresentazione sferica della superficie terrestre (globo geografico), considerando la forma e la proprietà che hanno in tale rappresentazione le linee di posizione create dall'osservazione di altezze. Ora è di sommo interesse ed anzi necessario, nei riguardi della navigazione, stabilire un confronto fra la limitata regione del globo geografico, sulla quale abbiamo praticamente risolto il problema, e la corrispondente regione della superficie terrestre, ed in conseguenza determinare la forma e le proprietà della linea di posizione considerata su questa superficie medesima.

All'uopo crediamo utile ripetere testualmente la conclusione del § 11.

" Allorquando si considera una regione limitata della superficie
" terrestre, si può ritenere che essa sia identica, salvo la scala di ridu-

---

[1] Il nome di retta d'altezza *successiva* è stato adottato dall'Alessio (op. cit.), ed è ormai consacrato dall'uso; e per questo motivo l'abbiamo introdotto nel testo. Tuttavia esso può essere interpretato erroneamente. Difatti per retta successiva si potrebbe anche intendere retta ottenuta con osservazione *successiva*, o *seguente* un'altra.

[2] La curva nel piano è un arco di cerchio, come sulla sfera.

" zione, alla corrispondente regione della sfera rappresentativa terre-
" stre (globo geografico). Pertanto, entro i limiti stabiliti, ogni linea ed
" ogni figura della Terra sono fedelmente riprodotte sulla sfera rap-
" presentativa, e viceversa ".

Di qui discende immediata la seguente proposizione:

" *Il segmento utile della linea di posizione sulla superficie della Terra*
" *ha forma e proprietà identiche a quelle della corrispondente linea del*
" *globo geografico* ".

E manifesto che questo principio ha valore non soltanto per la linea di posizione ottenuta con misura di altezza, ma per qualsiasi altra linea astronomica, e che, inversamente, il segmento utile di ogni linea di posizione terrestre, come ogni altra breve linea della Terra (percorsi della nave ecc.) è identicamente riprodotto sulla sfera rappresentativa.

Stabilita, o, meglio, rievocata questa corrispondenza fra la regione della Terra ove trovasi l'osservatore e la corrispondente del globo geografico, d'ora in poi, nel trattare delle distanze sulla sfera rappresentativa, diremo indifferentemente *primi* di circolo massimo, o miglia; e per lunghezza del miglio considerato sulla Terra intenderemo la lunghezza di 1′ di circolo massimo sulla *sfera terrestre locale* (§ 11). Per un'approssimata (ma praticamente sufficiente) valutazione delle lunghezze di linee, useremo tuttavia un valore medio di tale unità di lunghezza, ossia il miglio nautico (valore tradizionale 1852 metri; più esattamente 1853,14, vedi § 12).

OSSERVAZIONE. — Il *piano* descritto nei precedenti paragrafi può essere considerato come la rappresentazione della superficie corrispondente dell'ellissoide terrestre, ottenuta proiettando dal centro della sfera locale sul piano tangente nel punto centrale della regione, i punti della superficie. È questo il modo di ottenere la più fedele rappresentazione piana di limitate regioni della Terra. Essa è usata nei *piani idrografici* che fanno parte del materiale cartografico dei naviganti (come porti, rade, carte costiere in grande scala. Fra queste ultime ricorderemo, ad esempio, le carte costiere della Liguria alla scala di riduzione di 1:25,000, edite dall'Istituto Idrografico della R. Marina).

§ 124. La retta di altezza sulla carta di Mercatore. — La carta dei mari usata dai naviganti per risolvere i più importanti problemi della nautica è una particolare rappresentazione piana (Mercatore) della superficie dell'ellissoide terrestre. Per i motivi addotti nel precedente paragrafo, la limitata regione della carta circostante al punto stimato si può anche considerare come la rappresentazione piana, in proiezione di Mercatore, della corrispondente regione del *globo geografico* (sfera rappresentativa terrestre). Pertanto, essendo note le pro-

prietà della linea di posizione sul globo, noi potremo, considerando le relazioni esistenti fra le figure sulla sfera e le corrispondenti figure sulla rappresentazione Mercatoriana della sfera stessa, determinare le proprietà della linea sulla carta, e trarne le norme per segnarvela.

Ci è noto che le proprietà capitali della proiezione di Mercatore sono la *conservazione degli angoli* e la *rettificazione delle lossodromie* (1).

Nella carta di Mercatore i meridiani sono rappresentati da un sistema di rette parallele fra loro e perpendicolari ad un altro sistema di rette parallele, le quali sono l'immagine dei paralleli terrestri. Le rette che rappresentano i meridiani equidistanti sulla Terra sono pure equidistanti fra loro, ossia la *scala di longitudine* è uniforme in tutta l'estensione della carta. I paralleli equidistanti sulla Terra, invece, non sono rappresentati da rette equidistanti, e la legge secondo la quale varia la loro distanza è appunto scelta in modo da conservare sulla carta la similitudine delle piccole figure e quindi gli angoli.

La *scala di latitudine* (che è anche la *scala delle distanze*) va crescendo continuamente dall'equatore verso i poli. Se l è la lunghezza del segmento che, nella scala uniforme di longitudine, misura 1′ di longitudine, il minuto primo di meridiano alla latitudine φ è rappresentato da un segmento di lunghezza m, dato dalla relazione

$$m = \frac{l}{\cos \varphi} = l \sec \varphi. \tag{1}$$

La secante varia con grande lentezza per i piccoli angoli e molto rapidamente per i grandi; perciò la scala delle latitudini è sensibilmente uniforme per una lunga distesa nelle vicinanze dell'equatore, e diventa variabile con grande rapidità nell'avvicinarsi ai poli, tendendo all'∞. Tuttavia entro i limiti delle latitudini più frequentate ($\varphi = \pm 60^0$), si può ritenere che, per una zona abbastanza grande, la scala dei primi di latitudine (e quindi delle miglia) sia sempre pochissimo differente da una scala uniforme. Per fissare le idee diremo che sopra una scala relativa alla latitudine media (60^0) la differenza tra la lunghezza m_1 che rappresenta il miglio alla latitudine $\varphi_1 = 60^0 30'$, e la lunghezza m_2 che rappresenta il miglio alla latitudine $\varphi_2 = 59^0 30'$ è uguale a

$$m_1 - m_2 = 0{,}03\, m_2;$$

ossia, nel caso considerato, la lunghezza del miglio sulla carta varia di soli tre centesimi per la distesa di 1^0.

(1) Diconsi *lossodromie* quelle linee che sulla superficie terrestre tagliano sotto angolo costante i meridiani. Sono le linee percorse dalle navi che si muovono seguendo una *rotta* costante.

Sulla carta di Mercatore i cerchi massimi della sfera sono rappresentati da linee curve le cui caratteristiche risultano evidenti dal confronto col *piano*.

Abbiamo visto che nel „ piano „ i cerchi massimi sono rappresentati da rette come CC′ (fig. 121 *a*) e, pertanto gli angoli $\alpha, \beta, \gamma, \delta \ldots$, sotto i quali i meridiani convergenti sono tagliati dai circoli massimi, variano in modo continuo. Con l'aiuto delle figg. 121 *a* e *b* dove sono messi a confronto i due sistemi di proiezione, è facile convincersi che

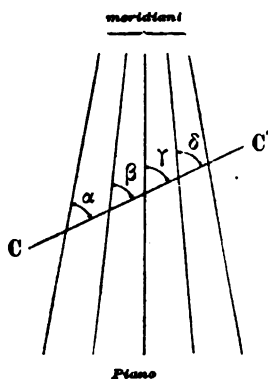
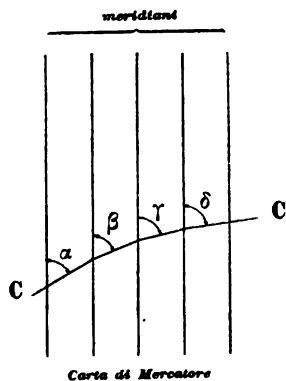



Fig. 121 *a*. Fig. 121 *b*.

nella carta di Mercatore, essendo conservati gli angoli, come nel piano, gli archi di circolo massimo sono rappresentati da curve [1] le quali *volgono la loro concavità* verso l'equatore.

Ciò premesso, vediamo in qual modo si possa risolvere il problema delle linee di posizione sulla carta di Mercatore rappresentante la regione della Terra nella quale si trova la nave. Nelle figg. 122 *a* e *b* sono considerate le figure corrispondenti della sfera e della carta.

L'arco di circolo massimo $Z_s D$ (fig. 122 *a*) è rappresentato sulla carta dal segmento di curva punteggiata Z'_s (D) (fig. 122 *b*), il quale taglia il meridiano stimato sotto l'angolo a_s identico al corrispondente angolo della sfera. Quando la distanza $(h - h_s)$ è piccola, come accade nella maggior parte dei casi pratici, il predetto arco di curva Z'_s (D) può ritenersi confuso con la tangente $Z'_s D'$ nel punto Z'_s, cioè con la lossodromia che taglia i meridiani sotto l'angolo a_s, e che ha la medesima lunghezza di Z'_s (D).

[1] Eccettuati i casi speciali dei circoli meridiani e dell'equatore, i quali sono rappresentati da linee rette.

È quindi lecito assumere D′ come immagine del punto determinativo. Parimenti l'arco di circolo massimo LL, da noi assunto come linea di posizione in luogo del cerchio d'altezza, è rappresentato sulla carta dalla curva punteggiata (L′) (L′), la quale taglia normalmente la curva Z'_s (D). Con approssimazione lecita, nella massima parte dei casi pratici si può anche qui ritenere che la curva (L′) (L′) sia coin-

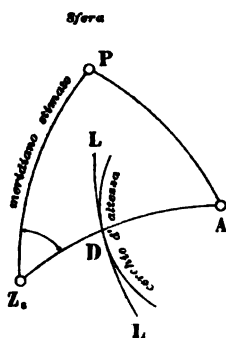
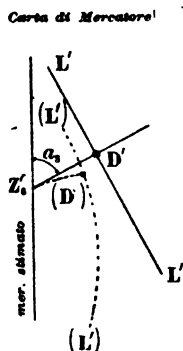



Fig. 122 *a*. Fig. 122 *b*.

cidente colla retta L′L′ condotta per il punto determinativo D′ normalmente alla lossodromia Z'_sD′.

Gli errori provenienti dalle approssimazioni descritte si confondono, generalmente, cogli errori dell'operazione grafica [1].

Si assume quindi come luogo di posizione sulla carta di Mercatore la retta L′L′, la quale chiamasi, come l'analoga linea del piano, *retta di altezza*.

Dalle considerazioni fatte risulta che l'*operazione grafica sulla carta di Mercatore è uguale a quella descritta per il piano* (§ 121), *salvo le seguenti lievi modifiche.*

1°. Sulla carta di Mercatore la direzione a_s dell'azimut stimato si misura orientando il rapportatore su qualunque meridiano della carta (difatti nella carta marina i meridiani sono paralleli fra loro, e non convergenti come sul piano).

2°. La distanza $(h - h_s)$ si misura sulla scala dei primi di latitudine in corrispondenza della latitudine media (giudicata a vista) fra il punto stimato ed il punto determinativo. Giova però ricordare a tale proposito, che la scala delle latitudini (o delle distanze) è

[1] Se la regione che contiene la figura fosse vicina ai poli, gli errori diventerebbero sensibili, ed allora sarebbe necessario ricorrere ai *piani*. Tuttavia fino a che $\varphi < 60°$ si può ritenere che l'impiego della carta nautica, fatto nel modo descritto, dia luògo ad errori inapprezzabili, purchè $h - h_s$ non sia molto grande $< 20'$).

praticamente uniforme per una lunga distesa; pertanto quest'avvertenza circa il modo di misurare la distanza $(h - h_s)$ è di poca importanza e si può concludere che la predetta distanza si potrà misurare *nelle vicinanze* del parallelo stimato.

Riassumendo diremo che, considerando il problema sulla superficie terrestre, e per essa, sulla carta nautica che la rappresenta, gli elementi

$h - h_s$, misurato in primi, ed a_s (quando $h - h_s$ è $+$)

oppure

$h - h_s$, " " " , ed $a_s \pm 180^0$ (" $h - h_s$ è $-$)

sono rispettivamente la *distanza* in miglia ed il *rilevamento* del punto determinativo (punto prossimo della linea di posizione) dal punto stimato e che questa linea di posizione può essere paragonata ad uno dei soliti luoghi rettilinei di posizione (rette di rilevamento di oggetti terrestri, allineamenti) di cui si fa uso così frequente nella navigazione costiera.

Osservazione. — Quando l'altezza osservata sia molto grande e si debbano tracciare delle successive rette di altezza (o disegnare per punti la curva d'altezza), si procederà con metodo identico a quello descritto per il piano (§ 122).

§ 125. **La carta quadrettata.** — Se consideriamo la rappresentazione in proiezione Mercatoriana di una *piccola* regione intorno al punto stimato, quale in realtà ci accade di dover considerare nella massima parte dei casi pratici, possiamo ritenere, senza grave errore, che per tutta la distesa della regione raffigurata, la scala delle distanze sia rigorosamente uniforme, ossia che la lunghezza di 1′ di circolo massimo della sfera locale (miglio), quale è ad esempio 1′ di meridiano, sia rappresentata in ogni punto della carta da un segmento di grandezza costante.

Ciò premesso, supponiamo di avere un foglio sul quale sia disegnato un reticolato di linee rette perpendicolari fra loro ed *equidistanti* (carta quadrettata) come nella fig. 123. Ammessa l'ipotesi semplificativa ora enunciata, ed usando le avvertenze che seguono, questo reticolato può essere assunto a rappresentare, in proiezione di Mercatore, la regione terrestre circostante al punto stimato (Z_s) e, come tale, essere usato per fare il *grafico delle rette d'altezza.*

Poniamo difatti che le rette verticali rappresentino i meridiani equidistanti di 1′ di *longitudine.* In tale ipotesi la scala dei primi di

latitudine (sulla quale si misurano le distanze in miglia) si otterrà conducendo, per l'intersezione di due rette qualsiasi del sistema, una retta (come la Z_sR della fig. 123) la quale formi con le *rette verticali* (meridiani) un angolo uguale alla *latitudine media* della regione che si vuol rappresentare. In pratica conviene porre il punto stimato nel centro del foglio, epperciò il valore φ da considerare per tracciare la Z_sR sarà quello del punto stimato. Le intersezioni della Z_sR con le *linee orizzontali* dividono la Z_sR in tante parti uguali fra loro le quali rappresentano la lunghezza di 1′ di meridiano (miglio). Difatti, per costruzione, ognuno di questi segmenti m sta al lato l dei qua-

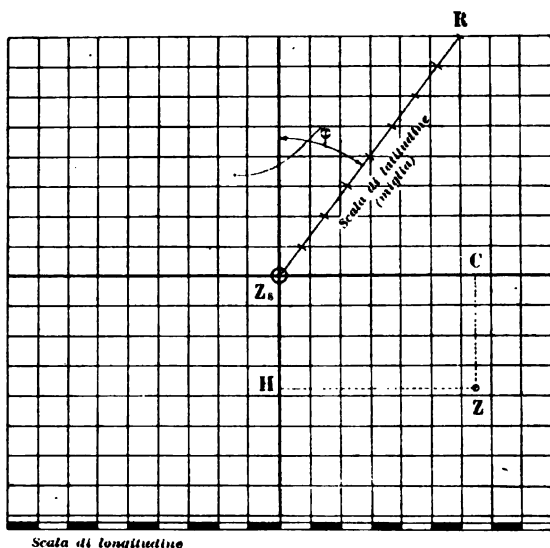



Fig. 123.

dratini (assunto a rappresentare la lunghezza di 1′ di *parallelo*) nel rapporto $\frac{m}{l} = \sec \varphi$ (vedi formula 1 del § 124).

Sulla scala Z_sR (fig. 123 *a*) si misureranno adunque le distanze in miglia $h - h_s$. Se Z sia il punto nave ottenuto con due o più rette d'altezza, le sue coordinate saranno determinate misurando le differenze di latitudine e di longitudine del punto stesso dal punto stimato Z_s. La lunghezza di $ZH = CZ_s$ misurata in unità l (scala di longitudine), dà la differenza di longitudine; la lunghezza di $ZC = HZ_s$, misurata in unità m (scala di latitudine), dà la differenza di latitudine.

È lecito, e noi, anzi, riteniamo preferibile, considerare il reticolato della carta quadrettata con altro criterio.

Se noi assumiamo le linee verticali a rappresentare i *meridiani*, che nei limiti della piccola regione considerata sono *equidistanti di* 1 *miglio*, per naturale conseguenza, le linee orizzontali rappresentano dei paralleli equidistanti di 1′ di latitudine (miglio), ed ogni quadretto

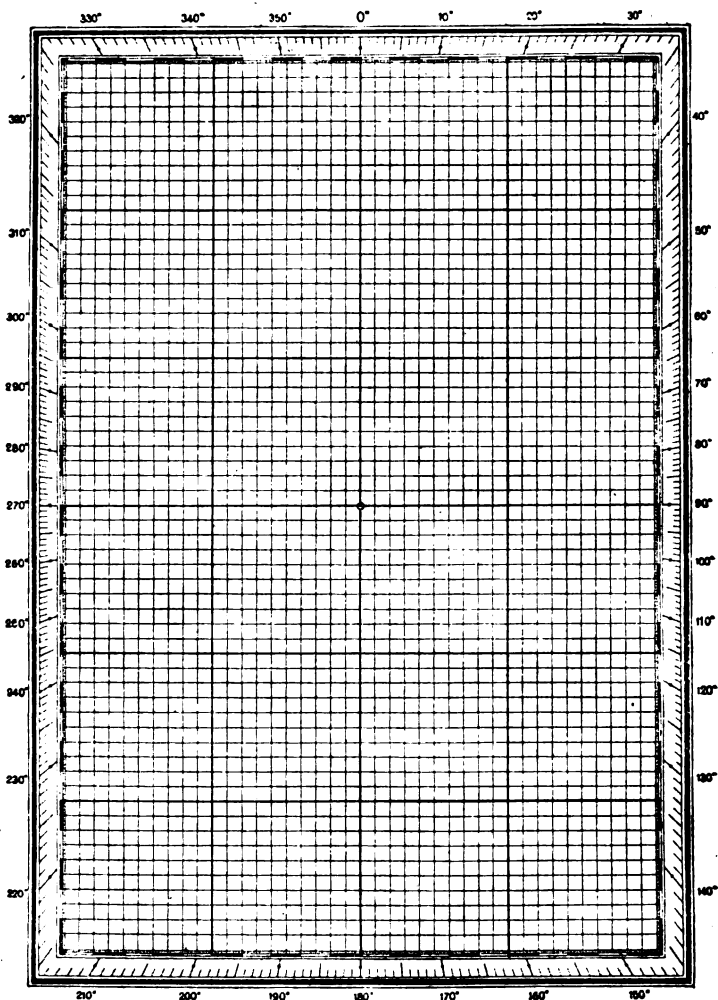



Fig. 124.

della carta corrisponde ad un *miglio quadrato.* In tal modo la carta sarà priva della scala di longitudine, ma potrà ugualmente servire ai nostri scopi operando nel modo seguente (fig. 124).

Le due rette, perpendicolari fra loro, passanti per il centro del

foglio saranno, come prima, assunte a rappresentare il parallelo ed il meridiano del punto stimato; le distanze in miglia saranno misurate indifferentemente sulle linee orizzontali o verticali. Ottenuto il punto nave (ad es. Z) la sua posizione potrà essere individuata, indipendentemente dalle sue coordinate geografiche, mediante il *rilevamento* e la *distanza* $Z_s Z$ dal punto stimato, come si usa spesso per individuare dei particolari punti sulla carta nautica.

Volendo determinare le coordinate φ e λ di Z basterà:

1°) per φ, misurare il numero di *miglia* (equivalenti ai primi di latitudine) comprese nel segmento ZC condotto normalmente ai paralleli (ossia distanza in miglia di Z dal parallelo stimato), e si otterrà così il valore $\Delta\varphi$ della *differenza di latitudine* fra il punto stimato ed il punto nave;

2°) per λ, misurare *in miglia* la lunghezza μ dell'arco di parallelo ZH (ossia determinare il valore del così detto " appartamento [1] " del punto Z dal punto stimato). Da μ si passerà al corrispondente valore $\Delta\lambda$ della *differenza di longitudine*, mediante la nota relazione

$$\Delta\lambda = \mu \sec \varphi.$$

Noi diamo la preferenza a questo secondo metodo, tanto più che usando il primo, quando φ ha valori elevati, si possono, per difetto di graficismo, commettere dei gravi errori nella determinazione della *scala di latitudine.*

Nella fig. 124 è rappresentato un foglio di carta quadrettata atto specialmente alla costruzione dei grafici delle rette d'altezza. Sugli orli è segnata una graduazione che permette di tracciare le direzioni azimutali partendo dal punto centrale del foglio, *il quale si assume sempre a rappresentare il punto stimato.* Con questo dispositivo il grafico può essere fatto senza ricorrere all'uso del " rapportatore " o " cerchio graduato ": basterà possedere una comune parallela a rulli, od anche semplicemente un paio di squadrette per disegno.

§ 126. **Il punto stimato assunto per la determinazione della retta d'altezza.** — Circa il punto stimato (φ_s e λ_s), occorrente per il calcolo e il tracciamento della retta di altezza, è necessario osservare che non ha nessuna importanza e non ha alcun effetto sulla

---

[1] Nella navigazione piana dicesi *appartamento* (od allontanamento) fra due punti Z_1 e Z_2 la distanza in *miglia* fra i meridiani passanti per Z_1 e Z_2 misurata sul parallelo medio fra i punti stessi. Tuttavia quando la differenza di latitudine fra i due punti è piccola (ad es. non superiore a 20′) è indifferente misurare l'appartamento su uno qualunque dei paralleli compresi fra il parallelo di Z_1 e quello di Z_2. Così facendo si trascura la convergenza dei meridiani.

esattezza della determinazione di posizione l'assumere un punto stimato piuttosto che un altro prossimo; pertanto nello stabilire il punto stimato le cui coordinate figurano nel calcolo si può impiegare un metodo speditivo ed approssimato. Ciò posto è manifesto esser conveniente in ogni caso assumere per φ_s e λ_s dei valori espressi con un numero intero di *primi d'arco*, affinchè il calcolo rimanga semplificato. *Però, una volta stabiliti i valori di φ_s e λ_s è necessario che il punto stimato, partendo dal quale si segna sulla carta il punto determinativo della retta d'altezza, corrisponda esattamente a quei valori usati nel calcolo.*

§ 127. **Esempio di determinazione di una retta d'altezza.** — Verso le 8^h30^m antim. del 15 Gennaio 1914 (data civile; il tempo di bordo è regolato sul meridiano 3^h West), in

$$\varphi_s = 30^\circ 10' \text{ N} \qquad \lambda_s = 45^\circ 15' \text{ W Greenwich}$$

si è osservata la seguente altezza del lembo inferiore del Sole

$h_i \underline{\odot} = 17^\circ 40' 50''$ ($\gamma = -1'$; elev. = 8 metri)
$t_0 = 8^h 40^m 35^s$ ($t_c - t_0 = +2^h 52^m 15^s$; $K = +7^m 10^s$).

Determinare la retta d'altezza.

1. — Determinazione delle coordinate orarie del Sole nello zenit stimato e correzione dell'altezza osservata.

Tempi	Elementi delle Effemeridi	Altezza osservata
t_m app. 20^h30^m (14. I)	14. I, $T_m = 22^h$ } ε_m $9^m21^s,1$ (−)	h_i $\underline{\odot}$ 17°40′50″
$-\lambda$ + 3 00		$-\gamma$ + 01
T_m app. 23^h30^m (14. I)	pp. add. 1,5	h_o $\underline{\odot}$ 17 41 50
	ist. oss. ε_m $9^m22^s,6$ (−)	$-i$ − 05 01
t_o $8^h40^m35^s$		h_r $\underline{\odot}$ 17 36 49
$t_c - t_o$ + 2 52 15	14. I, $T_m = 22^h$ } δ_o 21°14′,7 S	$-r$ − 03 02
t_o 11 32 50		h_a $\underline{\odot}$ 17 33 47
K + 7 10	pp. sott. 0,8	$+\sigma$ + 16 17
T_m 23 40 00 (14. I)	ist. oss. δ_o 21°13′,9 S	h_a −☉− 17 50 04
$+\varepsilon_m$ − 09 22,6	p. 111°13′,9	+ par. + 8
T_v 23 30 37,4		h 17°50′12″
$+\lambda_s$ − 3 01		
t_v 20 29 37,4		(N. B. — In pratica si fa uso della correzione complessiva vedi § 91).
P $3^h30^m22^s,6$ Est		

2. — Trasformazione delle coordinate orarie in coordinate azimutali.

$P = 3^h30^m22^s,6$	cos 9,78352	tan 0,11650		cosec 0,09999
$p = 111°13'54''$	tan 0,41060 *n*			cosec 0,03053
$M = 122°36'04''$	tan 0,19412 *n*	sen 9,92553		
$\varphi_s = 30°10'$	07	pp. 1		
$\varphi_s + M = 152°46'04''$	$5 \times 0,3$	sec 0,05102 *n*	cotg 0,28849	
$Z_0 = 128°54'28''$		tan 0,09306 *n*	sec 0,20199	sen 9,89106
		05	pp. 1	
$h_s = 17°54'45''$		$1 \times 0,6$	cotg 0,49049	cos 9,97842
				Prova 0,00000

$a_s = N\ 128°54'28''\ E = 128°54'28''$

3. — Elementi della retta d'altezza.

$$h \quad 17°50'12''$$
$$h_s \quad 17\ 54\ 45$$
$$h - h_s \quad -4'33'' = -4,55.$$

Sono miglia 4,55 da portarsi in direzione opposta ad a_s ($a_s = 128°,9$).

Grafico sulla carta nautica

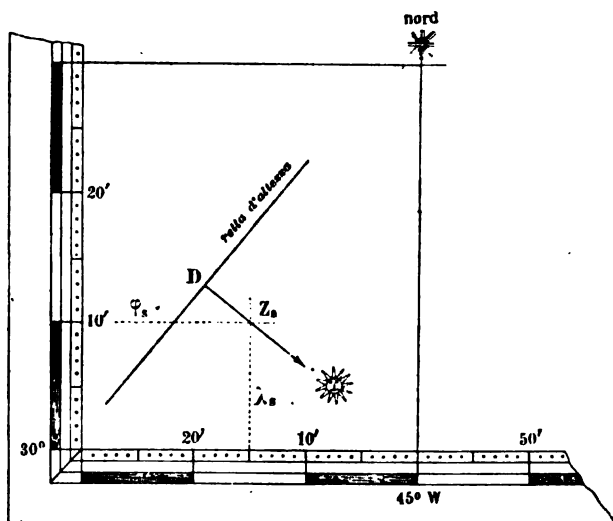



Fig. 125.

N. B. — Nel calcolo di trasformazione abbiamo posto una precisione che non è necessaria nelle ordinarie circostanze di navigazione. Nella pratica, come si vedrà meglio in seguito, sono lecite molte approssimazioni destinate ad abbreviare e semplificare il calcolo.

All'uopo il lettore consulterà i §§ 189 e 190. Nel § 190 si troveranno alcuni esempi di determinazione di rette d'altezza con osservazione di astri diversi.

CAPITOLO XIII

Impiego pratico di una retta d'altezza
Errori della retta d'altezza

---

§ 128. **Trasporto della retta d'altezza.** — La retta d'altezza, ottenuta nei modi descritti nel precedente capitolo è un luogo di posizione dell'osservatore nell' istante in cui è avvenuta l'osservazione. I metodi della navigazione stimata ci permettono di determinare, per mezzo del *trasporto* di essa retta, un luogo di posizione corrispondente ad un istante posteriore (od anche, eventualmente, anteriore). È inutile far notare i vantaggi che in tal guisa può avere il navigante che è un osservatore essenzialmente mobile.

In quanto segue noi supporremo che i movimenti dell'osservatore avvengano in una regione limitata della Terra come quella rappresentata sul piano, ed all'uopo ricorderemo quanto fu detto nel § 123 del precedente capitolo.

Distinguiamo il caso della retta d'altezza sul *piano* (§ 121) e quello della retta d'altezza sulla carta *nautica* (§ 124).

Fig. 126.

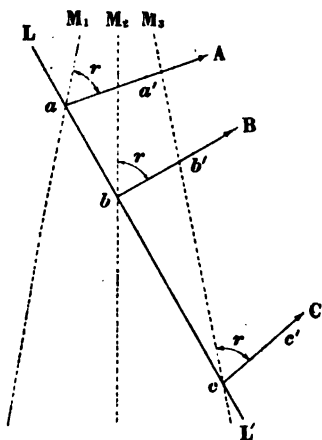
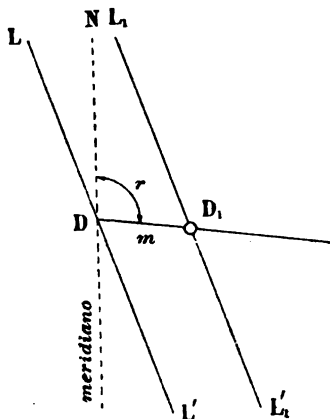
Sul piano. — Sia (fig. 126) LL′ la retta ottenuta direttamente dall'osservazione. La nave nell'istante d'osservazione si trova in un punto della LL′; perciò dopo aver fatto un determinato cammino si troverà in un punto della linea che si ottiene spostando ogni punto della LL′ del cammino percorso nell'intervallo. Questo cammino, praticamente definito dalla *rotta*, dalla

velocità stimata e dal tempo trascorso, è una linea *lossodromica* [1] od, eventualmente, una spezzata composta di più linee lossodromiche. Per semplicità supponiamo sia una lossodromica unica. La lossodromia è rappresentata nel *piano* da una curva. Difatti nel *piano* i meridiani sono rappresentati da rette convergenti ad un punto e gli angoli sono riprodotti *senza deformazione sensibile*, ed è noto dalla geometria che la linea la quale taglia un fascio di rette convergenti sotto un angolo costante è una *spirale logaritmica*. Un esempio molto evidente di curva lossodromica nel piano si ha nell'unita fig. 127 dove è disegnato il piano della regione prossima al polo. Nelle regioni ordinariamente frequentate dalle navi ($\varphi < 60^0$) la convergenza dei meridiani è molto piccola, pertanto *se il cammino è breve* la lossodromia del piano ha una curvatura poco sensibile. Appare quindi giustificato supporre che nel piano la lossodromia percorsa dalla nave coincida per buon tratto con la sua tangente nel punto di partenza, ossia con la retta che forma colla direzione Nord del meridiano di partenza un angolo uguale alla rotta della nave. Ammessa questa approssimazione, sieno (fig. 126) LL' la retta d'altezza da trasportare, r la rotta della nave ed m il cammino percorso; sieno inoltre a, b, c le intersezioni di questa retta con tre meridiani qualunque M_1, M_2, M_3. Per trasportare il punto a si dovrà tracciare la aA che forma l'angolo r col meridiano M_1, e su di essa portare il segmento $aa' = m$; per trasportare b dovrò tracciare la bB tale che $M_2 b B = r$ e segnare su di essa b', essendo $bb' = m$, e così via. Le rette aA, bB e cC, per cagione della convergenza dei meridiani (che sulla figura è stata appositamente esagerata) sono diversamente inclinate sulla retta LL', e perciò i punti $a'b'c'$ non risultano in linea retta. È facile vedere che, per questo motivo, il trasporto di tutti i punti di LL' dà luogo ad una linea di posizione che non è più una retta, bensì una curva. Però, essendo piccola la convergenza dei meridiani, si può ritenere che aa', bb', cc', ecc., sieno sensibilmente parallele fra

Fig. 127.

[1] Lossodromia è la linea che taglia i meridiani sotto un angolo costante. È pertanto una lossodromia la linea percorsa dalla nave che governa con rotta costante.

loro e che perciò nelle latitudini più frequentate la retta trasportata dia luogo, nei limiti assegnati al piano, ad un'altra retta sensibilmente parallela alla iniziale. In pratica, adunque, si usa trasportare solamente il punto determinativo D (fig. 128) tracciando per D la retta che forma con la sua linea meridiana ND l'angolo r eguale alla rotta della nave, e portando su di essa il segmento $DD_1 = m$ nel senso della rotta. Per il punto D_1 si conduce la $L_1L'_1$ parallela a LL'. Il *cammino* m *espresso in miglia si misurà sulla scala dei primi di latitudine sopra un meridiano qualunque del piano.*

Fig. 128.

Questo modo di procedere è giustificato non solo dalla convenienza di fare una costruzione semplice e del tutto analoga a quella che si fa sulle ordinarie carte nautiche per tracciare le rotte, quanto dalla considerazione che un eccesso di precisione diventa illusorio di fronte agli errori non piccoli di cui sono affetti gli elementi della stima. Volendo procedere con maggior precisione [1], invece della tangente del punto di partenza, si considera la corda della curva lossodromica percorsa e si ritiene che l'una si confonda con l'altra. Così facendo, il punto di arrivo, che corrisponde ad un dato cammino lossodromico, si ottiene tracciando un segmento di retta lungo quanto il considerato cammino lossodromico e formante l'angolo di rotta lossodromica col *meridiano medio* fra il punto di arrivo ed il punto di partenza.

Questo meridiano medio può essere identificato *a vista* con grossolana approssimazione, data la debole convergenza dei meridiani e le limitate esigenze del graficismo. Quando si adotti questo procedimento più preciso, il trasporto nel piano di una retta d'altezza si effettua nel seguente modo:

1°. Per il primitivo punto determinativo della retta d'altezza si traccia la rotta dèlla nave misurandola sul meridiano *medio* fra il punto determinativo primitivo ed il punto determinativo trasportato.

2°. Per ottenere il punto determinativo trasportato, dal punto determinativo primitivo si porta una distanza in miglia uguale al cammino della nave.

---

(1) Nelle latitudini molto elevate è necessario procedere in questo modo.

3°. Finalmente si ottiene la desiderata retta d'altezza trasportata, tracciando pel punto determinativo trasportato una retta parallela alla retta d'altezza primitiva. Come si vede i due procedimenti differiscono solamente nel modo di tracciare la rotta [1].

SULLA CARTA NAUTICA (MERCATORE). — Sulla carta di Mercatore il cammino lossodromico è rappresentato rigorosamente da una retta.

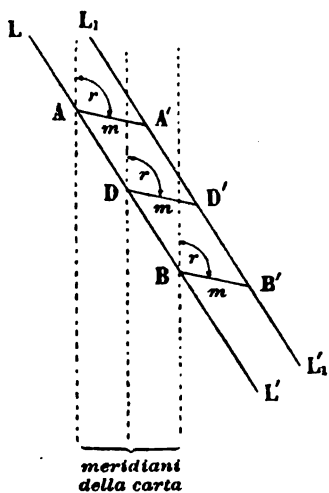



Fig. 129.

Nella fig. 129 è disegnato il trasporto della retta LL' per il cammino m e la rotta r. I segmenti AA', DD', BB', che rappresentano rispettivamente il trasporto dei punti A, D, B della retta d'altezza sono paralleli fra loro (non così nel piano come si è notato poc'anzi); ma le loro lunghezze sono, a tutto rigore, differenti, dovendo rappresentare ugual numero di miglia a latitudini diverse [2].

Tuttavia nella pratica, essendo la scala delle latitudini (vedi § 124) sensibilmente uniforme per una lunga distesa, è lecito considerarli di lunghezza costante. Ne segue che la retta trasportata $L_1L'_1$ è parallela alla retta primitiva LL'. Pertanto il trasporto di una retta d'altezza sulla carta di Mercatore si esegue nel modo seguente.

1°. Per il primitivo punto determinativo della retta d'altezza si traccia la rotta stimata misurandola da un qualunque meridiano della carta.

2°. Per ottenere il punto determinativo trasportato, dal punto determinativo primitivo, si porta una distanza in miglia uguale al cammino stimato. Questa distanza si misura sulla scala dei primi di latitudine in corrispondenza del parallelo medio fra il punto determinativo ed il punto determinativo trasportato (il detto parallelo medio può essere identificato a vista con grossolana approssimazione).

3°. Si ottiene la desiderata retta d'altezza trasportata, tracciando pel punto determinativo trasportato una retta parallela alla retta di altezza primitiva.

(1) L'approssimazione ottenuta con questo mezzo di trasporto è grande. La relativa discussione è ampiamente svolta da pag. 28 a pag. 37 della già citata opera. ALESSIO, *Sulla teoria e la pratica della nuova navigazione*.

(2) Solo nel caso particolare in cui la retta d'altezza è coincidente con un parallelo della carta, le lunghezze dei cammini AA'BB' sono uguali.

§ 129. **Impiego pratico di una retta d'altezza - Sua combinazione con linee di posizione terrestri per ottenere il punto nave.** — Nella pratica della navigazione il più utile impiego di una retta d'altezza *isolata* si fa tracciandola sulla *carta nautica* (Mercatore) anzichè sul *piano* che è una carta muta. Nella carta di navigazione, essendovi riprodotte tutte le particolarità della superficie terrestre (coste, pericoli, fondali), la linea di posizione ottenuta può in molti casi servire, da sola ed immediatamente, come norma per la condotta della navigazione. Un altro vantaggio della carta nautica è che, eventualmente, una retta d'altezza si può subito combinare con *linee di posizione terrestri*, quali sarebbero i rilevamenti di oggetti terrestri osservati alla bussola, le linee di ugual profondità del mare (linee isobate) ecc.

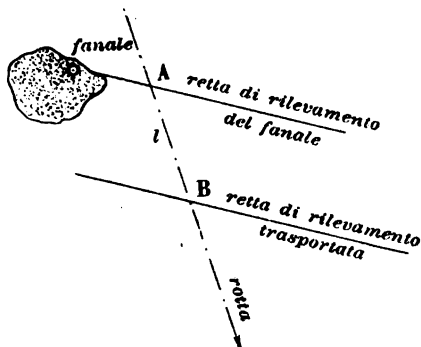
Ad esempio, per ottenere il *punto nave* in vista di un punto terrestre cospicuo, si può combinare una retta d'altezza col rilevamento (rettilineo) di esso punto.

Se le due osservazioni (astronomica e terrestre) non sono simultanee si porterà uno dei luoghi rettilinei all'istante della seconda osservazione: il punto d'incontro della prima linea di posizione *trasportata*, con la seconda darà il punto nave nell'istante della seconda osservazione.

Fig. 130.

È difatti evidente che le linee di posizione terrestri, di qualunque forma esse sieno (rettilinee, circolari, di forma irregolare ecc.). si possono anch'esse *trasportare* sulla carta nautica, spostando tutti i loro punti per il cammino percorso dalla nave.

Per il trasporto di un luogo rettilineo (retta di rilevamento, allineamento ecc.) si procede con metodo simile a quello descritto per le rette d'altezza. Si traccia (fig. 130) per uno qualunque A dei suoi punti una retta che ha la direzione della rotta, e si porta su di essa a partire dal considerato punto della linea di posizione, una lunghezza l uguale a tante miglia quante ne ha percorse la nave. Per il punto trasportato B si traccia infine una retta parallela alla retta di posizione primitiva.

Per il trasporto dei luoghi circolari basta evidentemente spostare il centro facendogli percorrere una rotta parallela a quella

della nave, e poscia descrivere il cerchio sul centro così trasportato. (Ricordiamo che i luoghi circolari si possono ottenere ad esempio con la misura della distanza di un oggetto noto, oppure con la misura della differenza d'azimut fra due oggetti noti).

Quando il fondo del mare non sia uniforme, ma presenti dei rilievi spiccati e caratteristici, come accade al passaggio sopra i banchi o con l'avvicinarsi alla costa, si può ottenere una linea di posizione per mezzo dello scandaglio; infatti la profondità determinata con accuratezza individua in tal caso una linea di posizione rappresentata dalla *linea isobata* (generalmente di forma irregolare) corrispondente alla profondità determinata; tagliando questa linea con una retta di altezza si ottiene la posizione della nave.

Il trasporto di una linea irregolare di tal fatta si potrebbe fare nel seguente modo:

1° trasportare uno qualunque dei suoi punti;

2° avendo copiata la linea sopra un foglio di carta o di tela lucida, disegnare per il punto trasportato una linea eguale alla primitiva ed ugualmente orientata rispetto ai meridiani della carta.

Tuttavia giova notare che, in questa circostanza, è più conveniente trasportare la linea di posizione rettilinea (retta d'altezza) all'istante in cui si è determinata la linea di posizione irregolare. Pertanto *se l'osservazione d'altezza ha seguito quella di scandaglio*, si fa il trasporto della retta d'altezza per un cammino m uguale e contrario a quello della nave, ed il punto ottenuto si riferisce all'istante in cui si è misurata la profondità.

In ogni caso è necessario notare che i due luoghi (astronomico e terrestre) così utilizzati non possono dare il punto con precisione se si tagliano sotto un angolo molto acuto perchè un errore nella loro posizione, prodotto da eventuali errori di osservazione, di calcolo, o di graficismo, farebbe avvenire l'intersezione in un punto lontano da quello effettivamente occupato dalla nave.

Pertanto, considerando la proprietà fondamentale della linea astronomica di essere normale al verticale di osservazione, si trae la norma che per ottenere un buon punto *è necessario fare l'osservazione astronomica in direzione azimutale per quanto è possibile parallela alla direzione della linea di posizione terrestre.*

Osservazione. — Gli enumerati vantaggi della *carta nautica* in confronto del piano riguardano soltanto la semplicità, e, soprattutto, la rapidità delle operazioni. Sotto l'aspetto dell'esattezza dei risultati il piano è indubbiamente superiore alla carta. D'altra parte è interessante notare che, avendo tempo e

volontà di farlo, nulla vieta di segnare sul piano, appoggiandosi al reticolato dei meridiani e dei paralleli, i punti terrestri più cospicui della regione in esso rappresentata.

All'uopo basta determinare, rilevandole dalla carta nautica o da altri documenti, le coordinate geografiche dei punti considerati. Allora le linee di posizione terrestri possono tracciarsi sul piano come sulla carta.

§ 130. Norme per la condotta della navigazione con l'impiego di una retta d'altezza isolata - Rette di velocità e rette di direzione. — Spesso, indipendentemente da qualsiasi combinazione con osservazioni terrestri, una retta d'altezza isolata può essere sufficiente per la sicura condotta della navigazione.

Allorquando, per citare un esempio tipico, la nave si trova presso una linea di pericoli sensibilmente rettilinea (fig. 131), la determinazione di una retta di posizione parallela a quella linea fa subito conoscere la distanza alla quale si naviga dai pericoli. Determinando la retta d'altezza LL′ non si sa in qual punto di essa si trovi la nave, ma può essere sufficiente di sapere che essa si trova su uno dei punti di questa retta perchè allora si sa a quale distanza si è dal pericolo.

linea di pericoli

L

L′

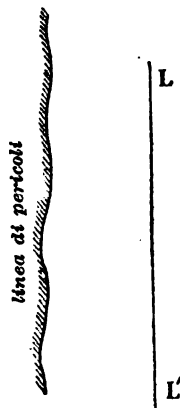



Fig. 131.

In casi molto frequenti, quando la nave segue una data rotta basta, per la sicurezza della navigazione, sapere se la nave si trova sulla rotta segnata sulla carta, oppure se il cammino reale percorso dalla nave nel senso della rotta è maggiore o minore di quello stimato; nel primo caso si tratta di determinare lo *scarto laterale* della nave, e per raggiungere l' intento basta determinare una retta di posizione parallela alla rotta (osservazione di astro al traverso della nave); nel secondo caso si tratta di determinare una retta di posizione perpendicolare alla rotta (osservazione di astro verso prora o verso poppa). Per questo motivo le osservazioni fatte al traverso nave si possono chiamare *osservazioni di direzione*, e quelle fatte verso prora o verso poppa si possono chiamare *osservazioni di velocità*, e le rette d'altezza relative, *rette di direzione* e *rette di velocità* [1].

---

[1] Questa nomenclatura fu introdotta dal Com.te Marq S.t Hilaire in un interessante studio pubblicato nella « Revue Maritime » dell'Ottobre 1873 (Tomo 39, pag. 53). In questo studio il S.t Hilaire tratta per la prima volta e con particolare genialità dei molteplici usi di una retta d'altezza isolata e della combinazione di linee di posizione astronomiche con linee terrestri.

Dovendosi *atterrare* sopra un punto con una data rotta, o dovendo passare in mezzo a due pericoli (fig. 132) con una rotta PP′ mediana ai pericoli stessi ed avente direzione determinata, quando si crede di essere prossimi a dover prendere quella rotta, può bastare la determinazione di una retta di posizione parallela a quella particolare rotta. A tale scopo si osserva l'altezza di un astro il cui azimut sia normale alla direzione della prefissa rotta e ricavatane la retta d'altezza LL′ si percorre il cammino *m*, e poi si prende la rotta parallela alla PP′ sulla quale certamente si trova la nave *per quanto possono permetterlo gli errori di osservazione e di stima nel determinare il percorso* m.

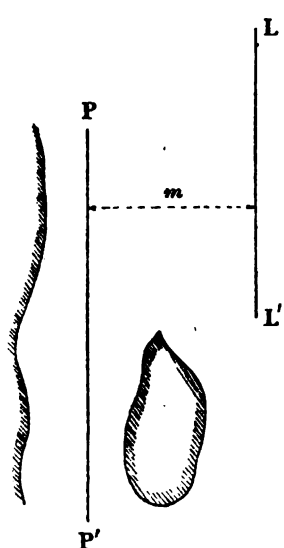



Fig. 132.

Si possono moltiplicare gli esempi. Qui basti avvertire che il navigante accorto e diligente è quasi sempre in condizione di trarre preziose indicazioni mediante la conoscenza di un solo luogo di posizione.

Osservazione. — Le rette d'altezza ottenute con l'osservazione del *Sole*, le quali, per necessità, sono determinate isolatamente, trovano il loro più logico impiego nei casi considerati in questo paragrafo.

Sono sovrattutto utili quando sieno osservate in modo da poter servire come *rette di direzione o di velocità*. All'uopo bisogna cogliere l'istante in cui il Sole è al traverso oppure di prora o di poppa. Quando il Sole si trova in una di queste posizioni, il buon ufficiale di rotta non dovrà mai perdere l'occasione di *controllare* con l'osservazione astronomica la rotta o la velocità della propria nave.

Esempio ([1]). — Il mattino del 24 Ottobre 1916 la nave « Vega » proveniente dal Sud, trovandosi all'imboccatura del Rio de la Plata vuol raggiungere Montevideo. La sua velocità oraria è di miglia 12, e la rotta *vera* è per Nord. L'atterraggio richiede molta attenzione dovendo passare in vicinanza dei banchi « Francese », « Astrolabio » ed « Inglese » (vedi cartina fig. 133).

Alle 7^h10^m antim. (ora di bordo), in $\varphi_s = 35°57'$ Sud, λ_s 55°25′ W Greenwich, avendo il Sole al traverso a dritta (azimut del Sole 90° circa), si osserva un'altezza di questo astro e si determina la retta d'altezza coi seguenti risultati: $h - h_s = -3',7$, $a_s = 89°50'$. La nave è quindi *scostata* sulla sinistra della rotta stimata di miglia 3′,5, e la retta ottenuta (retta di direzione) rappresenta la rotta effettivamente seguita dalla nave. Dalla carta si vede che questa

([1]) Riprodotto con lievi modifiche dall'opera *Wrinkles in practical Navigation*, del Captain Lecky.

rotta è libera dai pericoli, e pertanto si continua a governare al Nord, colla precauzione di fare frequenti scandagli per assicurarsi che la corrente non faccia scadere la nave sui banchi situati a ponente della rotta.

Alle 10 antim. si avvista terra ed alle 11 si riconosce il monte « Pan de Azucar », rilevandolo per 30° veri. Una retta d'altezza di Sole osservata in direzione azimutale pressochè coincidente con quella del monte determina, col predetto rilevamento un ottimo punto, controllato anche dallo scandaglio (braccia 11, 1/2 — fango). Da questo punto si può dirigere per l'atterraggio all'isola Flores, in franchia d'ogni pericolo.

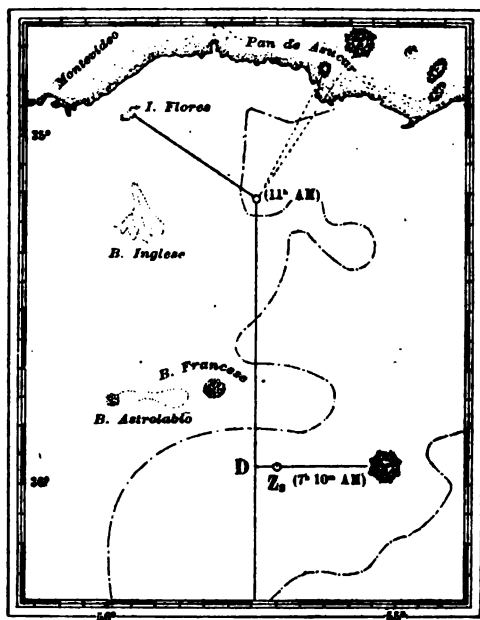



Fig. 133.

OSSERVAZIONE. — Veggasi anche, per esempio, l'atterraggio di Sumner nel § 192 (fig. 175).

§ 131. **Errori del cerchio d'altezza.** — Per causa degli inevitabili errori di cui sono affetti gli elementi determinativi del cerchio di altezza, il luogo di posizione che noi otteniamo sul globo geografico non è coincidente con quello ideale che si avrebbe qualora tutti gli elementi fossero esatti. Perciò, in generale, il *vero punto d'osservazione* è esterno od interno al cerchio ottenuto e ad una distanza da esso più o meno grande.

La posizione del cerchio d'altezza sul globo geografico è determinata da quella del centro del cerchio medesimo e dalla grandezza del suo raggio sferico. Pertanto si possono distinguere:

1° un errore dovuto alla errata posizione del punto astrale;

2° un errore prodotto dall' imperfetta misura dell'altezza.

La posizione del punto astrale è definita dalle sue coordinate φ_a e λ_a ($\varphi_a = \delta$; $\lambda_a = -$ T, oppure $24^h -$ T). La declinazione è sempre determinata con sufficiente esattezza anche quando (trattandosi di astri erranti) l'ora del 1° meridiano sia nota con scarsa precisione. Rimane quindi a considerare soltanto l'errore su λ_a ovvero su T. Il valore di questa coordinata ci è dato dal cronometro per mezzo dell'ora T_m, ed un errore in questa quantità si riproduce pressochè inalterato su T.

Sia ϑ l'errore dell'ora del 1° meridiano data dal cronometro; in altri termini se T_m è l'ora esatta e T'_m quella errata, sia

$$T'_m = T_m + \vartheta.$$

L'ora dell'astro T' corrispondente all'ora errata T'_m, si ottiene dalla relazione fondamentale

$$T' = T'_m + \alpha'_m - \alpha',$$

dove α'_m ed α' sono riferiti all' istante T'_m.

All'ora esatta T_m corrisponde un valore esatto T dato dalla

$$T = T_m + \alpha_m - \alpha,$$

dove α_m ed α si riferiscono all' istante T_m, separato da T'_m dell' intervallo medio ϑ.

Poichè ϑ è sempre molto piccolo è lecito supporre che sia sensibilmente $\alpha_m = \alpha'_m$ ed $\alpha = \alpha'$ e quindi

$$\alpha_m - \alpha = \alpha'_m - \alpha',$$

e pertanto si può praticamente ritenere che si abbia

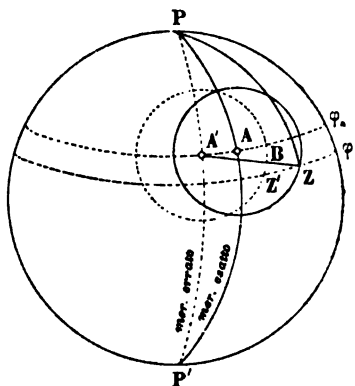
$$T' - T = T'_m - T_m = \vartheta.$$

Tenuto conto del senso secondo il quale si conta la coordinata T, si vede subito che, quando l'errore ϑ è positivo, il punto astrale errato viene situato a ponente della posizione esatta, essendone scostato in longitudine di un arco di ampiezza ϑ.

Lo spostamento predetto del punto astrale produce un identico spostamento in *longitudine* di tutti i punti del cerchio d'altezza creato dall'osservazione. Difatti il cerchio è, per così dire, rigidamente legato al meridiano del punto astrale e pertanto il movimento di questo lungo il parallelo, ha per effetto di far ruotare tutti i punti del cerchio dello stesso angolo intorno all'asse polare. Per esempio, il punto Z (fig. 134) è trasportato in Z′ percorrendo l'arco di parallelo ZZ′, la cui ampiezza è uguale a quella dell'arco di parallelo AA′. Se ϑ è misurato in secondi di tempo, l'*ampiezza* dell'arco ZZ′, espressa in primi di arco, è

$$\frac{\vartheta^s}{4} \quad (1^s = 1/4 \text{ di } 1').$$

Fig. 134.

Poniamo che Z sia l' incognito punto nave e sia φ la sua latitudine. Conduciamo l'arco di circolo massimo ZA′; esso incontra normalmente il cerchio d'altezza errato in B.

Consideriamo il triangoletto ZZ′B che per la sua piccolezza, si può ritenere piano. Esso è rettangolo in B, e l'arco di parallelo ZZ è l' ipotenusa, la quale, misurata in primi di cerchio massimo è uguale a

$$\frac{\vartheta^s}{4} \cos \varphi.$$

D'altra parte

$$Z'ZB = PZZ' - PZA'.$$

Ora

$$PZZ' = 90^0,$$

ed inoltre PZA′ è l'angolo azimutale di A′ in Z che, per le relazioni (10) del § 31, possiamo ritenere sensibilmente uguale a PZA ossia all'angolo azimutale di osservazione (¹).

Pertanto

$$Z'ZB = 90^0 - Z.$$

(¹) Ponendo nella (10) del § 31, $|P| = |\vartheta|$, e $\Delta\delta = \Delta\varphi =$ zero, si ha

$$\Delta Z_{max} < \left| \frac{\vartheta}{\cos h} \right|.$$

Se h non è grandissima $\left| \frac{\vartheta}{\cos h} \right|$ è quantità molto piccola.

Si conclude che la lunghezza di ZB misurata in primi di cerchio massimo (ossia in miglia) è uguale a

$$(1) \qquad \frac{\vartheta^s}{4} \cos\varphi \times \cos(90^\circ - Z) = \frac{\vartheta^s}{4} \cos\varphi \text{ sen } Z.$$

ZB è la distanza del vero punto d'osservazione dal cerchio di altezza ottenuto, misurata normalmente al cerchio medesimo, e noi l'assumeremo come misura dell'errore della linea di posizione dovuta all'errore del cronometro.

Consideriamo ora l'effetto di un errore nell'altezza osservata. È chiaro che questo errore si riproduce interamente nel raggio sferico del cerchio d'altezza. E più precisamente un errore negativo su h aumenta il raggio ed un errore positivo lo diminuisce.

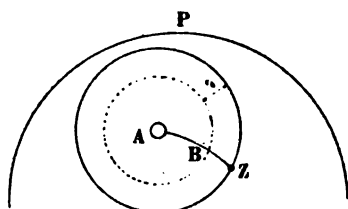



Fig. 135.

La differenza di raggio ε_h, risultante dall'errore sull'altezza, è causa che il vero punto d'osservazione Z (fig. 135), situato sul luogo di posizione esatto, sia distante dal cerchio d'altezza corrispondente alla misura errata, dell'arco (di circolo massimo) $ZB = \varepsilon_h$, ossia di tante miglia quanti sono i primi che misurano l'errore. Ecco determinato l'errore del luogo di posizione dovuto alla imperfetta misura dell'altezza.

È molto interessante notare che l'*errore del cronometro e quello dell'altezza influiscono sulla posizione del cerchio d'altezza in due modi assolutamente indipendenti fra loro.*

§ 132. **Errore della retta d'altezza dovuto al cronometro.** — La discussione del precedente paragrafo ci ha dimostrato che l'errore del cronometro produce un errore di ugual grandezza sulla longitudine di ogni punto del luogo di posizione ottenuto mediante l'osservazione. *Donde l'importante conseguenza che, ove il luogo ottenuto coincida col parallelo (come accade allorchè l'osservazione è fatta nella direzione del meridiano) l'errore del cronometro non ha nessuna influenza, e che invece, a parità di altre condizioni, l'influenza è massima quando la linea coincide col meridiano (osservazione fatta nel 1° verticale).*

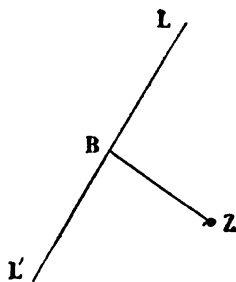



Fig. 136.

Dalla medesima discussione abbiamo imparato a misurare in *miglia* la distanza che separa il vero punto nave Z (fig. 136) dalla linea di

posizione LL (retta d'altezza) affetta dall'errore di cronometro ϑ^s. Questa distanza (ZB), misurata normalmente alla retta è quella che chiameremo propriamente *errore della retta dovuto al cronometro*, ed il suo valore è

$$\boxed{\frac{\vartheta^s}{4} \cos \varphi \text{ sen } Z \text{ (miglia)}}\ .$$

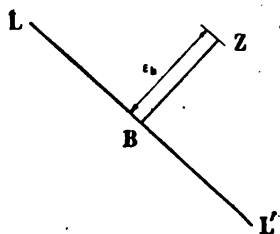
La quale espressione ci dice che, a parità di altre condizioni, l'errore è tanto minore quanto più alta è la latitudine d'osservazione. Difatti il fattore cos φ, diminuisce col crescere di φ. Donde la notevole conclusione che, *nei riguardi della sicurezza di navigazione, l'errore del cronometro ha minore importanza nelle alte latitudini che non nelle basse.*

Secondo l'autorevole opinione di A. de Magnac, si può ritenere che con un buon sistema di cronometri, l'errore dell'ora cronometrica possa assai di rado raggiungere il valore di 1^s per ogni giorno trascorso dall'ultima determinazione di correzione assoluta. In base a questo dato e con la (1) noi potremo, in condizioni normali, formarci un criterio sulla grandezza dell'errore di cui può essere affetta una retta d'altezza per causa del cronometro.

§ 133. **Errore della retta dovuto all'inesatta misura dell'altezza.** — I risultati della discussione fatta nel § 131 ci dimostrano che, per effetto di un errore di grandezza $|\varepsilon_h|$ sull'altezza osservata, la retta ottenuta dista dal vero punto nave (fig. 137) di tante miglia quanti sono i primi che misurano ε_h. Possiamo anche vederlo direttamente considerando che l'errore ε_h su h si riporta interamente sulla differenza $(h - h_s)$ ossia nella distanza fra il punto stimato e la retta d'altezza ottenuta. Ed è anche manifesto che *un errore positivo dell'altezza produce uno spostamento della retta verso il punto astrale, e che un errore negativo è cagione di uno spostamento in senso opposto.*

Fig. 137.

La quantità $|\varepsilon_h|$ espressa in primi, misura adunque la distanza ZB in miglia, ossia l'*errore della retta dovuto ad una imperfetta misura dell'altezza.*

Nei §§ 93 e segg. abbiamo ampiamente discorso degli errori sull'altezza osservata, ed anche, eventualmente, della grandezza che possono assumere.

È opinione di provetti osservatori (1) che, nelle circostanze ordinarie di navigazione, gli errori dell'altezza, riuniti, possono ammontare a 2 o 3 primi. Talvolta raggiungeranno il valore 4′ o 5′. Con depressioni eccezionalmente anormali potranno elevarsi a 15′ e più. In nessun caso si potrà essere sicuri che un'altezza osservata all'orizzonte marino sia esatta a meno di 1′.

Il T. di V. Alessio nell'opera spesso da noi citata distingue molto opportunamente fra la grandezza degli errori accidentali e quella degli errori sistematici. In base ai risultati di moltissime osservazioni eseguite, l'Alessio esprime la fondata ed autorevole opinione (2) che l'errore accidentale delle altezze osservate (dedotte da una serie di tre altezze) è, per un osservatore ordinario, inferiore a $\pm 1'$. E del più importante e temibile fra gli errori sistematici, cioè di quello dipendente dalla depressione, dice (3);

" Al navigante non riesce difficile, in pratica, assegnare dei limiti all'errore sistematico tenendo conto delle speciali circostanze meteorologiche e delle speciali regioni nelle quali si trova. Lo scrivente ha potuto constatare in una campagna di circumnavigazione, nella quale furono percorse in diversi mari circa 60,000 miglia con la velocità oraria di miglia 9 (il che corrisponde a circa 277 giorni di navigazione) che in circostanze normali il valore dell'errore sistematico non supera $\pm 1'$ o $\pm 2'$..... Due sole volte in circostanze palesemente eccezionali (presso Adelaide e presso Yokohama) furono constatate depressioni eccezionalissime di 30′, 40′ e più. Nel Mar Rosso ed in altri mari si osservano con una certa frequenza depressioni eccezionali: in località come queste nulla si può dire a *priori* con sicurezza del valore dell'errore sistematico ".

Come si vede le opinioni dei varî autori sono complessivamente concordanti e pertanto ci possono servire di norma nel giudicare dell'errore di cui può essere affetta la retta d'altezza per causa di un errore d'osservazione.

§ 134. **Errore di una retta dovuto all'errore della stima nel trasporto.** — Gli elementi della *stima*, usati per fare il trasporto di una retta, possono essere affetti da errore.

Siano N (fig. 138) il punto di partenza, N′ quello d'arrivo, dedotto dalla stima errata, ed N″ il punto d'arrivo esatto. Il percorso N″N′

(1) Villarceau et Magnac, *Traité de Navigation pratique*, pag. 153.
(2) Alessio, *Sulla teoria e la pratica*, ecc., pag. 90.
(3) Id. id., pagg. 74 e 75.

rappresenta l'errore s della stima. Esso è dovuto alla inesatta conoscenza della velocità della nave, alle imperfette indicazioni della bussola, ed infine alle varie azioni delle correnti, dei venti, ecc.

Fig. 138.

Ciò premesso, consideriamo il conseguente errore di una retta trasportata. Sia LL la retta (fig. 139) ottenuta dall'osservazione; per effetto del trasporto, eseguito con i dati della stima, il punto determinativo trasportato cadrà in D′, invece che in D″, come si avrebbe se il cammino fosse noto con esattezza, ed in luogo della L″L″, si otterrà la retta L′L′ ambedue essendo parallele alla LL.

L'errore s si scompone in due parti: l'una, MD′, nel senso perpendicolare alla retta; l'altra, MD″, nella medesima direzione della retta. Evidentemente, quest'ultima non ha alcun effetto sulla posizione della retta trasportata, mentre la seconda rappresenta l'*errore della retta trasportata dovuto all'errore s di stima.*

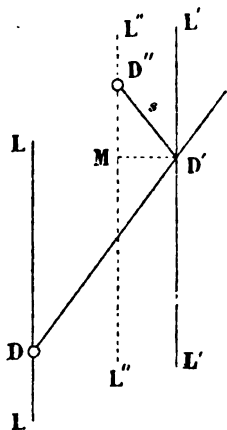
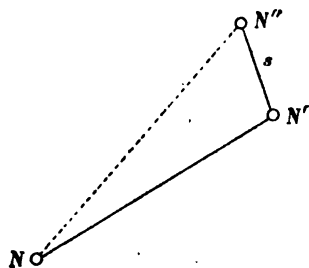



Fig. 139.

È noto che, *in circostanze ordinarie* di navigazione, per fissare i così detti *limiti di sicurezza* del punto stimato, è consigliato di assumere per l'errore temibile di stima s il valore di 1 miglio, per ogni ora di navigazione. In molti casi questo valore è forse troppo forte ma d'altra parte è difficile assegnare un valore per tutte le circostanze. È invece abbastanza facile apprezzarlo caso per caso tenendo conto della qualità della nave, del luogo, del mare, del tempo, della corrente.

Talvolta in determinati luoghi, tenendo conto delle circostanze meteorologiche o di quelle di marea o di altre esistenti o preesistenti, accade invece di non poter conoscere l'*intensità* di una data corrente o l'effetto di deriva prodotto dal mare e dal vento, ma si conosce la *direzione* della corrente e della *deriva.* Poniamo che in siffatta circostanza si faccia il trasporto di una retta la cui direzione sia la medesima della corrente, della deriva ecc. È manifesto che l'errore di stima prodotto dalle cause predette non produce alcun errore sulla posizione della retta trasportata, essendo nulla, per definizione, la

sua componente nel senso perpendicolare alla retta. Donde la seguente regola pratica:

" Perchè la retta d'altezza sia indipendente dagli errori di tra-
" sporto dovuti all'azione della corrente o del vento, ecc..., di cui
" si conosce la direzione (non la velocità ed, eventualmente, neppure
" il senso), basta che la retta stessa sia parallela a questa direzione
" od, in altri termini, che l'*azimut di osservazione sia perpendicolare*
" *alla corrente*, *al vento*, ecc. ".

CAPITOLO XIV

Il punto nave ottenuto con due rette d'altezza

---

§ 135. **Generalità.** — Col punto d' incontro di due rette d'altezza simultanee [1] si determina, astronomicamente, il *punto nave*. L'analogia di questa determinazione con quella che si ottiene nella navigazione costiera mediante l' incontro di due *rette di rilevamento* è perfetta.

Allorquando un certo intervallo di tempo è trascorso fra la prima osservazione d'altezza e la seconda, e la nave nel frattempo si è mossa, le rette d'altezza che si ottengono corrispondono ciascuna al momento della propria osservazione; ma ci si riconduce facilmente al caso precedente delle osservazioni simultanee *trasportando* la prima retta ottenuta, all' istante della seconda ed in tal modo si ottiene il punto nave a questo istante medesimo.

In realtà non si fanno mai osservazioni rigorosamente simultanee. La simultaneità d'osservazione richiederebbe due osservatori, e ciò per molti motivi non è pratico nè conveniente. Sàrà sempre lo stesso osservatore che misurerà successivamente, a breve intervallo di tempo, le altezze dei due astri. Otterrà così due rette d'altezza *quasi simultanee*, che renderà poi simultanee col *brevissimo trasporto* della prima all' istante della seconda.

§ 136. **Errore del punto dovuto ad un errore del cronometro - Parallelo di posizione della nave.** — Le ore medie di Greenwich che determinano le longitudini dei punti astrali corrispondenti a due osservazioni simultanee od eseguite a poche ore d' intervallo, sono

---

[1] Qui ci riferiamo al caso pratico della navigazione in cui l'osservatore è, generalmente, mobile. Se l'osservatore rimane fermo fra due successive osservazioni, le corrispondenti rette d'altezza possono considerarsi simultanee, anche se molto grande è l'intervallo fra le osservazioni.

sensibilmente affette del medesimo errore. Difatti la correzione assoluta del cronometro, dalla cui errata determinazione dipende l'errore ϑ, è, per definizione, identica quando le osservazioni sono simultanee, nè d'altra parte può mutare in modo sensibile, durante l'intervallo di parecchie ore.

Pertanto, tenendo conto della discussione fatta nel § 132 si vede che tutti i punti delle linee di posizione ottenute con l'errato valore dell'ora, avendo lo stesso spostamento in longitudine dei rispettivi punti astrali, sono errati di $\frac{\vartheta^s}{4}$ primi di *longitudine*, ossia di $\left(\frac{\vartheta^s}{4}\cos\varphi\right)$ miglia *nel senso del parallelo*, rispetto ai corrispondenti punti delle linee di posizione *esatte*. Lo stesso spostamento avrà la loro comune intersezione determinante il punto nave.

Come si vede l'errore del cronometro modifica soltanto la longitudine del punto nave, mentre la latitudine non è per nulla alterata. *Pertanto il parallelo di latitudine determinato dalla intersezione di due rette d'altezza rappresenta un luogo di posizione esente dall'errore del cronometro.* Ciò vuol dire che, allorquando si hanno dei dubbî sulla esattezza dei dati cronometrici, si deve rinunciare ad ottenere il punto nave, e bisogna contentarsi di determinare il *parallelo di posizione* della nave e su questo regolare la condotta della navigazione.

È molto interessante notare che quantunque la grandezza dell'*errore in longitudine* del punto ottenuto con due rette d'altezza sia dipendente soltanto da quella di ϑ (sono uguali fra loro), tuttavia l'*errore itinerario* nel senso del parallelo, misurato da $\left(\frac{\vartheta^s}{4}\cos\varphi\right)$ miglia, è tanto più piccolo, a parità di ϑ, quanto più alta è la latitudine di osservazione. Per dare un esempio diremo che all'equatore l'errore di 1^m nell'ora T_m produce un errore $\frac{60}{4} = 15$ miglia sul punto, nel senso del parallelo, mentre in $\varphi = 60^0$, essendo $\cos\varphi = {}^1/_2$, l'errore è ridotto a metà, ossia a 7,5 miglia.

Dei valori che può assumere ϑ in circostanze normali abbiamo già detto nel § 132. Ci basti ora aggiungere che la breve durata delle attuali navigazioni, la perfezione della cronometria ed i progressi della radiotelegrafia (che hanno reso pratica e sicura la segnalazione dell'ora del 1^0 meridiano) ci permettono di ritenere che, nella maggior parte dei casi pratici, l'errore dovuto al cronometro sia trascurabile.

OSSERVAZIONE. — Benchè possa, per avventura, sembrare inutile, non è fuor di luogo far notare che l'*errore sul punto* dovuto *all'errore del cronometro* è indipendente, in modo assoluto, dall'angolo d' intersezione delle rette.

§ 137. **Errore del punto dovuto ad errori delle altezze osservate.** — Consideriamo due rette d'altezza ottenute con l'osservazione delle altezze h_1 ed h_2: noi ci proponiamo di esaminare l'influenza degli eventuali errori di queste altezze sulla posizione del punto determinato con l'intersezione delle rette, e di giudicare sulle circostanze che rendono meno temibile l'influenza medesima.

Nell'accingerci alla discussione dobbiamo supporre che gli errori ε_{h1} ed ε_{h2}, di cui sono rispettivamente affette le altezze, sieno piccoli, poichè non sarà mai giustificata la determinazione del punto con due rette d'altezza se non nella circostanza in cui il navigante abbia fiducia dei risultati delle proprie misure, e con fondamento presuma di non aver commesso dei grandi errori.

Ciò posto, vediamo quali sono le ipotesi che il navigante può ragionevolmente fare intorno alla natura degli errori ε_{h1} ed ε_{h2} di cui sono affette le altezze.

Noi sappiamo (§ 93) che l'errore dell'altezza osservata è il risultato della sovrapposizione di un certo numero di errori accidentali e sistematici. In una serie ordinata di osservazioni i primi, e gran parte dei secondi, sono sempre molto piccoli; v'è un solo errore sistematico che più degli altri *può* avere grandezza sensibile, ed è quello dovuto alla depressione irregolare dell'orizzonte. Ci è noto, difatti (§ 133), dall'esperienza, che, *in circostanze normali* l'errore sistematico di depressione può raggiungere il valore $\pm 1'$ o $\pm 2'$ e che in taluni casi si eleva a valori molto maggiori, mentre il complesso di tutti gli altri errori è, ordinariamente, inferiore a $\pm 1'$, purchè sieno seguite le buone norme di misura o di correzione delle altezze. È quindi logico presumere che l'errore sistematico considerato sia *prevalente* sul complesso degli altri errori elementari, e rimane così giustificata l'ipotesi che il *segno* dell'errore totale di cui è affetta l'altezza sia quello dell'errore sistematico medesimo. (Difatti la somma algebrica di due quantità di grandezza diversa ha il segno della quantità maggiore).

Ora poniamo che le due altezze h_1 ed h_2 siensi osservate simultaneamente (o quasi). Noi sappiamo (§ 93) che, in tal caso, l'errore sistematico è identico per ambo le altezze. Pertanto in base a quanto si è stabilito poc'anzi, possiamo fortemente *supporre* che gli errori ε_{h1} ed ε_{h2} abbiano il medesimo segno.

Se invece le altezze h_1 e h_2 si sono osservate in due istanti separati da un notevole intervallo di tempo, non essendo più lecito affermare che l'errore sistematico sia uguale in ambo le altezze, non è giustificata veruna ipotesi sulla natura dei segni di ε_{h1} ed ε_{h2}, potendo essere indifferentemente dello stesso segno o di segno contrario. Tratteremo separatamente dei due casi, incominciando dal secondo.

Caso A. — Le due altezze si sono osservate in due istanti notevolmente differenti, ossia in diverse condizioni di tempo e di luogo, e quindi nulla si può dire sul segno degli errori ε_{h1} ed ε_{h2}.

Si abbiano due rette d'altezza L_1L_1 ed L_2L_2 (fig. 140) e sia Z il punto nave ottenuto dalla loro intersezione. Poniamo, per brevità, che x e y rappresentino i valori assoluti degli errori ε_{h1} ed ε_{h2} delle altezze h_1 ed h_2 che hanno servito a determinare le rette considerate.

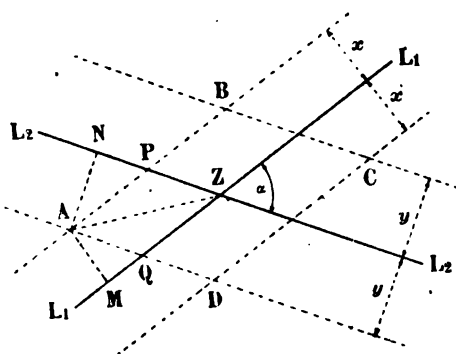



Fig. 140.

Per causa di tali errori, la posizione della nave può indifferentemente cadere in uno dei vertici del parallelogrammo ABCD [1].

È manifesto che l'errore massimo del punto Z ottenuto, si ha quando la posizione esatta cade in A o in C, estremi della diagonale maggiore del parallelogrammo. Questa diagonale è quella che divide l'angolo $< 90^0$ formato dalle due rette e coincide con la sua bisettrice se $x = y$. All'angolo predetto daremo il nome di *intersezione delle rette*, e l' indicheremo con α. Vediamo qual'è il valore di α, che, a parità di altre condizioni, rende massima la grandezza $\frac{AC}{2} = ZA = ZC$ del considerato errore temibile.

Consideriamo il triangolo ZQA. Per il teorema di Carnot si ha

$$\overline{ZA}^2 = \overline{AQ}^2 + \overline{QZ}^2 - 2\,AQ \times QZ \cos AQZ.$$

Ma l'angolo AQZ è uguale a $180^0 - \alpha$, e pertanto:

$$\overline{ZA}^2 = \overline{AQ}^2 + \overline{QZ}^2 + 2\,AQ \times QZ \cos \alpha. \tag{1}$$

[1] Noi sappiamo (§ 133) che l'errore sull'altezza osservata, riproducendosi identicamente nella differenza $h - h_s$, fa sì che la retta di altezza sia spostata parallelamente a sè stessa, verso il punto astrale, di un numero di miglia uguale ai primi dell'errore se questo è positivo; se l'errore è negativo lo spostamento è nel senso opposto.

Da A abbassiamo le perpendicolari alle rette L_1L_1 ed L_2L_2. Considerando i triangoli rettangoli AMQ ed ANP, si ha:

$$AM = x = AQ \text{ sen } AQM = AQ \text{ sen } \alpha$$
$$AN = y = AP \text{ sen } APN = AP \text{ sen } \alpha;$$

da cui si deduce:

$$AQ = \frac{x}{\text{sen } \alpha} \quad \text{ed} \quad AP = QZ = \frac{y}{\text{sen } \alpha}.$$

E sostituendo nella (1), abbiamo:

$$\overline{ZA}^2 = \left(\frac{x}{\text{sen } \alpha}\right)^2 + \left(\frac{y}{\text{sen } \alpha}\right)^2 + 2 \frac{x}{\text{sen } \alpha} \frac{y}{\text{sen } \alpha} \cos \alpha,$$

ossia

$$\overline{ZA}^2 = \frac{x^2 + y^2 + 2xy \cos \alpha}{\text{sen}^2 \alpha}$$

$$\overline{ZA} = \sqrt{\frac{x^2 + y^2 + 2xy \cos \alpha}{\text{sen}^2 \alpha}}, \tag{2}$$

la quale dimostra che l'errore ZA, infinito per $\alpha = 0^0$, è minimo per $\alpha = 90^0$.

Se indichiamo con Δa la differenza $\leq 180^0$, fra gli azimut a_1 ed a_2 degli astri osservati (vedi figg. 141 *a*, *b*, dove gli azimut sono indicati

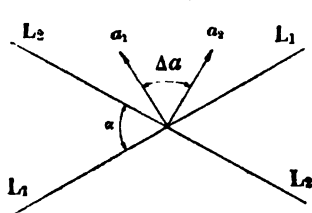
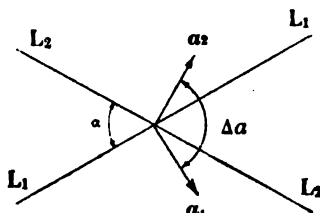



Fig. 141 *a*. Fig. 141 *b*.

da apposite frecce) si vede che l'intersezione α delle rette è uguale alla differenza Δa (fig. 141 *a*) od al suo supplemento $180^0 - \Delta a$ (figura 141 *b*). E si vede pure che, avendosi due coppie di rette alle quali corrispondono rispettivamente differenze azimutali supplementari fra loro (come negli esempi della fig. 141), le loro intersezioni sono identiche..

Pertanto si conclude che, *nella fatta ipotesi*, l'errore temibile è tanto minore quanto più la differenza degli azimut d'osservazione è prossima a 90^0; inoltre, per differenze d'azimut supplementari, l'errore medesimo ha identico valore, essendo identica l'intersezione delle rette.

Caso B. — Le altezze h_1 ed h_2 si sono osservate simultaneamente, o quasi, e pertanto è lecito fare l'ipotesi che gli errori ε_{h1} ed ε_{h2} abbiano lo stesso segno.

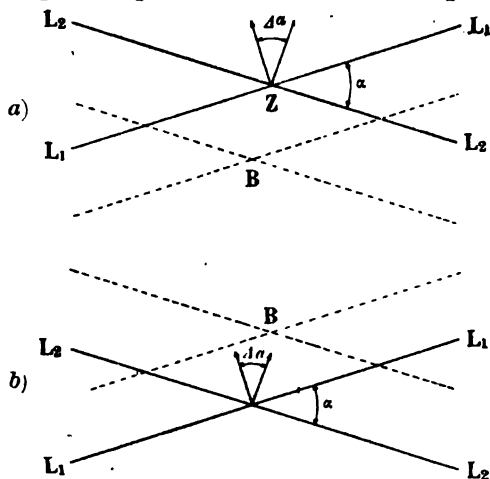



Fig. 142.

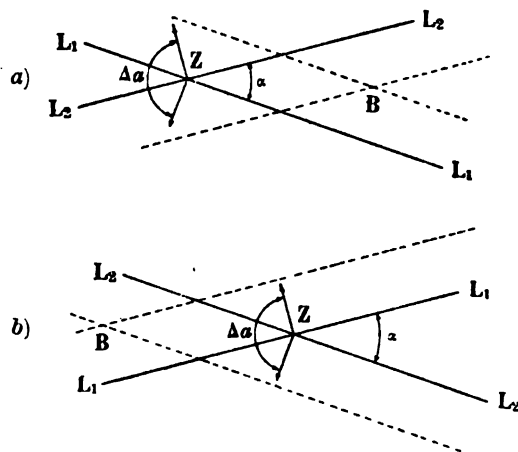



Fig. 143.

Essere gli errori ε_{h1} ed ε_{h2} di uguale segno vuol dire (vedi § 133) che le rette ottenute sono ambedue spostate verso il punto astrale, se il segno è + (è il caso rappresentato dalle figure 142 *a* e 143 *a*) oppure nel senso opposto se il segno è — (è il caso delle figure 142 *b* e 143 *b*). In ambedue le circostanze il punto esatto B non può indifferentemente essere compreso in uno qualunque dei quattro angoli formati dalle rette d'altezza, come accadeva nella ipotesi precedente (caso A), ma deve per necessità cadere in una particolare coppia di questi, e precisamente: 1° sarà compreso in uno qualunque degli angoli *ottusi* opposti formati dalle rette allorchè la differenza ($< 180^0$) degli azimut (indicati dalle frecce) è minore di 90° (figura 142 *a*, *b*); 2° cadrà invece in uno degli angoli *acuti* opposti se la differenza degli azimut è maggiore di 90° (fig. 143 *a*, *b*).

Questa proposizione è resa evidente dal semplice esame delle figure. Si vede pertanto che nel determinare la condizione per la quale è minimo l'errore temibile sul punto, non bisogna considerare l'intersezione α delle rette, ma la *differenza* Δa *degli azimut d'osservazione.* Difatti se noi consideriamo due coppie di rette d'altezza, affette dagli stessi errori ε_{h1} ed ε_{h2}, ad una delle quali corrisponde la differenza

d'azimut $\Delta a = \gamma$, minore di 90° (fig. 142), ed all'altra la differenza $\Delta a = 180^0 - \gamma$ (fig. 143), supplementare della precedente, e quindi maggiore di 90°, l'intersezione α delle rette d'altezza è identica nei due casi, ma l'errore sul punto (misurato dalla distanza ZB) è diverso. Ognuno vede che, a parità di altre condizioni, l'errore è più piccolo nel 1° caso ($\Delta a < 90^0$), perchè allora B cade in uno degli angoli ottusi formati dalle rette.

Possiamo concludere che, *nella fatta ipotesi*, (errori dello stesso segno), per una determinata intersezione delle rette diversa da 90° ed a parità di altre condizioni, l'errore sul punto è minore allorchè la *differenza degli azimut d'osservazione* è più piccola di 90°. Questo risultato modifica sostanzialmente le conclusioni del caso A.

Veniamo ora a determinare il particolare valore di Δa che rende minimo l'errore sul punto.

Consideriamo la coppia di rette L_1L_1 ed L_2L_2 affette di errori ε_{h1} ed ε_{h2} di grandezza diversa, ma di ugual segno (vedi fig. 144 *a*, dove gli

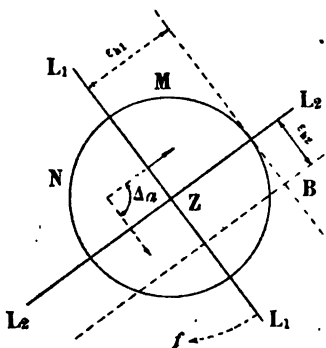
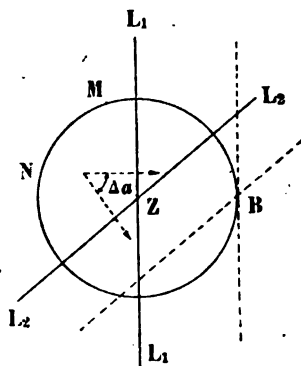



Fig. 144 *a*. Fig. 144 *b*.

errori sono supposti positivi) (1), e determinate con differenza azimutale $= 90^0$. L'esatto punto nave cadrà in B, incontro delle punteggiate ottenute dando ad ognuna delle rette uno spostamento parallelo uguale rispettivamente ad $|\varepsilon_{h1}|$ ed $|\varepsilon_{h2}|$, nel senso degli azimut. L'errore del punto sarà misurato dalla distanza ZB. Confrontiamo questo caso con quelli corrispondenti a coppie di rette affette dagli stessi errori, ma osservate con differenze azimutali minori di 90°. All'uopo

(1) Lasciamo al lettore di considerare il caso in cui gli errori sono negativi. Facendo lo stesso ragionamento si otterrà identico risultato.

manteniamo ferma la retta L_2L_2, cui corrisponde l'errore di minor grandezza, e facciamo ruotare nel senso della freccia circolare f (figura 144 *a*), l'altra retta L_1L_1: è manifesto che, così facendo, la differenza degli azimut diventa minore di 90°. La punteggiata rappresentante la posizione esatta della L_1L_1 si mantiene tangente al circolo MN, che ha per raggio l'errore ε_{h1}, e la sua intersezione con l'altra punteggiata, va avvicinandosi gradualmente alla circonferenza medesima fino a cadere in essa (fig. 144 *b*). Continuando la rotazione il punto B si allontana nuovamente dal cerchio sino a raggiungere, nella posizione di parallelismo delle rette ($\Delta a = 0°$) una distanza infinita.

Pertanto possiamo concludere che, dalla posizione indicata dalla fig. 144 *a*, corrispondente alla differenza azimutale 90°, alla posizione 144 *b*, la distanza ZB, che misura l'errore sul punto, va diminuendo fino ad assumere un valore minimo, uguale ad $|\varepsilon_{h1}|$. Così rimane dimostrato che, nell'ipotesi dell'uguaglianza di segno degli errori (rette simultanee), la più conveniente intersezione di due rette d'altezza non è quella ortogonale (corrispondente a $\Delta a = 90°$), ma è bensì una intersezione acuta, corrispondente ad un particolare valore della differenza degli azimut minore di 90° [1].

Noi non possiamo determinare qui il valore Δa che ci offre la *probabilità* di ottenere il punto con la massima esattezza, perchè bisognerebbe ricorrere ad alcuni principî della *teoria degli errori* che non possono introdursi in un corso elementare. D'altra parte per giungere ad un risultato ben definito occorre fare talune ipotesi che possono, per avventura, parere arbitrarie, od almeno essere non bene apprezzate da chi ignora la teoria citata. L'Alessio dimostra che in determinate condizioni medie la probabilità di massima esattezza si ottiene con una differenza fra gli azimut di 60° [2].

Conclusione. — Quando le due altezze si sono *osservate a notevole intervallo di tempo*, l'intersezione che rende meno temibile l'influenza degli errori d'osservazione nel punto, è quella ortogonale, ossia corrispondente alla differenza d'azimut 90°.

---

(1) Con elementari considerazioni è facile vedere che il particolare valore Δa, che rende minimo l'errore ZB (fig. 144 *b*), è dato dalla relazione

$$\cos \Delta a = \frac{\varepsilon h_2}{\varepsilon h_1}.$$

Questa proposizione è dovuta al prof. Pes, *Le rette di posizione*, Genova, 1911.

(2) Vedi Alessio, *Sulla teoria e la pratica*, ecc., pagg. 75-76.

Il Pes suggerisce il valore $\Delta a = 37°$ (*Le rette di posizione*, pagg. XLIII e XLIX). A noi pare che questo valore sia eccessivamente piccolo.

Quando invece le altezze sono *simultanee*, o quasi, la più conveniente intersezione è quella che corrisponde ad una differenza d'azimut alquanto minore di 90° (circa 60°). Ma considerando che, se gli errori sono piccoli (come deve necessariamente supporsi allorchè si determina il punto con *due* rette d'altezza), la differenza fra gli errori del punto corrispondenti a $\Delta a = 90^0$ e $\Delta a = 60^0$ non è molto grande e che d'altra parte nel caso di osservazioni simultanee non è da escludersi in modo assoluto che gli errori abbiano segni contrari, noi potremo adottare come *regola comune* l'intersezione ortogonale ossia corrispondente a $\Delta a = 90^0$. Tuttavia, *nel caso di osservazioni simultanee* ed in mancanza di astri appropriati, situati in verticali distanti fra loro di 90°, è buona norma scegliere di preferenza, a parità d'intersezione, una coppia di astri con differenza d'azimut *minore* anzichè maggiore di 90°.

In ogni circostanza poi la differenza fra gli azimut di osservazione non dovrà mai essere inferiore a 30° e superiore a 150°.

§ 138. **Errore del punto dovuto all'errore di trasporto.** — Quando si hanno due osservazioni d'altezza (di Sole, di Luna o di astri differenti) fatte percorrendo un cammino fra l'una e l'altra, si determinano due rette d'altezza, e poi si trasporta la prima all'istante della seconda, e così si ottiene il punto nave in questo istante medesimo.

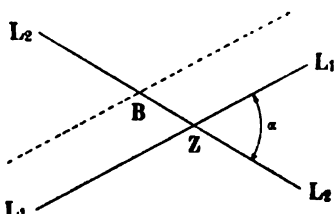



Fig. 145.

Sia L_1L_1 (fig. 145) la retta trasportata. Per effetto dell'errore di stima (1) questa retta sarà in una posizione errata, più o meno distante da quella esatta (rappresentata in figura da una punteggiata), ed il punto nave ottenuto (Z) sarà affetto dall'errore ZB. Si vede che, *a parità di errore nella stima* (*in grandezza e direzione*) la distanza ZB è tanto minore quanto più l'intersezione α delle rette è prossima a 90°. Tuttavia, questo criterio non è sufficiente per determinare l'intersezione che rende meno temibile l'influenza dell'errore di trasporto. Difatti noi sappiamo che l'errore temibile di stima cresce proporzionalmente al tempo impiegato nel percorrere il cammino stimato, e pertanto può darsi che una intersezione $< 90^0$, ottenuta con un trasporto di *breve*

(1) E, più precisamente, della componente di tale errore nel senso perpendicolare alla retta (vedi § 134).

durata sia più conveniente di una intersezione ortogonale conclusa con lungo trasporto.

Di qui si vede che per rendere minore l'influenza dell'errore di trasporto si devono soddisfare due condizioni che in talune circostanze (come vedremo nel prossimo paragrafo) sono contradditorie: ossia intersezione, per quanto è possibile, prossima a 90° e breve intervallo di tempo fra le due osservazioni.

Quando le osservazioni sono fatte a pochi minuti d'intervallo (rette d'altezza quasi simultanee), come si può sempre fare osservando stelle ai crepuscoli o durante la notte, l'errore di trasporto è *assolutamente trascurabile.*

§ 139. **Norme pratiche per la determinazione del punto nave con due rette d'altezza.** — Se consideriamo l'errore che può derivare dal trasporto stimato, e ricordiamo quanto è detto nei precedenti paragrafi circa la più conveniente intersezione delle rette, possiamo affermare che, per avere una buona determinazione del punto nave con due rette di cui una sia trasportata, bisogna che sieno soddisfatte queste due circostanze:

1° che sia prossima a 90° la differenza fra gli azimut d'osservazione, affinchè sia prossimo a 90° l'angolo d' intersezione fra le due rette d'altezza;

2° che sia breve l' intervallo fra le osservazioni, affinchè sia trascurabile l'errore dovuto al trasporto stimato.

Queste due condizioni possono essere soddisfatte nel modo più completo quando sono visibili due astri contemporaneamente, cioè sempre di notte (meglio ai crepuscoli mattinale e serale, quando l'orizzonte del mare è ben distinto) ed eccezionalmente di giorno quando Sole e Luna sono in posizione relativa favorevole. In tal caso si osservano due altezze quasi simultanee, e l'errore dovuto al brevissimo trasporto della 1ª all'istante della 2ª sarà del tutto trascurabile. L'eventuale errore del punto sarà dovuto unicamente agli errori delle altezze osservate.

Di giorno, salvo casi eccezionali, non si può osservare che il Sole, ed allora le due circostanze necessarie sopra enunciate, per la buona determinazione del punto, sono quasi sempre in opposizione fra loro, e quindi il navigante nello scegliere gli istanti delle osservazioni deve cercare di conciliarle quanto più è possibile. Difatti il più sovente l'azimut del Sole varia molto lentamente e per ottenere $\Delta a = 90°$ deve trascorrere un lungo intervallo di tempo.

Come norma generale si può stabilire che ogni qualvolta la differenza di azimut fra due osservazioni sia compresa fra 30° e 60°, e l'intervallo fra 2 e 4 ore, si ricava un discreto punto nave. A meno di circostanze speciali, nelle quali qualunque notizia, anche molto incerta, sulla posizione della nave possa essere utile, sono sconsigliabili le differenze fra gli azimut d'osservazione inferiori a 30°.

OSSERVAZIONE. — Quando si osservano altezze *quasi simultanee*, è conveniente assumere per la determinazione delle rette lo stesso punto stimato, non avendo nessun effetto sulla posizione della retta di altezza (come già si disse nel § 126), il prendere in considerazione un punto stimato anzichè un altro prossimo.

§ 140. **Circostanze favorevoli per la determinazione del punto nave con altezze di Sole.** — È interessante notare che il *movimento in azimut* di un astro è tanto più rapido quanto più l'astro è prossimo alla culminazione superiore. Consideriamo difatti la (4) del § 31 che dà la variazione dell'azimut corrispondente ad una piccola variazione ΔP, rimanendo costanti δ e φ. Si ha

$$(1) \qquad \left|\Delta Z\right| = \left|\Delta P \frac{\cos\delta\cos A}{\cos h}\right|, \text{ ovvero, } \left|\frac{\Delta Z}{\Delta P}\right| = \left|\frac{\cos\delta\cos A}{\cos h}\right|.$$

La quantità $\left|\frac{\Delta Z}{\Delta P}\right|$, ossia il rapporto fra una piccola variazione dell'azimut e la corrispondente variazione dell'angolo orario (ossia del tempo) misura la *velocità del movimento in azimut dell'astro considerato.* La relazione (1) prova che, per un dato astro, tale velocità aumenta al crescere del fattore $\left|\frac{\cos A}{\cos h}\right|$. Ora $\frac{1}{\cos h} = \sec h$ è massimo quando l'astro è nel meridiano superiore ed è tanto maggiore quanto più l'astro è vicino a questa posizione; lo stesso succede di cos A. Difatti dall'analogìa dei seni

$$\cos\delta \operatorname{sen} A = \cos\varphi \operatorname{sen} Z$$

si vede che, per un dato astro e per un dato luogo di osservazione, $|\operatorname{sen} A|$ e $|\operatorname{sen} Z|$ variano nel medesimo senso; perciò $|\cos A|$ cresce col diminuire di $|\operatorname{sen} Z|$ ed è massimo quando $|\operatorname{sen} Z|$ è minimo: ciò accade appunto quando l'astro è nel meridiano.

Rimane pertanto dimostrato che le più rapide variazioni di azimut si hanno intorno al passaggio superiore, e che il movimento in azimut è massimo al transito medesimo.

Di qui si trae un'importante conseguenza. Se si debba fare il punto con due altezze di Sole osservate (necessariamente) in istanti diversi, le due circostanze enumerate nel precedente paragrafo, che rendono più esatta la determinazione del punto, sono conciliate nella maniera migliore, allorchè le altezze medesime sono osservate *con opportuna differenza d'azimut* in due momenti equidistanti da mezzodì. Difatti, così facendo, ad una data variazione di azimut corrisponde un intervallo di tempo più breve che in qualsiasi altra parte della giornata.

Notiamo ancora che, usando tal procedimento nelle regioni equatoriali, ove intorno al mezzodì le altezze assumono sempre valori elevati, si ha il beneficio di poter avere un punto risultante da due osservazioni fatte a breve intervallo di tempo e con una differenza azimutale di 90°. È per questo motivo che in tali regioni si può ottenere un ottimo punto nave con osservazioni di Sole.

§ 141. **Rette d'altezza successive.** — Supponiamo di avere due rette d'altezza simultanee (o ridotte tali), ottenute osservando altezze

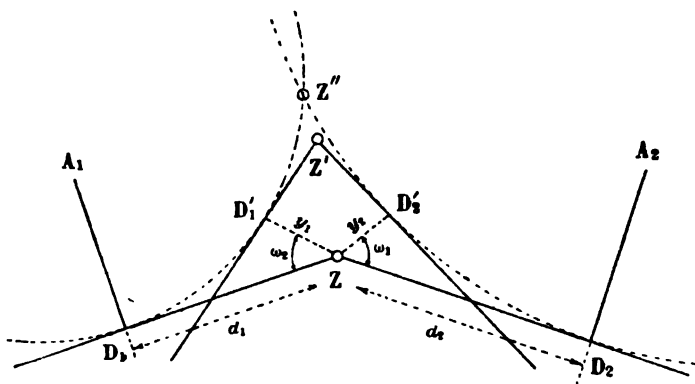



Fig. 146.

molto grandi (fig. 146). Se le distanze d_1 e d_2 che separano rispettivamente i punti determinativi D_1 e D_2 dalla intersezione Z delle due rette non sono piccole, non è lecito assumere il punto Z come posizione della nave essendo troppo forti gli scostamenti delle rette dagli *effettivi* luoghi di posizione curvilinei (vedi discussione nel § 122). Allora è necessario tracciare delle *rette d'altezza successive.* A tal uopo, in funzione delle distanze d_1 e d_2 e delle altezze osservate (e corrette) h_1 ed h_2, si determinano (vedi tavole che seguono il § 122) le quan-

tità ω_1 e ω_2, ed y_1 e y_2, con le quali si ottengono i punti determinativi D'_1 e D'_2 di due *rette d'altezza successive.* L'incontro Z' di queste nuove rette è molto più vicino all'intersezione Z'' dei luoghi di posizione curvilinei che non lo sia Z; in generale la distanza $Z'Z''$ sarà così piccola che, per l'uso pratico, si potrà assumere Z' come *punto nave*.

§ 142. Incertezza del punto d'intersezione di due rette d'altezza. — Tenendo conto delle due cause d'errore (misura imperfetta delle altezze e stima inesatta del cammino) che intervengono nella determinazione del punto nave con due rette d'altezza, e fondandosi sui postulati della teoria matematica degli errori, il T. di V. Alessio calcolò la tabella che noi qui riferiamo [1]. In essa è

S_m / α	mg. 0	mg. 1	mg. 2	mg. 3	mg. 4	mg. 5	mg. 6
	miglia	miglia	miglia	miglia	miglia	miglia	miglia
5°	16.2	19.9	28.2	38.1	48.8	59.8	70.8
10	8.1	10.0	14.1	19.1	24.4	30.0	35.5
15	5.4	6.7	9.5	12.8	16.4	20.1	23.8
20	4.1	5.1	7.2	9.7	12.4	15.2	18.0
25	3.3	4.1	5.8	7.9	10.0	12.3	14.6
30	2.8	3,5	4.9	6.6	8.5	10.4	12.3
40	2.2	2.7	3.8	5.2	6.6	8.1	9.6
50	1.8	2.2	3.2	4.3	5.6	6.8	8.1
60	1.6	2.0	2.8	3.8	4.9	6.0	7.1
70	1.5	1.8	2 6	3.5	4.5	5.5	6.5
80	1.4	1.7	2.5	3.4	4 3	5.3	6.3
90	1.4	1.7	2.5	3.3	4.2	5.2	6.2

dato *in miglia l'errore temibile del punto nave* (od *incertezza*) [2], in una direzione compresa nell'angolo acuto delle due rette d'altezza, e che corrisponde all'*errore medio temibile* (od *incertezza*) di 1' in ciascuna delle due altezze osservate, a diversi angoli α d'intersezione fra due rette, ed ai diversi valori (da 0 fino a 6 miglia) dell'*errore medio temibile* (od *incertezza*) s_m del cammino stimato nel senso perpendicolare alla retta d'altezza trasportata. Per l'uso della tavola diremo che in generale si potrà ritenere che il valore dell'incertezza s_m, espresso in miglia, sia uguale al valore dell'intervallo fra le osservazioni, espresso in ore.

(1) Alessio, *Sopra alcuni metodi* ecc. « Rivista Marittima », Gennaio 1907.
(2) Usiamo la nomenclatura adottata dal T. di V. Alessio nelle sue Tavole Nautiche. (Istr. e Tav. Naut. Genova, Ed. Pellas, 1909).

Con questi dati si può avere un'ottima idea dell'*esattezza* della determinazione del punto con due osservazioni d'altezza. Notiamo che la colonna 1ª (intestata 0 miglia) serve per il caso di due rette simultanee (o quasi).

La mancanza nell'allievo di ogni nozione della teoria matematica degli errori ci vieta di svolgere i principî sui quali è basata la costruzione di questa tavola (1), ma crediamo necessario riprodurla perchè ci offre il mezzo più chiaro e semplice per apprezzare la *bontà del punto* ottenuto con due rette d'altezza.

---

(1) La sola definizione di *errore medio temibile*, benchè possa in certo modo essere intuita, richiede particolari cognizioni della teoria degli errori che, in generale, il navigante non ha.

Per chi voglia interessarsi all'argomento, ed in particolar modo considerare la determinazione dell'errore medio temibile del punto d'incontro di due rette, possono servire le seguenti opere: 1°. JORDAN, *Arte del misurare*, Trad. Italiana, Parte 1ª. (Ed. Loescher, 1890), pag. 276 e segg. 2°. ALESSIO, *Sopra alcune tavole e metodi* ecc. « Rivista Marittima », Gennaio 1906.

CAPITOLO XV

La bisettrice - Il punto con tre o più rette d'altezza ottenute con osservazioni simultanee (o quasi)

§ 143. **La bisettrice d'altezza.** — Si abbiano due rette d'altezza L_1L_1 ed L_2L_2 (fig. 147), ottenute con osservazioni *quasi simultanee*, o ridotte al medesimo istante col *brevissimo* trasporto di una di esse.

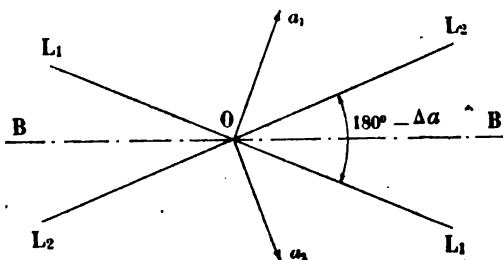



Fig. 147.

In tale ipotesi è lecito ritenere che l'unico errore di cui può essere affetta ognuna delle due rette sia quello dovuto all'eventuale errore di misura delle altezze.

Sieno Oa_1 ed Oa_2 le direzioni dei rispettivi azimut, e sia Δa la loro differenza *contata da* 0° *a* 180°. Osserviamo che dei due angoli formati dalle rette, l'uno è uguale a Δa e l'altro a $180^\circ - \Delta a$.

Chiamasi *bisettrice di altezza*, o semplicemente *bisettrice*, la retta BOB che biseca l'angolo che ha il valore $180^\circ - \Delta a$. Non vi può essere alcun dubbio sulla scelta di questo angolo se, per il punto di incontro O delle rette, si conducono le frecce Oa_1 ed Oa_2 che indicano rispettivamente le direzioni azimutali degli astri osservati. La bisettrice considerata è *quella che divide anche a metà l'angolo formato dalle due frecce*.

Rappresentino ε'_h ed ε''_h (in grandezza e segno) gli errori delle altezze osservate (e corrette), con le quali si sono determinate le due rette.

Ciò premesso dimostriamo il seguente *teorema*:

" La distanza (b) in miglia del punto nave *esatto* (ossia di quello " che si otterrebbe se le altezze osservate fossero esenti da errori) " dalla bisettrice, nel senso perpendicolare alla bisettrice medesima, è " uguale alla misura in primi d'arco della *differenza algebrica* $\varepsilon'_h - \varepsilon''_h$ " moltiplicata per il fattore

$$\frac{1}{2 \operatorname{sen} \frac{\Delta a}{2}},$$

ossia

$$b = \left| \frac{\varepsilon'_h - \varepsilon''_h}{2 \operatorname{sen} \frac{\Delta a}{2}} \right| \text{ ".}$$

È facile vedere che questo teorema sarà dimostrato se, indicando con x il valore assoluto del più grande degli errori ε'_h ed ε''_h e con y il valore assoluto dell'altro (misurati in primi), noi proveremo che la distanza b del punto nave esatto dalla bisettrice (misurata normalmente a questa) è, nel caso degli errori *dello stesso segno*, uguale a

$$b = \frac{x - y}{2 \operatorname{sen} \frac{\Delta a}{2}}, \tag{1}$$

e che, invece, allorquando gli errori *hanno segno contrario*, si ha

$$b = \frac{x + y}{2 \operatorname{sen} \frac{\Delta a}{2}}. \tag{2}$$

Alla quantità b daremo il nome di *errore della bisettrice.*

Consideriamo i due casi.

Sieno (fig. 148 *a* e *b*) L_1L_1 ed L_2L_2 le rette d'altezza ottenute, il cui incontro è in O. Le freccie condotte per O indicano le direzioni azimutali degli astri osservati. Conduciamo la bisettrice BB. Supponendo noti gli errori ε'_h ed ε''_h (in grandezza e segno), noi possiamo tracciare le rette *esatte.* A tal uopo basta ricordare quanto già si disse altrove (§ 133), che cioè a causa di un errore positivo la retta ottenuta è spostata nel senso dell'azimut dell'astro; è invece spostata nel senso opposto quando l'errore è negativo. La misura dello spostamento in miglia è uguale alla misura dell'errore in primi.

Nella fig. 148 *a* è considerato il caso in cui ε'_h ed ε''_h hanno lo stesso segno (nel caso speciale della figura gli errori sono positivi); nella fig. 148 *b* hanno invece il segno contrario. In ambo le figure le rette esatte sono le punteggiate condotte parallelamente alle L_1L_1

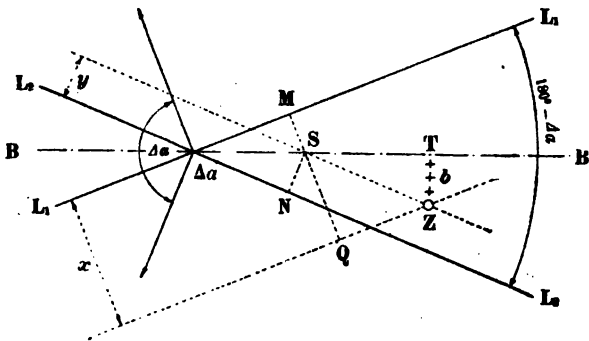



Fig. 148 *a*.

ed L_2L_2, e la loro intersezione Z determina l'esatto punto nave. Da Z conduciamo la normale alla bisettrice: il segmento ZT rappresenta la cercata distanza *b* della bisettrice medesima dal vero *punto nave*.

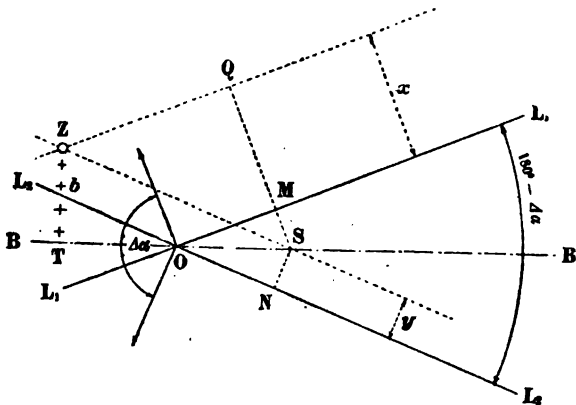



Fig. 148 *b*.

Dal punto S (fig. 148 *a* e *b*), incontro della bisettrice con la punteggiata parallela ad L_2L_2, conduciamo le perpendicolari alle due rette.

In ambo i casi si ha evidentemente:

$$\overline{SM} = \overline{SN} = y, \qquad \overline{QM} = x.$$

Pertanto nel caso della fig. 148 *a*, si ha

$$\overline{SQ} = \overline{QM} - \overline{SM} = x - y, \tag{3}$$

e, in quello della fig. 148 *b*

$$\overline{SQ} = \overline{SM} + \overline{QM} = x + y. \tag{4}$$

Consideriamo (identicamente pei due casi) i triangoli rettangoli SQZ ed STZ, che hanno comune l'ipotenusa SZ, ed osserviamo che, per costruzione

$$SZQ = 180^0 - \Delta a; \qquad TSZ = \frac{180^0 - \Delta a}{2} = 90^0 - \frac{\Delta a}{2}.$$

E, dal triangolo STZ, si ha

$$\overline{SZ} = \frac{\overline{ZT}}{\text{sen } TSZ} = \frac{b}{\cos \frac{\Delta a}{2}}$$

e, dal triangolo SQZ,

$$\overline{SZ} = \frac{\overline{SQ}}{\text{sen } SZQ} = \frac{\overline{SQ}}{\text{sen } \Delta a}.$$

Pertanto

$$\frac{b}{\cos \frac{\Delta a}{2}} = \frac{\overline{SQ}}{\text{sen } \Delta a} = \frac{\overline{SQ}}{2 \text{ sen } \frac{\Delta a}{2} \cos \frac{\Delta a}{2}}$$

e quindi

$$b = \frac{\overline{SQ}}{2 \text{ sen } \frac{\Delta a}{2}}.$$

Perciò nel caso della fig. 148 *a* (errori dello stesso segno), sostituendo il valore di $\overline{SQ}$ dato dalla (3), si ha

$$b = \frac{x - y}{2 \text{ sen } \frac{\Delta a}{2}},$$

ed in quello della fig. 148 *b* (errori di segno contrario), sostituendo il valore di $\overline{SQ}$ dato dalla (4), si ha

$$b = \frac{x + y}{2 \text{ sen } \frac{\Delta a}{2}},$$

come volevasi dimostrare.

Nel § 93 abbiamo visto che gli errori complessivi ε'_h ed ε''_h, di cui sono affette le altezze, si possono scomporre (tenendo conto delle

cause che li producono) in due parti: *errore accidentale* complessivo ε_a ed *errore sistematico* complessivo ε_s. Del primo possiamo sempre affermare con sicurezza che è *piccolo*, specialmente se abbiamo cura di concludere l'altezza con l'osservazione di una serie. Il secondo è composto di errori sistematici elementari, dei quali alcuni dipendono dalla grandezza dell'angolo misurato (errori di graduazione, di eccentricità, prismatismo), ed altri sono *costanti*, ossia identici *in grandezza e segno per ambo le altezze, allorchè le altezze* medesime sono osservate simultaneamente, o quasi (errore personale, d'indice, di *depressione*).

Dipende dall'osservatore lo scegliere un sestante che abbia errori sistematici di graduazione, di eccentricità, di prismatismo *certamente piccoli*, e, d'altra parte, il liberarsene con opportuna correzione è sempre possibile (vedi conclusione del § 73) (1). Rimangono gli errori sistematici costanti. Fra essi vi è l'errore di depressione, il quale pure essendo ordinariamente piccolo, non è mai tale con assoluta certezza, essendo, *di tutti gli errori, l'unico che eventualmente può assumere grandi valori.*

Indicando con ε_a il complesso degli errori accidentali e dei *piccoli* errori sistematici variabili con l'altezza, e con ε_s la parte costante dell'errore sistematico, possiamo scrivere

$$\varepsilon'_h = \varepsilon'_a + \varepsilon_s$$
$$\varepsilon''_h = \varepsilon''_a + \varepsilon_s,$$

e pertanto,

$$\varepsilon'_h - \varepsilon''_h = \varepsilon'_a - \varepsilon''_a.$$

Quindi, in base al teorema poc'anzi dimostrato,

$$\text{errore della bisettrice} = \left| \frac{\varepsilon'_a - \varepsilon''_a}{2 \operatorname{sen} \frac{\Delta a}{2}} \right|, \qquad (5)$$

importantissima relazione, la quale ci fa vedere che l'*errore della bisettrice è indipendente dall'errore sistematico costante, comunque grande esso sia.*

I termini della differenza (alg.) $\varepsilon'_a - \varepsilon''_a$ essendo, come si è visto poc'anzi, sempre piccoli, possiamo con *sicurezza* affermare che è piccolo anche il valore della differenza medesima. Pertanto, purchè il

(1) È interessante notare che, osservando due altezze *uguali*, anche questi errori diventano uguali per ambo le altezze e pertanto possono considerarsi come facenti parte del complessivo errore sistematico costante.

fattore

$$\frac{1}{2 \operatorname{sen} \frac{\Delta a}{2}}$$

non abbia valori elevati e, ad esempio (per fissare le idee), non superiori all'unità, siamo certi che la *bisettrice è una linea di posizione* sulla quale hanno poca o nessuna influenza gli errori di cui possono essere eventualmente affette le altezze osservate.

Non possiamo invece dire altrettanto di una *retta d'altezza*, non avendosi mai l'assoluta sicurezza che non intervenga un forte errore di depressione a renderla grandemente errata, ossia a situarla in posizione molto distante dal vero punto nave.

La condizione

$$\frac{1}{2 \operatorname{sen} \frac{\Delta a}{2}} \leq 1,$$

per la quale $b \leq \varepsilon'_a - \varepsilon''_a$, è soddisfatta per valori di

Δa compresi fra 60^0 e 180^0.

Per $\Delta a = 60^0$ si ha

$$\frac{1}{2 \operatorname{sen} \frac{\Delta a}{2}} = 1$$

e pertanto,

$$\boxed{b_{60^0} = \varepsilon'_a - \varepsilon''_a}.$$

Per $\Delta a = 180^0$ si ha il minimo valore di b, poichè

$$\frac{1}{2 \operatorname{sen} \frac{\Delta a}{2}} = \frac{1}{2},$$

e pertanto,

$$\boxed{b_{180^0} = \frac{\varepsilon'_a - \varepsilon''_a}{2}}.$$

La *bisettrice ottima* corrisponde adunque alla differenza azimutale 180^0. In questo caso, per un elementare principio di geometria, la bisettrice è rappresentata dalla mediana fra le due rette d'altezza (figura 149).

E perchè una bisettrice possa essere considerata come una buona linea di posizione è necessario che sia conclusa con una coppia di rette d'altezza a cui corrisponda una differenza azimutale *non minore di* 60°.

Conseguenza immediata della proprietà fondamentale della bisettrice è che, per effetto degli eventuali errori sistematici *può* essere molto errata la posizione del punto d'incontro di due rette d'altezza interpretata come *punto nave*, ma non può esserne in alcun modo influenzata la posizione della bisettrice. Perciò, *volendo rimanere nel campo della certezza*, non in quello della probabilità, il navigante deve ritenere che *due rette d'altezza simultanee* (*o quasi*) *dànno in generale non un punto, ma soltanto una retta di posizione* (la quale è la bisettrice sopra specificata) (¹).

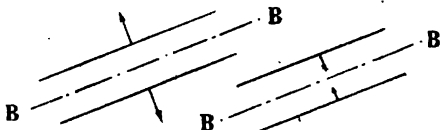



Fig. 149.

§ 144. **Influenza dell'errore del cronometro sulla posizione della bisettrice.** — Dopo quanto si è detto (§§ 132, 136) circa lo spostamento subìto da una retta d'altezza e dal punto di intersezione di una coppia di rette, per causa di un errore ϑ del cronometro, il lettore potrà facilmente vedere che, per lo stesso motivo, la bisettrice ha uno spostamento identico a quello che avrebbe una retta d'altezza orientata come la bisettrice medesima.

Pertanto lo spostamento è nullo se la bisettrice è coincidente col parallelo (e perchè ciò sia, dovrà essere conclusa da una coppia di rette osservate in direzioni simmetriche rispetto al primo verticale); è invece massimo allorquando la bisettrice è diretta per meridiano (miglia $\frac{\vartheta_s}{4}\cos\varphi$).

Di qui l'importante conclusione che *una bisettrice coincidente col parallelo è una linea di posizione quant'altre mai sicura per il fatto che essa è esente non solo dall'errore sistematico delle altezze, ma anche da quello, eventuale, del cronometro.*

(¹) Lo studio completo della bisettrice e l'analisi dell'esattezza del punto ottenuto con tre o più rette d'altezza sono svolti nell'opera già citata dell'ALESSIO, *Sulla teoria e pratica* ecc. Un cenno della proprietà capitale della bisettrice si trova nell'opera tedesca *Lehrbuch der Navigation* (Reichs Marine Amt., Berlin, 1906), Vol. II, nei paragrafi 202 (pag. 267) e 206 (pag. 270) dove questa retta di posizione è chiamata *Kimmfreie Standlinie.* Vedi anche lo studio e la soluzione analitica di C. W. WIRTZ, *Aus dem Archiv der Deutschen Seewarte* (Hamburg) 25 (1902), mem. N. 3.

Con l'aiuto di quanto è detto nel § 117 lo studioso potrà facilmente convincersi che, fatta astrazione degli errori accidentali, la *bisettrice coincide col luogo di uguale differenza d'altezza.*

§ 145. (1) **Il punto con tre rette d'altezza.** — Concludiamo pertanto che, per determinare il punto nave indipendentemente dagli errori sistematici delle altezze, è necessario determinare non due ma tre rette d'altezza e considerare il punto d'incontro di due qualunque fra

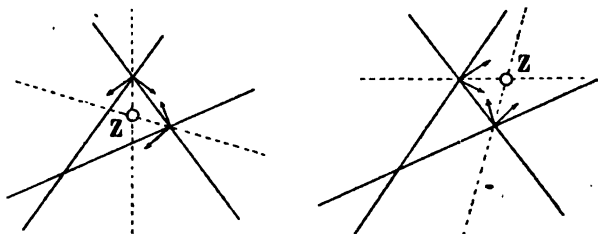



Fig. 150.

le tre *bisettrici* degli angoli da esse formati (scelti in base alla regola data, come è indicato a titolo di esempio nella fig. 150).

L'errore sistematico delle altezze *espresse in primi* è allora rappresentato dalla distanza *espressa in miglia* dell'ottenuto punto nave da una qualunque delle tre rette d'altezza (2).

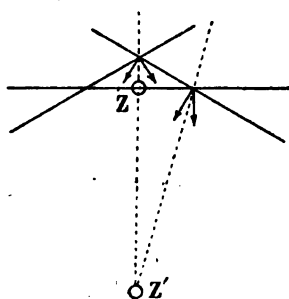



Fig. 151.

È chiaro però che, se la differenza fra due dei tre azimut d'osservazione è inferiore a 60° e non vi è probabilità che esistano grandi anomalie nella depressione dell'orizzonte, quando l'errore sistematico misurato nel modo ora indicato, risulta molto grande, invece che la bisettrice (che corrisponde ad un angolo inferiore a 60° ed è perciò mal determinata), è più opportuno considerare una retta d'altezza: così nel caso della fig. 151, quando non è probabile che esistano grandi anomalie nella depressione dell'orizzonte, è opportuno considerare come punto nave il punto Z, piuttostochè il punto Z', nel quale andrebbero ad incontrarsi le due bisettrici.

(1) Questo paragrafo ed il seguente riproducono quasi integralmente l'ultima parte del capitolo « Generalità sull'impiego delle rette d'altezza » col quale si iniziano le Istruzioni e tavole nautiche dell'Alessio.

(2) Considerando il triangolo formato dalle tre rette d'altezza e combinando due a due le rette, si ottengono tre bisettrici le quali, per un elementare principio di geometria, si incontrano nello stesso punto. Pertanto potendosi, con tali bisettrici, combinate due a due, formare tre coppie di bisettrici, è indifferente considerare l'intersezione dell'una piuttosto che dell'altra. Questa osservazione pone anche in evidenza il fatto che tre rette d'altezza dànno luogo ad una sola coppia di bisettrici indipendenti fra loro.

OSSERVAZIONE. — Mediante considerazioni basate sulla teoria degli errori (vedi ALESSIO, *Teoria e pratica* ecc. pag. 76 e seg.) si dimostra che la *miglior determinazione del punto con tre rette d'altezza si ha quando le altezze sono osservate con una differenza fra gli azimut di* 120°.

(Così facendo, il triangolo formato dalle tre rette sarà equilatero ed il punto cadrà nel suo baricentro).

Nella pratica bisognerà cercare di soddisfare nel miglior modo possibile a questa condizione.

§ 146. **Il punto ottimo.** — Dopo quanto è stato detto riesce evidente la proposizione seguente che è fondamentale nella navigazione astronomica: *la migliore determinazione del punto nave si ha determinando quattro rette d'altezza — ridotte simultanee con errori trascurabili della stima — corrispondenti alle altezze di quattro astri osservati*

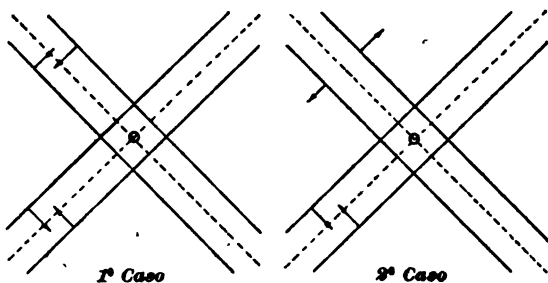



Fig. 152.

in azimut differenti di 90° *uno dall'altro.* Il punto nave è allora rappresentato (vedi la fig. 152) dal punto d'incontro delle due bisettrici che corrispondono alle due coppie di rette con differenza azimutale di 180° e che si tagliano ad angolo retto.

Si ha ancora un'eccellente determinazione del punto nave indipendente dall'errore sistematico finchè la differenza fra gli azimut di osservazione rimane compresa fra 45° e 90°: nel caso limite in cui fra tutti e quattro gli azimut d'osservazione tale differenza sia appunto di 45° (vedi la fig. 153), ognuna delle due bisettrici corrisponde a due osservazioni fatte con una differenza di 90° fra gli azimut, e le due bisettrici si tagliano con un angolo di 45°.

Quando la differenza fra gli azimut d'osservazione rimane compresa fra 30° e 90° si ha ancora una buona determinazione del punto nave: nel caso limite in cui fra tutti e quattro gli azimut d'osservazione tale differenza sia appunto di 30°, ognuna delle due bisettrici corrisponde a due osservazioni fatte con una differenza di 60° fra gli azimut, e le due bisettrici si tagliano con un angolo di 30°.

Con quattro rette d'altezza che formano una figura geometrica come quella indicata in fig. 152, o non molto diversa da essa (si può arrivare al limite corrispondente al caso della fig. 153), si può anche determinare il valore dell'errore sistematico e farsi un'idea dell'entità degli errori accidentali d'osservazione. L'*errore sistematico* delle altezze è rappresentato per ogni coppia di rette d'altezza dalla distanza del punto nave da una o dall'altra retta d'altezza della coppia considerata: ed una misura dell'*errore accidentale* d'osservazione delle altezze si ha dalla differenza o dalla somma dei due errori sistematici

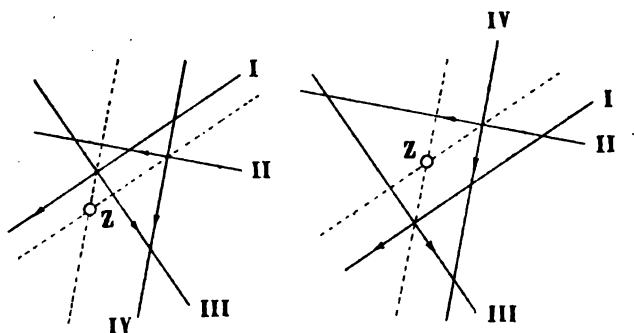



Fig. 153.

che sono risultati per ciascuna coppia, e più precisamente dalla differenza fra essi se il punto nave si trova rispetto a tutte e quattro le rette d'altezza dalla parte dell'astro osservato, oppure dalla parte opposta (1° caso della fig. 152 e 1° caso della fig. 153), ed invece dalla somma di essi se il punto nave si trova per una coppia di rette d'altezza dalla parte dell'astro, e per l'altra coppia dalla parte opposta (2° caso della fig. 152 e 2° caso della fig. 153).

In tal modo ogni osservatore, con un sufficiente numero di gruppi d'osservazioni del tipo descritto, può farsi un'idea del *valor medio del proprio errore accidentale* (che dipende dalla sua abilità e dalla bontà del suo sestante) ed allorquando si trova poi in presenza di un gruppo di quattro rette d'altezza che presenti per tale errore un valore molto più grande è costretto a dubitare che sia intervenuto nella determinazione qualche grossolano errore (o nell'osservazione o nel calcolo o nel tracciamento delle rette d'altezza), ed è perciò richiamato all'opportunità di verificare le operazioni eseguite od almeno di dubitare fortemente del risultato ottenuto.

Adunque, con quattro rette d'altezza simultanee e corrispondenti a differenze fra gli azimut d'osservazione non inferiori a 45° (od al-

meno a 30°), non soltanto si ha una buona determinazione del punto nave indipendente dagli errori sistematici, ma anche si ha mezzo di verificare di non aver commesso errori grossolani d'osservazione o di calcolo o grafici: ed allora è ben giustificato il concludere che " il " punto ottenuto con quattro rette d'altezza simultanee è la determi- " nazione più consigliabile ed è quella che deve essere considerata " come la determinazione *ordinaria* del punto nave; essa può essere " fatta soltanto quando siano visibili le stelle ossia soltanto ai cre- " puscoli del mattino e della sera e durante la notte, ed è per questa " ragione che non è mai raccomandato abbastanza ai naviganti di im- " pratichirsi nell'osservazione delle altezze di stelle, la quale non " presenta reali difficoltà e che ad un osservatore esercitato non riesce " meno esatta delle osservazioni fatte col Sole o con la Luna ".

§ 147. **Impiego di una sola bisettrice per regolare la condotta della navigazione.** — Della retta di posizione bisettrice possiamo ripetere quanto abbiamo detto nel § 129 circa la retta d'altezza. Per ottenere una bisettrice in direzione determinata è necessario fare le osservazioni di altezza in direzioni azimutali simmetriche rispetto alla considerata direzione, ed inclinate su di essa di almeno 30°. (Così facendo, la differenza azimutale della coppia di rette di altezze con le quali è conclusa la bisettrice, risulta $\leq 60°$, com'è prescritto per ottenere un buon risultato). Ad esempio, volendosi determinare una *bisettrice di direzione*, per giudicare dello scarto laterale della nave, si osserverà in direzioni simmetriche rispetto alla *prora*; volendosi ottenere una *bisettrice di velocità*, le osservazioni saranno fatte in azimut simmetrici rispetto al *traverso*.

L'impiego razionale della bisettrice è veramente prezioso per il navigante. Difatti la bisettrice, considerata come linea di posizione sulla quale è sempre lecito fare sicuro assegnamento, può dare, quando venga determinata con opportuna direzione, indicazioni sufficienti e *certe* per evitare i pericoli della navigazione. D'altra parte il punto d'incontro delle due rette con le quali si conclude la bisettrice, dà un *punto nave probabile* e, come tale, può servire di norma al navigante.

CAPITOLO XVI

Determinazione di coordinate con misura d'altezze di astri

(I metodi della vecchia navigazione)

---

§ 148. **Generalità.** — Nel § 116 abbiamo dimostrato come, essendo data una delle coordinate geografiche di un punto qualsiasi del cerchio d'altezza creato dall'osservazione, si possa determinare l'altra.

Nel presente capitolo noi ci occupiamo del caso particolare (che d'altra parte è l'unico praticamente interessante) in cui il punto considerato sia quello nel quale si è fatta la misura di altezza, proponendoci di determinare separatamente una qualunque delle due coordinate geografiche del luogo di osservazione.

Nel sistema che ha per meridiano di riferimento il *meridiano del punto astrale*, i valori P (longitudine) e φ (latitudine) delle coordinate geografiche del luogo d'osservazione, come quelli di ogni punto appartenente al cerchio d'altezza (creato dalla misura dell'altezza h dell'astro di declinazione δ), sono legati fra loro dall'equazione

$$\text{(1)} \qquad \operatorname{sen} h = \operatorname{sen} \varphi \ \operatorname{sen} \delta + \cos \varphi \ \cos \delta \ \cos P,$$

la quale determina il valore della coordinata incognita in funzione dell'altra supposta nota.

Queste considerazioni ed il confronto del problema attuale con quello risolto nel § 35 (determinazione di angolo orario ecc.), ci portano alle seguenti conclusioni:

1°. La determinazione di longitudine *rispetto al meridiano del punto astrale* equivale ad una determinazione di angolo orario per mezzo dell'altezza osservata (§ 35).

Per riferire poi la coordinata così ottenuta ad un noto meridiano della Terra è necessario conoscere la longitudine del punto astrale rispetto a questo meridiano fondamentale; occorre cioè determinare l'ora

dell'astro nel 1° meridiano nell'istante di osservazione. A ciò provvede essenzialmente il cronometro. La conversione dell'ora media T_m, *conservata* dal cronometro, nella corrispondente ora T dell'astro risolve il problema. E sarà finalmente, secondo la relazione fondamentale del § 41,

$$\lambda = t - T \text{ (alg.)}.$$

2°. L'elemento propriamente necessario alla determinazione di latitudine è la longitudine dell'osservatore rispetto al meridiano del punto astrale, o, in altri termini, l'angolo orario dell'astro osservato rispetto al *meridiano* di osservazione, all'istante della misura d'altezza.

La determinazione di latitudine può adunque farsi indipendentemente dall'ora del 1° meridiano (cronometro) e dalla longitudine λ del luogo considerato. Tuttavia, quando siano noti questi due elementi, si può con essi ottenere l'angolo orario t, da cui propriamente dipende la determinazione della coordinata φ, mediante le seguenti operazioni:

Dall'ora media di Greenwich T_m, corrispondente all'istante di osservazione, si passa a T, ora dell'astro osservato riferita al 1° meridiano, e finalmente da T si passa a t con la nota relazione fondamentale

$$t = T + \lambda \text{ (alg.)}.$$

D'altra parte, in particolari circostanze (le quali, come vedremo, sono anche le più favorevoli alla determinazione dell'incognita coordinata φ) il valore di t, corrispondente all'istante della misura di altezza, risulta implicitamente determinato, *con approssimazione sufficiente allo scopo*, dalla misura medesima.

È noto, difatti (§ 23), che in un dato luogo, gli astri raggiungono la massima altezza quando passano al meridiano superiore, ossia quando il loro angolo orario è nullo ($t = 0^h$). Se adunque si misuri l'altezza massima raggiunta da un astro nel suo moto diurno risulta anche noto l'angolo orario corrispondente all'altezza misurata, ed è quanto basta per poter risolvere la (1) rispetto alla incognita φ. Lo stesso accade quando, avendo scelto per l'osservazione un astro circumpolare, si misura la sua minima altezza; questa corrisponde al passaggio al meridiano inferiore, ossia, all'angolo orario 12^h.

§ 149. **Formule per il calcolo dell'angolo orario e della latitudine in funzione dell'altezza.** — **a)** *Calcolo dell'angolo orario.* — Il

problema è stato risolto nel § 35. La formula valida in ogni circostanza è

$$(1)\qquad \tan\frac{1}{2}\mathrm{P}=\sqrt{\cos s\ \mathrm{sen}\,(s-h)\sec(s-p)\ \mathrm{cosec}\,(s-\varphi)}$$

dove

$$s=\frac{1}{2}(h+\varphi+p).$$

Tuttavia, i valori di $\frac{1}{2}$ P che praticamente si determinano, essendo sempre notevolmente minori di 6^h (o 90^0) (ne diremo presto i motivi), si usa comunemente la formula più semplice

$$(1^{bis})\qquad \boxed{\mathrm{sen}\frac{1}{2}\mathrm{P}=\sqrt{\cos s\ \mathrm{sen}\,(s-h)\sec\varphi\ \mathrm{cosec}\,p}}\ .$$

Da P si passa a t mediante le note relazioni:

$$t=\mathrm{P}\qquad \text{se l'astro è a West}$$
$$t=24^h-\mathrm{P}\qquad \text{„ „ „ ad Est.}$$

Ove altre circostanze evidenti non stabilissero a priori l'orientamento del verticale di osservazione, a dimostrare se l'astro sia all' Est od all'Ovest del meridiano dell'osservatore basterebbe l'osservazione del modo di variare dell'altezza durante la sua misura: all' Est h cresce, a West diminuisce.

b) *Calcolo di latitudine.* — La determinazione della latitudine si può ottenere risolvendo la (1) del § precedente rispetto a φ: ma questo procedimento non è pratico perchè esso importa la risoluzione di un'equazione di secondo grado e la formula a cui si arriva non è certo logaritmica. Si evita la risoluzione della equazione accennata e si giunge nello stesso tempo ad espressioni logaritmiche coi procedimenti indicati nel § 30. Le formule (5) e (6) di detto paragrafo dànno:

$$(2)\qquad \boxed{\begin{array}{c}\tan\mathrm{M}=\tan p\ \cos\mathrm{P}\\ \mathrm{cosec}\,(\varphi+\mathrm{M})=\sec\mathrm{M}\ \mathrm{cosec}\,h\ \cos p\end{array}}\ .$$

Le avvertenze [1] relative alla risoluzione logaritmica delle (2) sono quelle esposte nel § 33.

---

[1] Queste avvertenze riguardano la modalità da seguirsi nella determinazione di $l\sec\mathrm{M}$ in funzione di $l\tan\mathrm{M}$.

È necessario notare che in questo caso particolare, essendo incognita φ e non potendosi quindi stabilire a priori se l'astro si trovi nello stesso emisfero o nell'emisfero opposto di Z, non può logicamente applicarsi per δ la regola dei segni stabilita nel § 29. Questa apparente difficoltà si evita attribuendo sempre il segno positivo a δ, e quindi ponendo $p =$ *differenza aritmetica* $90^0 - \delta$. Così facendo la latitudine (il cui valore è compreso fra 0^0 e 90^0) ottenuta colla 2ª delle (2) può risultare positiva o negativa; nel primo caso ($\varphi +$) la latitudine avrà lo stesso nome di δ (zenit nello stesso emisfero dell'astro), nel secondo ($\varphi -$) la latitudine avrà il nome contrario di δ (¹).

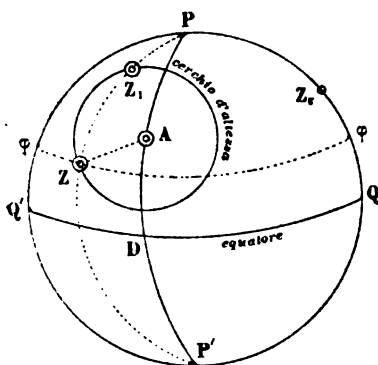



Fig. 154.

Generalmente la risoluzione del sistema (2) conduce a due valori e di φ compresi fra 0^0 e 90^0; osservando la fig. 154, l'interpretazione di questo risultato è semplicissima: i due valori ottenuti si riferiscono ai punti Z e Z_1 del cerchio d'altezza, situati nello stesso meridiano.

§ 150. **Circostanze favorevoli.** — In teoria, *ammettendo che l'altezza* h *e la coordinata nota* (P ó φ) *sieno rigorosamente esatte*, le determinazioni di latitudine e di longitudine si potrebbero fare in qualsiasi circostanza di osservazione. Ma è necessario notare che in generale e tanto più in mare, non è mai lecito presumere che l'altezza misurata e la coordinata nota sieno prive di errori. Degli errori di cui può essere affetta h abbiamo detto nel § 93; circa la coordinata supposta nota osserviamo che essa può esserci data da un'*altra* osservazione oppure dalla stima; nel primo caso sarà affetta dagli errori più o meno importanti di osservazione, nel secondo dagli errori sovente molto grandi degli elementi stimati. È quindi assolutamente necessario calcolare

---

(¹) Questo risultato si ottiene considerando il triangolo di posizione formato dall'astro, dallo zenit e dal *polo dell'emisfero al quale appartiene l'astro* (detto *polo dell'astro*). Sono lati di questo triangolo

$$90 - h, \qquad 90 - \delta, \qquad 90 - \varphi,$$

dove δ è sempre $+$, e $\varphi +$ o $-$, secondochè è dello stesso nome o di nome contrario a δ. Questo triangolo può essere coincidente con quello da noi ordinariamente considerato (ciò accade quando φ e δ sono nello stesso emisfero) oppure il suo *colunare*. L'angolo al polo P ha in ambedue lo stesso valore. Le formule risolventi del triangolo sono sempre le solite del § 29.

l' influenza che possono avere sulla coordinata incognita gli errori della coordinata nota e dell'altezza osservata. Nè sarà privo di interesse indagare anche sull' influenza di un eventuale errore della declinazione.

a) *Circostanze favorevoli alla determinazione della longitudine con misura di altezza.* — Per stimare l' influenza che può avere in P un errore di φ e di h basta considerare le formule differenziali relative alla determinazione dell'angolo orario in funzione dell'altezza, dimostrate nel § 36. Si ha

$$(1) \qquad \boxed{\left|\Delta P\right| = \left|\frac{\Delta h}{\cos\varphi\ \operatorname{sen} Z}\right|}\,; \qquad \boxed{\left|\Delta P\right| = \left|\frac{\Delta\varphi\ \operatorname{ctn} Z}{\cos\varphi}\right|}\,. \qquad (2)$$

I coefficienti di Δh e $\Delta\varphi$ sono tanto più piccoli quanto più il valore dell'angolo azimutale Z si avvicina a 90°. In questo caso limite, il valore di ctn Z è nullo, e, di conseguenza, un errore nella latitudine non ha veruna influenza nella determinazione di P, quindi, della longitudine. Di più, essendo allora sen Z massimo, il coefficiente di Δh è minimo, e perciò un errore commesso nella misura dell'altezza ha minima influenza nella determinazione di P.

In questa circostanza ($Z = 90^0$) è anche minima l'influenza di un eventuale errore $\Delta\delta$ nella declinazione dell'astro.

La formula differenziale (3^{bis}) del citato § 36

$$(3) \qquad \boxed{\left|\Delta P\right| = \left|\frac{\Delta\delta\cos A}{\cos\varphi\ \operatorname{sen} Z}\right|}\,,$$

dimostra che per un dato luogo di osservazione e per un dato valore $\Delta\delta$, la variazione $|\Delta P|$ è minima per $\frac{\cos A}{\operatorname{sen} Z}$ minimo. D'altra parte l'analogia dei seni (3ª formula delle II del § 29)

$$\cos\delta\ \operatorname{sen} A = \cos\varphi\ \operatorname{sen} Z$$

dimostra che, per un astro ed uno zenit dati, sen Z e sen A crescono o decrescono nel medesimo tempo; e pertanto cos A decresce con $\frac{1}{\operatorname{sen} Z}$. Per $Z = 90^0$, $\frac{1}{\operatorname{sen} Z}$ assume il valor minimo; lo stesso, per l'osserva-

zione ora fatta, accade di cos A: il coefficiente $\frac{\cos A}{\operatorname{sen} Z}$ è adunque minimo quando l'astro è nel primo verticale.

Considerando tutte le cause di errore, concludiamo adunque che:

1°. *L'influenza di un errore (piccolo)* $\Delta\varphi$ *della coordinata latitudine, supposta nota, è nulla quando l'astro osservato è nel 1° verticale;*

2°. *In tale circostanza è anche minima l'influenza dell'errore* Δh *commesso nella misura dell'altezza e dell'errore* $\Delta\delta$ *eventualmente commesso nella determinazione di* δ. Se la misura d'altezza sia fatta fuori del 1° verticale, l'influenza di $\Delta\varphi$ diventa sensibile, e, quanto più il verticale di osservazione è lontano dal 1°, tanto maggiori sono gli errori in P (e quindi in longitudine) dovuti a $\Delta\varphi$, Δh, $\Delta\delta$; ΔP è infinito per $Z = 0°$, oppure, 180° (astro nel meridiano).

È perciò necessario osservare nel 1° verticale od in grande vicinanza di esso.

Osservazione importante. — La presenza del coefficiente $\frac{1}{\cos\varphi}$ nelle tre formule differenziali ora discusse ci dimostra che, *a parità di altre condizioni*, l'errore della *coordinata* longitudine, determinata con misura di altezza, aumenta al crescere di φ. Tuttavia (e qui sta l'importanza dell'osservazione) il corrispondente errore di *posizione* è del tutto indipendente dalla latitudine. Difatti ad un errore di longitudine $\Delta\lambda$ (che supponiamo *misurato in primi di arco*) corrisponde un *errore itinerario* nel senso del parallelo uguale a

$$\Delta\lambda \cos\varphi, \text{ miglia.}$$

Perciò agli errori in longitudine $|\Delta'\lambda| = |\Delta'P|$, $|\Delta''\lambda| = |\Delta''P|$, $|\Delta'''\lambda| = |\Delta'''P|$ (che supponiamo misurati in primi), prodotti rispettivamente da $\Delta\varphi$, Δh, $\Delta\delta$, corrispondono i seguenti errori itinerari nel senso Est Ovest:

$$\left.\begin{aligned} |\Delta'\lambda| \cos\varphi &= |\Delta\varphi \operatorname{ctg} Z| \\ |\Delta''\lambda| \cos\varphi &= |\Delta h \operatorname{sen} Z| \\ \left|\Delta'''\lambda\right| \cos\varphi &= \left|\Delta\delta \frac{\cos A}{\operatorname{sen} Z}\right| \end{aligned}\right\} \text{miglia.}$$

Diremo adunque che la determinazione di longitudine, con misura di altezza, *in quanto serve allo scopo pratico di fissare la posizione dell'osservatore*, dà risultati ugualmente attendibili in ogni latitudine.

In altri termini si può dire che, a parità di altre condizioni, l'errore della coordinata longitudine è numericamente tanto maggiore

quanto più elevata è la latitudine (e precisamente cresce in ragione di $\frac{1}{\cos\varphi} = \sec\varphi$), ma l'errore itinerario, ossia la distanza dell'osservatore dalla linea coordinata (meridiano) ottenuta, è del tutto indipendente dalla latitudine.

b) *Circostanze favorevoli alla determinazione di latitudine con misura di altezza.* — Le formule differenziali che dànno le variazioni $|\Delta\varphi|$ corrispondenti alle variazioni $|\Delta P|$ e $|\Delta h|$, rimanendo costanti rispettivamente δ, h, e, δ, φ, si ottengono risolvendo rispetto a $|\Delta\varphi|$ e $|\Delta P|$ le relazioni (4) del § 36 e (3) del § 31. Si ha:

$$(4)\qquad \boxed{|\Delta\varphi| = |\Delta P \cos\varphi \ \tan Z|}$$

$$(5)\qquad \boxed{\left|\Delta\varphi\right| = \left|\frac{\Delta h}{\cos Z}\right|}.$$

Dalla relazione (4) risulta che l'errore di latitudine dovuto alla inesatta conoscenza di P (o di t) è tanto minore quanto più Z è prossimo a 0^0 o 180^0 (astro nel meridiano). Quando la misura di altezza è fatta nel meridiano, $\tan Z =$ zero, e $\Delta\varphi$ è nullo.

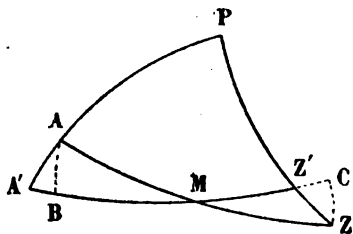
Dalla relazione (5) vediamo che il coefficiente $\frac{1}{\cos Z}$ è minimo quando $Z = 0^0$, o, 180^0 (astro nel meridiano). L'errore di latitudine dovuto alla inesatta misura dell'altezza è adunque minimo quando l'osservazione è fatta nel meridiano. In tal caso $|\Delta\varphi| = |\Delta h|$.

Fig. 155.

Consideriamo finalmente la variazione $|\Delta\varphi|$ dipendente dalla variazione $|\Delta\delta|$, rimanendo costanti P ed h (fig. 155).

I triangoli APZ ed A'PZ' hanno comune l'angolo al polo ed uguali fra loro i lati opposti a P; $AZ = A'Z' = h$. E si ha

$$AA' = |\Delta\delta|, \qquad ZZ' = |\Delta\varphi|.$$

Centro in M, punto d'intersezione degli archi AZ ed A'Z', si conducano per A e per Z, rispettivamente, i piccoli archi AB e ZC (Z'C

è il prolungamento di A′Z′). Nei triangoletti piani (sensibilmente) e rettangoli ABA′ e ZCZ′ si ha

$$A'B = AA' \cos A' \qquad Z'C = ZZ' \cos Z.$$

Possiamo ritenere $\cos A' = \cos A$; inoltre per costruzione

$$A'B = Z'C.$$

Pertanto, sostituendo e riducendo si ha

$$| \Delta\delta \cos A | = | \Delta\varphi \cos Z |$$

ed infine

$$\left| \Delta\varphi \right| = \left| \Delta\delta \frac{\cos A}{\cos Z} \right|. \tag{6}$$

Per $Z = 0^0$ o 180^0 si ha pure $A = 180^0$ o 0^0, come si può facilmente vedere nella figura sulla sfera, e per tanto, in tale circostanza, il rapporto $\frac{\cos A}{\cos Z}$ è uguale all'unità, e $| \Delta\varphi | = | \Delta\delta |$.

Considerate le tre cause di errore, diremo che *la circostanza favorevole per la determinazione di latitudine con misura di altezza si verifica quando l'astro osservato è nel meridiano* (¹).

§ 151. **Ancóra delle circostanze favorevoli.** — È interessante notare che quando l'astro osservato è nel primo verticale, il cerchio

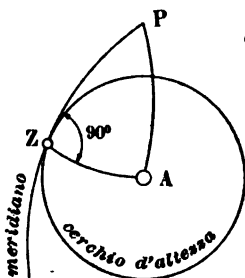
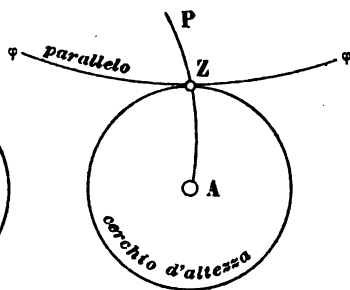



Fig. 156 *a*. Fig. 156 *b*.

d'altezza è, per definizione, normale a questo verticale (§ 115) e quindi *tangente al meridiano* nello zenit d'osservazione (fig. 156 *a*). Similmente,

(¹) La (6) ci può anche dare un criterio sulla più conveniente scelta dell'astro. Il coefficiente di $\Delta\delta$ è nullo solo quando $A = 90^0$ ($\cos A =$ zero) e $\frac{1}{\cos Z}$ non è infinito. Ciò accade per un astro osservato alla massima digressione, ed allora se l'astro è molto vicino al polo (ad es. la Polare) sono verificate anche le condizioni che rendono minima l'influenza degli errori ΔP e Δh; difatti per δ prossimo a 90^0 la massima digressione avviene in un verticale molto vicino al meridiano.

Notiamo tuttavia che queste considerazioni hanno valore pratico soltanto nel caso di ***determinazioni da osservatorio***. In mare si osserva un astro *qualsiasi* che si trovi nel meridiano.

quando l'astro è nel meridiano dell'osservatore, il cerchio d'altezza è *tangente al parallelo* nello zenit d'osservazione (fig. 156 *b*). Di conseguenza possiamo dire, in generale, che *la circostanza favorevole per la determinazione di una delle coordinate dello zenit di osservazione per mezzo della misura di altezza si verifica quando il cerchio d'altezza è tangente nello zenit di osservazione alla linea coordinata* (meridiano o parallelo) *che si vuol determinare.*

In tale circostanza la linea coordinata individuata mediante la determinazione di λ e di φ si confonde effettivamente [1] col luogo geometrico di posizione creato dall'osservazione di altezza (cerchio di altezza).

Conclusione. — Le condizioni nelle quali si fanno le osservazioni astronomiche durante la navigazione esigono imperiosamente che le determinazioni di coordinate sieno fatte soltanto nelle circostanze favorevoli od almeno in grande vicinanza di esse. L'osservazione nel 1° verticale per la longitudine e quella nel meridiano per la latitudine sono adunque *condizioni necessarie* per ottenere un buon risultato.

§ 152. Determinazione di longitudine con osservazione di altezza. — Si possono osservare nel 1° verticale solamente gli astri per i quali

$\delta < \varphi$ *e dello stesso nome* (vedi § 24).

Si può determinare a priori un valore approssimato dell'ora e dell'altezza di osservazione con particolari calcoli preventivi (§ 167).

D'altra parte il verificarsi del passaggio al 1° verticale sarà indicato da una misura di azimut fatta con la bussola. Si potranno anche osservare astri che non sieno esattamente nel 1° verticale, e ciò sarà tanto più lecito nei casi in cui si potrà con fondamento presumere che la latitudine usata nel calcolo sia prossima alla vera. Tuttavia, in ogni caso, la distanza del verticale d'osservazione dal 1° dovrà essere piccola ($< 10°$ circa).

Si osserva l'altezza e si nota l'ora cronometrica corrispondente. Si corregge l'altezza per ottenere il valore dell'*altezza vera*. Si determinano le coordinate equatoriali α e δ dell'astro (nel caso del Sole si determina ε_m invece di α).

Si converte la nota ora media T_m *nella corrispondente ora* T *dell'astro* (§§ 62 e 63).

---

[1] Entro i limiti della *zona di certezza* (vedi § 119).

Coi noti valori della latitudine (in generale in mare si conosce la latitudine stimata φ_s), della distanza polare $(90 - \delta = p$; per il segno di δ vale la solita regola del § 29) e dell'altezza h, si calcola P risolvendo la (1^{bis}) del § 149 che dà $\frac{1}{2}$ P per mezzo di seno.

L'uso di tale formula è giustificato dal fatto che, osservando nelle circostanze favorevoli *prescritte* (astro nel 1° verticale), P è minore di 6^h e quindi $\frac{1}{2} P < 3^h$. Pertanto questo angolo si ottiene sensibilmente con la stessa precisione se si determini sia per mezzo di tangente che per mezzo di seno. Non si determinerà mai, invece, per mezzo di coseno. (Per la pratica del calcolo si ricordi che $\frac{1}{2}$ P è sempre $< 90^0$).

Ottenuto l'angolo al polo P, si passa all'angolo orario t mediante le note relazioni.

La differenza fra l'ottenuto angolo orario t e l'ora T ci dà il cercato valore della longitudine

$$t - T = \lambda \text{ (alg.)}.$$

Osservazione. — Che per $Z = 90^0$ (astro nel 1° verticale) l'angolo P debba essere $< 6^h$ si vede immediatamente dall'unita figura 157. Il *primo orario* (vedi definizione nel § 19; è il cerchio orario normale al meridiano) incontra il primo verticale sull'orizzonte dell'osservatore. Tutti gli altri cerchi orari che tagliano il 1° verticale al *disopra dell'orizzonte* (ad es. PAD) corrispondono a valori $P < 6^h$.

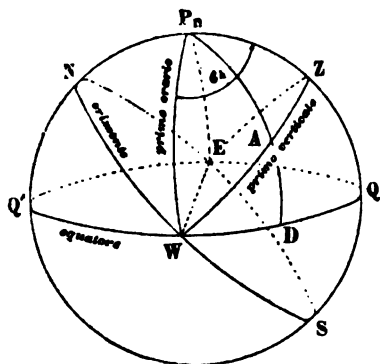



Fig. 157.

Esempio.

Il 7 Dicembre 1917 (data civile, tempo di bordo regolato sul meridiano 1^h Est), verso le 3 pomeridiane, in latitudine stimata 32°40' Sud e longitudine stimata 14°50' Est Gr. si osserva la seguente altezza di Sole in grande vicinanza del primo verticale;

$$h_i \;\; 48^0 57' 40'', \qquad t_s \;\; 1^h 48^m 05^s,$$
$$e = 8 \text{ metri}, \qquad \gamma = -1' 20'', \qquad K = +3^m 36^s.$$

Rettificare il valore della longitudine.

Tempi	Elementi delle Effemer.	Altezza osservata
t_m app. 3^h00^m (7 Dic.) $-\lambda$ -1 T_m app. 2^h00^m (7 Dic.)	Per $T_m = 1^h52^m$ (7 Dic.) ε_m $8^m33^s,9$ (+) δ☉ $22°35',8$ (S) (p. = $67°24',2$)	h_i ☉ $48°57'40''$ $-\gamma$ $+1\ 20$ h_o ☉ $48\ 59\ 00$ $-i$ $-5\ 01$ h_r ☉ $48\ 53\ 59$ $-r$ $-0\ 50$ h_a ☉ $48\ 53\ 09$ σ $+16\ 16$ h_a ☉ $49\ 09\ 25$ + parall. $+6$ h $49°09'31'$
t_c $1^h48^m05^s$ K $+3\ 36$ T^m $1\ 51\ 41$ (7 Dic.) ε_m $+\ 8\ 33,9$ T_v $2^h00^m14^s,9$		(N. B. — In pratica si fa uso della correzione complessiva § 91).

CALCOLO DI ANGOLO ORARIO E DETERMINAZIONE DELLA LONGITUDINE

h	$49°09'31''$		
φ	$32\ 40\ 00$	. . . l sec	0,07478
p	$67\ 24\ 12$	. . . l cosec	0,03469
$2s$	$149\ 13\ 43$		
s	$74\ 36\ 51$	. . . l cos	9,42377
$s-h$	$25\ 27\ 20$	. . . l sen	9,63328
		$2l$ sen $\frac{P}{2}$	19,16652
$\frac{P}{2}$	$1^h30^m05^s5$	l sen $\frac{P}{2}$	9,58326
P	$3\ 00\ 11$		
t_v	$3^h00^m11^s$	= P perchè astro a West	
T_v	$2\ 00\ 14,9$		
$\lambda +$	$59^m56^s,1$	= 14°59' Est Gr. (arrotondato).	

§ 153. **Determinazione di latitudine con osservazione di altezza meridiana.** — Allorchè l'astro è nella posizione favorevole per la determinazione di latitudine, ossia quando si trova nel meridiano d'osservazione, la sua altezza è massima (astro nel meridiano superiore) o minima (astro nel meridiano inferiore), (vedi § 23). Perciò l'altezza massima o minima dicesi anche *meridiana* (1).

(1) Questa circostanza si verifica esattamente per gli astri con declinazione costante (stelle), e solo *sensibilmente* per gli astri erranti (vedi § 25).

Poichè nel meridiano superiore è $P = 0^h$, e nell'inferiore $P = 12^h$, l'osservatore, misurando l'altezza massima o minima di un astro, viene implicitamente ad ottenere anche il corrispondente valore di P che, sostituito nell'equazione generale del cerchio d'altezza, permette di risolvere questa rispetto all'incognita latitudine. Tuttavia la relazione che dà il valore di φ con osservazione meridiana, si può ottenere in modo più semplice ed evidente per via diretta, e così noi faremo dopo avere spiegato come in pratica si proceda per misurare le altezze massime o minime degli astri.

Si determina in precedenza un valore approssimato dell'ora del passaggio dell'astro al meridiano (sul modo pratico di determinare l'ora approssimata del passaggio del Sole al meridiano mobile della nave vedi in seguito § 185).

Pochi minuti prima del passaggio si intraprende l'osservazione e, secondo le norme del § 76, si porta l'immagine dell'astro in contatto con l'orizzonte. Si chiude la vite di pressione dell'alidada e, seguendo il movimento in altezza, si mantiene, mediante la vite di richiamo, l'astro in continuo contatto con la linea dell'orizzonte fino all'istante in cui l'immagine appare stazionaria. Per essere certi di non aver errato in tale apprezzamento, si continua ad osservare, senza muovere l'alidada, fino a che si nota una tendenza dell'astro a muoversi in senso inverso (vedi seguente § 154 e relativa osservazione) [1].

I. *Passaggio* (*o culminazione*) *superiore.* — Consideriamo dapprima il caso *più comune* del passaggio al *meridiano superiore* (osservazione di altezza massima).

Sieno sulla sfera: PQP′Q′ il meridiano dell'osservatore, PP′ i poli, QQ′ l'equatore, Z lo zenit di osservazione, HH′ l'orizzonte; ZQ sarà la latitudine di Z (fig. 158).

L'astro che si trova nel *meridiano superiore* può occupare la posizione A_1 fra lo zenit ed il polo elevato, la A_2 fra lo zenit e l'equatore, oppure la A_3 nell'emisfero opposto di Z. Nei tre casi abbiamo

---

[1] Qui torna acconcio fare un'osservazione circa una consuetudine che spesso, ma senza fondamento logico, è tuttora seguìta su alcune navi, e dalla quale è necessario derogare definitivamente.

L'ufficiale di rotta determina l'altezza meridiana di Sole per il calcolo di latitudine, e quando l'astro, dopo essere apparso fermo per alcun tempo, incomincia a *mordere* col lembo l'orizzonte del mare, decide di far battere i tradizionali otto colpi di campana del mezzodì: in conseguenza vengono regolati, seguendo l'antica consuetudine, gli orologi di bordo.

Osserviamo che, quando si incomincia ad apprezzare il movimento discendente dell'astro, l'altezza di questo è diminuita di almeno un primo, e perciò, eccezione fatta del caso in cui l'astro culmina in grande vicinanza dello zenit, è già trascorso un tempo notevole (qualche minuto) dall'istante della culminazione. La regolazione degli orologi fatta nel modo descritto è adunque priva di ogni valore. D'altra parte, anche prescindendo dall'errore suddetto, la regolazione dell'ora di bordo deve farsi oggigiorno con criteri del tutto differenti. E di ciò si dirà in seguito.

rispettivamente

$$(1) \qquad \begin{cases} ZQ = A_1Q - A_1Z \\ ZQ = A_2Q + A_2Z \\ ZQ = A_3Z - A_3Q. \end{cases}$$

A_1Q (oppure A_2Q, A_3Q) è la declinazione dell'astro, ed A_1Z (oppure A_2Z, A_3Z) è la sua distanza zenitale; si vede pertanto che la latitudine è uguale alla somma od alla differenza dei valori *numerici* della declinazione e della distanza zenitale meridiana dell'astro.

Fig. 158.

Queste tre formule si riducono ad una sola, algebrica, detta *formula della latitudine meridiana*.

$$(2) \qquad \varphi = \delta - z \text{ (alg.)},$$

applicando apposita *regola dei segni*.

Infatti si ottengono le tre relazioni (1) relative ai tre casi particolari attribuendo, nella (2), a δ *sempre* il segno *positivo*, ed a z il segno *positivo*, se l'osservazione d'altezza si è fatta con la faccia rivolta verso il punto cardinale omonimo della declinazione ed il segno *negativo* se l'osservazione si è fatta verso il punto cardinale eteronimo della declinazione. Se il risultato della differenza *algebrica* $\delta - z$ è positivo, vuol dire che φ è omonima di δ, nel caso contrario φ è eteronima di δ.

Riassumendo:

$$\boxed{\varphi = \delta - z \text{ (alg.)}}$$ (1)

Osservazione al passaggio superiore (altezza massima)

Regole dei segni		
	δ sempre $+$	
	Osservazione con faccia rivolta al Nord	quando δ è Nord, z è $+$ „ „ Sud, z è $-$
	Osservazione con faccia rivolta al Sud	quando δ è Nord, z è $-$ „ „ Sud, z è $+$
	Se la diff. algebrica $\delta - z$ risulta $+$, φ è omonima di δ.	
	Se „ „ „ $\delta - z$ „ $-$, φ è eteronima di δ.	

(1) In molti trattati la formula della latitudine meridiana è data nella forma $\varphi = z + \delta$, e naturalmente, in tal caso, si deve adottare una regola dei segni diversa dalla nostra.

Il valore di δ si ricava dalle Effemeridi:

1° nel caso delle stelle con la sola nozione della data;

2° nel caso degli astri erranti (Sole, Luna, Pianeti) interpolando per l'istante T_m dedotto dall'ora cronometrica simultanea alla osservazione (o dalle indicazioni di un comune orologio da tasca regolato sul tempo medio di un noto meridiano).

Si noti che in tale circostanza il cronometro (od orologio) è usato soltanto per ottenere nel modo più rapido e comodo un valore dell'ora di Greenwich necessario alla interpolazione dell'elemento variabile δ.

Però l'uso del cronometro *non è affatto necessario e se ne può fare assolutamente a meno.* Difatti noi sappiamo in ogni caso determinare l'ora media locale t_{mps} della culminazione dell'astro (vedi § 66 e segg.); ed in questo caso è sufficiente una determinazione approssimata. La simultanea ora di Greenwich si ottiene mediante la nota relazione generale $T_m = t_m - \lambda$; pertanto nel caso attuale, usando un valore approssimato della longitudine (longitudine stimata λ_s), si ha

(3) *ora media* (appr.) *di Greenwich all'istante del transito locale*

$$= t_{mps} - \lambda_s \text{ (alg.)}.$$

Questo valore approssimato dell'ora di Greenwich, unito a quello della relativa data astronomica D (che si determina coi noti criterî) è sempre sufficiente per interpolare con la necessaria esattezza il desiderato valore di δ.

Nel caso particolare del Sole si ha

$$t_{mps} = \varepsilon_v, \quad \text{od anche} \quad t_{mps} = -\varepsilon_m \text{ [1]}. \tag{4}$$

Per l'equazione del tempo basta assumere il valore tavolare delle effemeridi corrispondente al mezzodì (0^h) di Greenwich della data astronomica $D = d$, essendo d la data locale civile del giorno di osservazione.

Nel § 67 si è detto come debba interpretarsi un risultato negativo della (4). Per maggiore chiarimento diamo due esempî:

1°. Caso in cui t_{mps} risulta *negativo.*

Culminazione del 4 Dicembre 1914.

Dalle Eff., per $T_m = 0^h$ del 4 Dicembre, $\varepsilon_m = +9^m57^s,3$, e perciò $\varepsilon_v = -9^m57^s,3$.

$$t_{mps} = 0^h \text{ del 4 Dicembre } - 9^m57^s,3,$$

[1] Si ricordi che le Eff. It. dànno l'equazione del tempo *medio* (ε_m), mentre il N. A. dà l'equazione del vero (ε_v). Le due quantità differiscono solo per il segno.

ossia

$$= 24^h - 9^m57^s,3 \quad \text{del 3 Dic.}$$
$$= 23^h50^m02^s,7 \quad \text{del 3 Dic.}$$

2°. Caso in cui t_{mps} risulta *positivo.*

Culminazione del 10 Agosto 1914.

Dalle Eff. per $T_m = 0^h$ del 10 Agosto, $\varepsilon_m = -5^m19^s,4$, e perciò $\varepsilon_v = +5^m19^s,4$.

$$t_{mps} = 0^h \text{ del 10 Agosto} + 5^m19^s,4,$$

ossia

$$= 0^h05^m19^s,4 \text{ del 10 Agosto.}$$

Esempio di determinazione di latitudine con altezza meridiana di Sole. — Il 9 Aprile 1914 in $\lambda_s = 3^h30^m$ Est Greenwich, si è misurata l'altezza meridiana del Sole, con la faccia rivolta al Nord. L'altezza osservata e *corretta* è $h = 52°30'25''$.

1°. Determinazione del tempo medio approssimato di Greenwich ed interpolazione di δ.

Dalle Eff. si ha per $T_m = 0^h$ del 9 Aprile, $\varepsilon_m = -1^m48^s$, quindi $\varepsilon_v = +1^m48^s$.

$$\begin{array}{rl} \varepsilon_v = t_{mps} & 0^h01^m48^s,\ 9 \text{ Aprile} \\ -\lambda_s & 3\ 30\ 00 \\ \hline T_m \text{ appr.} & 20^h31^m48^s,\ 8 \text{ Aprile.} \end{array}$$

$$\begin{array}{lrl} \text{Per } T_m = 20^h \text{ dell'8 Aprile } \delta_{\odot} & 7°18',3 & \text{N} \\ \text{add. } (0',9) \times (0,5) & 0,5 & \\ \hline \delta_{\odot} & 7°18',8 & \text{N.} \end{array}$$

2°. Calcolo della latitudine.

$$\begin{array}{ll} h & 52°30'25'' \\ z + & 37\ 29\ 35 \end{array} \left(\begin{array}{l} + \text{ perchè si è osservato con} \\ \text{la faccia rivolta al punto car-} \\ \text{dinale omonimo di } \delta. \end{array} \right) \begin{array}{rr} \delta & 7°18',8 \\ -z & -37\ 29,6 \\ \hline \varphi & -30°10',8 \end{array}$$

Essendo risultato un valore negativo, vuol dire che φ è eteronima della declinazione.

$$\varphi = 30°10',8 \text{ Sud.}$$

II. *Passaggio (o culminazione) inferiore.* (Altezza minima). — Ora consideriamo il caso in cui si osservi l'astro al passaggio nel meridiano inferiore (astro circumpolare). In tale circostanza l'altezza osservata è la minima.

Nella fig. 158bis, dove Z è lo zenit di osservazione ed N il nadir e PNP' è il meridiano inferiore di Z, A rappresenta il considerato astro circumpolare al transito inferiore.

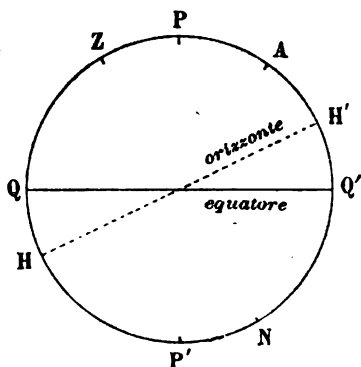



Fig. 158bis.

Essendo QQ' l'equatore, si ha

$$ZQ = 180^0 - (ZA + AQ')$$

e poichè

$$\begin{aligned} ZQ &= \text{latitudine} = \varphi, \\ ZA &= \text{distanza zenitale} = z, \\ AQ' &= \text{declinazione} = \delta, \end{aligned}$$

si ha:

oss. al passaggio inferiore: (altezza minima) $\boxed{\varphi = 180^0 - (\delta + z)}$.

Nel risolvere questa espressione non v'è da seguire veruna regola dei segni, poichè tanto δ che z devono essere assunte *sempre positive*, e d'altra parte, allorchè si osserva al passaggio inferiore, *la latitudine è necessariamente omonima della declinazione.*

È bene ripetere che nelle latitudini più frequentate dalle navi gli astri circumpolari (cioè quelli che sono osservabili al transito inferiore) sono stelle fisse e quindi per la determinazione di δ, necessaria

al calcolo, non occorre neppure conoscere l'ora approssimata del 1° meridiano, corrispondente all'osservazione.

§ 154. **Serie meridiana di altezze.** — Un metodo di osservazione che dà il mezzo di eliminare, od almeno di attenuare, mediante un'ordinata serie di misure, gli errori accidentali e che pertanto raccomandiamo agli osservatori diligenti, è il seguente che supponiamo particolarmente applicato alla determinazione dell'altezza massima del *Sole*.

Si osserva una serie di altezze incominciando circa dieci minuti prima del previsto istante di culminazione, accompagnando ogni misura con la lettura della corrispondente ora del cronometro, o, in mancanza di questo, di un comune orologio da tasca. L'osservatore non deve preoccuparsi di cogliere l' istante in cui avviene la culminazione ma deve solamente curare che l' intervallo di tempo compreso fra le successive misure non sia troppo grande; deve, in altri termini fare del suo meglio per osservare molte altezze a breve distanza l'una dall'altra. L'osservazione è prolungata oltre la culminazione fino ad ottenere un'altezza sensibilmente uguale a quella che ha iniziato la serie.

Disegnati sopra un foglio di carta quadrettata due assi ortogonali, sopra l'uno di essi si portano come ascisse i tempi e sull'altro come ordinate i corrispondenti valori dell'altezza. È conveniente scegliere le scale in modo che l' intervallo di 1^m e la variazione di $1'$ d'altezza sieno rappresentati da una lunghezza non inferiore a 5 millimetri. Si otterranno così sulla figura tanti punti quante sono le osservazioni e potrà quindi tracciarsi a mano una curva regolare (lasciandosi in certo modo guidare da un senso di continuità) la quale nel miglior modo possibile si accosti ai punti stessi e *compensi* così i risultati delle osservazioni naturalmente affette da errori accidentali. Diciamo che la curva deve essere *regolare* ed invero è chiaro che non si tratta qui di compensare una serie di misure fatte per determinare una funzione fisica ignota e soggetta ad irregolarità fortuite; si tratta invece di una curva di forma teoricamente determinata. Tale curva è, con grande approssimazione, di forma parabolica, e quindi non ha inflessioni ed è simmetrica rispetto ad un asse parallelo all'asse delle altezze. Pertanto, nel tracciarla a mano, bisognerà guardarsi bene dal torcerla in modo arbitrario tale da obbligarla a passare vicino a quei punti che presentano delle notevoli irregolarità; tali irregolarità devono in ogni caso essere attribuite ad errori di osservazione. L'ordinata massima della curva così ottenuta misura l'altezza nell' istante della culminazione.

La durata della serie può essere abbreviata quando la velocità del movimento in altezza nelle vicinanze del meridiano è molto sensibile; è invece conveniente allungarla quando tale velocità è molto piccola. Il primo caso si verifica quando la culminazione avviene in vicinanza dello zenit (altezze grandi) il secondo quando la culminazione avviene lontano dallo zenit (altezze piccole).

A mo' d'esempio riferiamo una serie di misure fatte osservando il Sole all'orizzonte del mare dalla Batteria della R. Accademia Navale (10 Agosto 1917). Le misure furono fatte in condizioni poco favorevoli di tempo (ossia vento molto fresco e media visibilità dell'orizzonte) allo scopo di avvicinarsi per quanto era possibile alle circostanze reali delle osservazioni in mare. Le ore fu-

rono lette in un cronografo tascabile messo in moto all' istante della prima misura (h_i indica la *lettura* istrumentale)

t_0	h_i ☉	t_0	h_i ☉	t_0	h_i ☉
00ᵐ00ˢ	61°53'10"	09ᵐ02ˢ	61°58'40"	15ᵐ44ˢ	61°57'50"
00 55	54 10	09 59	58 20	16 42	57 00
02 18	55 20	10 56	58 30	17 37	56 30
03 31	56 50	12 03	58 20	18 40	55 40
05 06	57 50	13 11	58 00	19 46	55 40
06 11	58 20	14 00	57 40	20 55	54 20
07 35	58 20	14 59	57 40	21 35	53 20

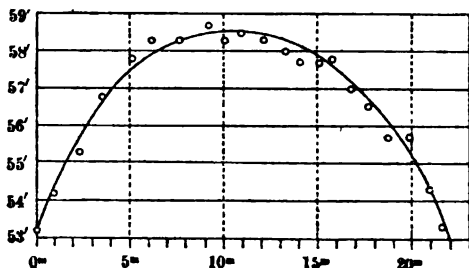



Fig. 159.

Dalla fig. 159 risulta

$$h_i \odot \max = 61°58'35".$$

La misura di una *serie meridiana* di altezze di Sole e la costruzione del rispettivo diagramma non è soltanto un ottimo procedimento per la determinazione della latitudine ma anche un valido mezzo per sperimentare l'abilità di un osservatore e per allenare i principianti alla misura delle altezze col sestante. Il diagramma può servire a stabilire il *punto di merito* dell'osservatore.

In mare ondoso non si può pretendere di ottenere delle misure con le quali si possa disegnare una curva. Gli errori accidentali dovuti al continuo variare della depressione possono non solo essere dello stesso ordine di grandezza delle variazioni di altezza, ma anche prevalere. Osservatori sperimentati consigliano, in questo caso, di misurare molte altezze in rapida successione, continuando fino a che dalle successive letture (che saranno annotate in apposito modulo) risulti una decisa tendenza dell'astro a discendere; la media aritmetica della maggiore e delle due immediatamente adiacenti potrà essere assunta come altezza meridiana.

§ 155. **Latitudine con altezze circummeridiane (cenno).** — Dicesi *circummeridiana* l'altezza di un astro prossimo al meridiano in azimut ed in tempo. Quando l'astro è circumpolare si distinguono le circummeridiane superiori e quelle inferiori: le prime corrispondono ad istanti prossimi al passaggio superiore, ossia ad angoli al polo prossimi a 0^h, le seconde ad istanti prossimi al passaggio inferiore, ossia ad angoli al polo prossimi a 12^h.

L'osservazione delle circummeridiane avviene adunque in grande vicinanza della condizione più favorevole per la determinazione della coordinata φ con misura di altezza.

Per semplicità consideriamo solo le circummeridiane superiori che, d'altra parte, sono più frequentemente osservate.

Siasi misurata un'altezza circummeridiana (sup.) di un astro noto e conoscendosi l'ora dell'astro medesimo nel meridiano di osservazione si voglia determinare la latitudine dell'osservatore.

Si tratta, come si è già detto nel § 148 e 149, di risolvere rispetto a φ l'equazione

$$\text{sen}\, h = \text{sen}\, \varphi\, \text{sen}\, \delta + \cos \varphi \cos \delta \cos P \tag{1}$$

essendo dati h, δ e P; a tal uopo servono appunto le formule (2) del § 149. Ma nel caso particolare, essendo P (angolo al polo) prossimo a zero, la (1), sviluppata secondo i metodi del calcolo superiore, porta a relazioni più semplici. Si dimostra, cioè, che, rimanendo costanti h e δ, il valore φ della variabile latitudine corrispondente ad un valore P_c, prossimo a zero, dell'altra variabile P, differisce da quello relativo a P = zero di una quantità proporzionale al quadrato di P_c. Si ha cioè, ponendo $z = 90 - h$

$$|\varphi - \varphi_0| = \alpha P_c^2. \tag{2}$$

dove

$$\varphi_0 = \delta - z \quad (\text{alg.}!).$$

Il coefficiente di proporzionalità α è funzione di φ e δ.

Giova notare che questa relazione è vera a meno di quantità le quali si possono trascurare soltanto se il valore di P_c non supera un determinato limite massimo dipendente da φ_0 e δ.

Coi dati del problema, noi possiamo determinare tanto φ_0 che αP_c^2, e quindi l'incognita φ: φ_0 è il valore della latitudine che si ottiene considerando come meridiana l'altezza circummeridiana osservata; αP_c^2 è la correzione da apportarsi a φ_0 per ottenere la latitudine di osservazione (ossia corrispondente a P_c).

È facile vedere che la quantità αP_c^2 misura la variazione che, nel luogo di osservazione e supposto δ costante, subisce l'altezza (o la dist. zen.) dell'astro col variare dell'angolo al polo da P_c a zero, ossia nell'intervallo di tempo compreso fra l'avvenuta osservazione circummeridiana ed il transito in meridiano. Difatti se z_m è la distanza zenitale meridiana, sarà

$$\varphi = \delta - z_m$$

e d'altra parte

$$\varphi_0 = \delta - z,$$

e da queste relazioni si ha

$$z - z_m = \varphi - \varphi_0.$$

Per questo motivo la quantità αP_c^2 dicesi *riduzione dell'altezza al meridiano* e per il calcolo di φ conviene considerarla come tale [1]. Si calcolerà adunque

[1] In altri termini, per un dato luogo di osservazione e per un dato astro (supposto con declinazione costante, o sensibilmente tale) si ha

altezza circummeridiana = altezza meridiana $- \alpha P_c^2$

dove P_c è l'angolo al polo corrispondente alla considerata altezza circummeridiana.

Questa relazione, dove alt. circum. e P_c sono variabili e alt. merid. costante, è l'equazione di una parabola. Si confronti questo risultato con quanto è detto nel prec. paragrafo circa la forma del diagramma relativo alla serie meridiana di altezze.

αP_c^2 e questa quantità sarà aggiunta all'altezza circummeridiana osservata (e corretta); si otterrà così l'altezza meridiana h_m e si avrà finalmente l'incognita latitudine di osservazione mediante la relazione

$$\varphi = \delta - z_m \text{ (alg.!)}, \quad \text{essendo}, \quad z_m = 90^\circ - h_m .$$

Il valore dell'angolo orario t, e quindi di P_c, corrispondente all'osservazione, si ottiene in pratica convertendo l'ora media del 1° meridiano T_m all'istante dell'osservazione medesima (ed all'uopo occorre il cronometro) nella simultanea ora T dell'astro (§§ 62 e 63).

Da T si passa a t con la nota relazione $t = T + \lambda$. Per λ, in mancanza di meglio, si assume la longitudine stimata: di qui una causa d'errore tutt'altro che trascurabile.

L'angolo P_c si suole misurare in minuti di tempo, e, così facendo, il coefficiente α misura la variazione dell'altezza nel minuto che precede o segue il passaggio in meridiano: è difatti il valore di αP_c^2 per $P_c = 1^m$. Sotto tale nome è riferito, esprimendolo in secondi di arco, in apposita tavola i cui argomenti sono φ_0 e δ. In mancanza di questa tavola si calcola mediante la relazione

$$\alpha = 1'',96 \frac{1}{\tan \varphi_0 - \tan \delta} .$$

Un'altra tavola dà, parimenti in funzione di φ_0 e δ, il valore limite dell'angolo P_c entro il quale è consentito l'impiego della formula delle circummeridiane.

Se l'astro osservato è errante, il valore di δ è ricavato dalle Eff. per l'ora T_m corrispondente all'istante di osservazione.

§ 156. Determinazione di latitudine con altezza di Stella Polare (α Ursae minoris).

— Vi è una Stella il cui verticale è sempre molto vicino al meridiano e che pertanto si trova continuamente in condizioni favorevoli per la determinazione di latitudine. È la Polare. Il calcolo di latitudine con altezza di Polare dà sempre buoni risultati. Invece delle formule generali, esposte nel § 149, è possibile ricorrere a procedimenti molto più rapidi, che si ottengono mediante opportune semplificazioni di quelle.

Il concetto fondamentale di questa determinazione può essere spiegato dalle seguenti considerazioni elementari.

La Stella Polare è molto vicina al Polo Nord. Se fosse coincidente, l'osservatore situato nell'Emisfero Nord della Terra potrebbe, osservandola, determinare direttamente la propria latitudine con la sola misura dell'altezza. Infatti (§ 21) l'*altezza del polo* sull'orizzonte è uguale alla latitudine.

Poichè la Stella Polare è soltanto *prossima* al polo, la sua altezza differisce dalla latitudine di una piccola quantità che dipende dalla

posizione dell'astro sul parallelo di declinazione, e, benchè in minor misura, dal valore dell'altezza medesima.

Si osservi all'uopo la fig. 160 ove P è il polo Nord, A la Polare, AC il suo parallelo di declinazione, DD′ il cerchio minore parallelo all'orizzonte condotto per A (almicantarat di A), M il punto dove tale cerchio incontra il meridiano. Si ha

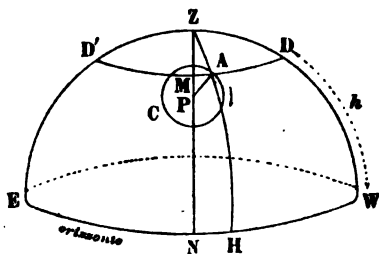
$$h = AH = MN = NP + PM,$$

ossia

$$\varphi = h - PM. \tag{1}$$

Nel caso della figura (considerato nella relazione precedente) si ha $h > \varphi$, ma è manifesto che può anche essere $h < \varphi$; in altri termini la differenza $\varphi - h$ può essere indifferentemente positiva o negativa. PM misura adunque la correzione che bisogna apportare all'altezza *vera* della Polare per ottenere la latitudine.

Fig. 160.

Per l'uso pratico diremo subito che tale correzione si compone di tre parti i cui valori sono dati in tre corrispondenti tavole delle Eff. It. o del N. A.

La prima parte C_1, che è *la più importante*, si ottiene in funzione dell'*ora siderea locale* t_s, nonchè della data del giorno di osservazione. C_1, C_2, C_3 sono dette rispettivamente *prima, seconda* e *terza correzione.* (Nelle Eff. It. è invertito l'ordine della 2ª e della 3ª correzione). La prima correzione può essere positiva o negativa (il suo segno è indicato nella tavola), la seconda è sempre positiva; nelle tavole delle Effemeridi la terza, di grandezza molto piccola e sempre inferiore ad 1′, è resa additiva mediante l'aggiunta di 1′. È perciò necessario *togliere in precedenza* 1′ *all'altezza vera.*

Riassumendo, si ha

$$\boxed{\varphi = h - 1' + C_1 + C_2 + C_3 \text{ (alg.)}},$$

dove h è l'altezza vera, e C_1, C_2, C_3 sono tre correzioni date da apposite tavole delle Effemeridi.

In mare l'*ora siderea locale* t_s necessaria alla determinazione delle predette correzioni si ottiene convertendo l'ora T_m data dal crono-

metro nella simultanea $T_s (T_s = T_m + \alpha_m)$, e facendo poscia

$$t_s = T_s + \lambda \text{ (alg.)},$$

dove per λ si assume il valore della longitudine stimata.

Tuttavia giova notare che, in tal caso, l'uso del cronometro non è affatto indispensabile, non essendo necessario ottenere il valore di t_s con molta precisione. Difatti, anche nelle più sfavorevoli circostanze, l'errore di 1 minuto in t_s produce un errore $\leq 20''$ nella latitudine.

Quindi in mancanza del cronometro, sarà lecito determinare l'ora t_s fondandosi sulle indicazioni di un comune orologio.

Se t_m è l'ora media segnata dall'orologio e λ_0 è il meridiano al quale è riferita, noi avremo un valore abbastanza approssimato dell'ora T_m, necessaria alla determinazione di t_s, mediante la relazione

$$T_m \text{ app.} = t_m - \lambda_0 \text{ (alg.)}.$$

Daremo in ultimo un'elementare *dimostrazione* del metodo.

Nel caso della Polare si ha

$$\boxed{h = \varphi + x}, \tag{1}$$

dove h è l'altezza, φ la latitudine dell'osservatore ed x una piccola correzione positiva o negativa che ci proponiamo di calcolare.

Nella relazione fondamentale (1ª delle I del § 29)

$$\text{sen } h = \text{sen } \varphi \text{ sen } \delta + \cos \varphi \cos \delta \cos P$$

poniamo in luogo di h il suo valore dedotto dalla (1) e consideriamo invece di δ il suo complemento p (distanza polare).

Abbiamo

$$\text{sen } (\varphi + x) = \text{sen } \varphi \cos p + \cos \varphi \text{ sen } p \cos P,$$

ovvero:

$$\text{sen } \varphi \cos x + \text{sen } x \cos \varphi = \text{sen } \varphi \cos p + \cos \varphi \text{ sen } p \cos P$$

e trasportando sen φ cos x nel secondo membro, e dividendo per cos φ

$$\text{sen } x = \tan \varphi (\cos p - \cos x) + \text{sen } p \cos P.$$

Ma

$$\begin{aligned}\cos p - \cos x &= 2 \text{ sen } \frac{1}{2}(x + p) \text{ sen } \frac{1}{2}(x - p) \\ &= -2 \text{ sen } \frac{1}{2}(p + x) \text{ sen } \frac{1}{2}(p - x)\end{aligned}$$

e, pertanto, sostituendo nella precedente relazione, ed ordinando, si ha

$$\text{sen } x = \text{sen } p \cos P - 2 \text{ sen } \frac{1}{2}(p + x) \text{ sen } \frac{1}{2}(p - x) \tan \varphi.$$

Gli archi x, p, $\frac{1}{2}(p+x)$, $\frac{1}{2}(p-x)$, sono molto piccoli e perciò, supponendoli espressi in primi, si ha

$$\text{sen } x = x \text{ sen } 1', \qquad \text{sen } p = p \text{ sen } 1'$$

$$\text{sen } \frac{1}{2}(p+x) = \frac{1}{2}(p+x) \text{ sen } 1', \qquad \text{sen } \frac{1}{2}(p-x) = \frac{1}{2}(p-x) \text{ sen } 1'.$$

Ponendo questi valori nell'ultima relazione trovata, e riducendo, si ottiene:

$$x = p \cos P - \frac{1}{2}(p^2 - x^2) \tan \varphi \text{ sen } 1'. \tag{2}$$

In prima approssimazione si può trascurare il termine di 2° ordine o porre

$$x = p \cos P.$$

Sostituendo questo valore nel 2° termine del 2° membro, si ha

$$x = p \cos P - \frac{1}{2} p^2 (1 - \cos^2 P) \tan \varphi \text{ sen } 1'$$

$$= p \cos P - \frac{1}{2} p^2 \text{ sen}^2 P \tan \varphi \text{ sen } 1'.$$

Di più, essendo φ indeterminata ma molto vicina ad h, si può, in luogo di $\tan \varphi$, porre $\tan h$, e si ha finalmente

$$\boxed{x = p \cos P - \frac{1}{2} p^2 \tan h \text{ sen}^2 P \text{ sen } 1'} . \tag{3}$$

Si ha quindi per la (1)

$$\varphi = h - p \cos P + \frac{1}{2} p^2 \tan h \text{ sen}^2 P \text{ sen } 1'$$

od anche, considerando l'angolo orario t_* in luogo dell'angolo al polo P,

$$\varphi = h - p \cos t_* + \frac{1}{2} p^2 \tan h \text{ sen}^2 t_* \text{ sen } 1'.$$

Ponendo $t_s - \alpha_*$ invece di t_*, si ha

$$\varphi = h - p \cos (t_s - \alpha_*) + \frac{1}{2} p^2 \tan h \text{ sen}^2 (t_s - \alpha_*) \text{ sen } 1'.$$

Se per p ed α_* si assumono i valori medii di un dato anno p' ed α'_*, si ha:

$$\boxed{\varphi = h - p' \cos (t_s - \alpha'_*) + \frac{1}{2} p'^2 \tan h \text{ sen}^2 (t_s - \alpha'_*) \text{ sen } 1' + c}$$

in cui c è la correzione dovuta alla differenza fra i valori veri per l'epoca attuale ed i valori medii.

La correzione da apportare all'altezza è così divisa in tre parti di cui una (positiva o negativa)

$$-p' \cos (t_s - \alpha'_*)$$

dipende unicamente da t_s; la seconda (sempre positiva)

$$\frac{1}{2} p'^2 \tan h \operatorname{sen}^2 (t_s - \alpha'_*) \operatorname{sen} 1'$$

è funzione di t_s e di h; la terza c dipende dall'epoca di osservazione (la *data*).

Quest'ultima è sempre inferiore ad 1' e può essere tanto positiva che negativa: per renderla positiva basta aumentarla di 1' e così è fatto nelle tavole delle Effemeridi; è perciò necessario, applicandola, togliere 1' all'altezza.

Esempio

Il 2 Maggio 1917, verso le 4^h20^m antimeridiane (data civile, tempo di bordo regolato sul meridiano 11^h Est) in $\lambda_s = 161°12'$ E. Gr. si osserva la seguente altezza di Stella Polare

$$h_{1*}\ 33°53' \qquad t_c = 5^h16^m33^s$$
$$e = 8 \text{ metri} \qquad \gamma = +1',5, \qquad K = +4^m49^s.$$

Determinare la latitudine.

t_c	$5^h16^m33^s$	t_m app.	16^h20 (1 Mag.)	h_{1*}	33°53'
K	+4 49	$-\lambda$	−11	$-\gamma$	1,5
T_m	5 21 22 (1 Mag.)	T_m app.	5^h20^m (1 Mag.)	h_{o*}	33 51,5
α_m	2 36 01,6			corr.	−6,5
	9,86			h	33 45,0
	3,45				−1
T_s	7 57 36,9 −	C_1	+ 14',0		
$+\lambda$	10 44 48	C_2	+ 0,9		33 44,0
		C_3	+ 0,4 →	corr.	+ 15,3
t_s	$18^h42^m24^s,9$	corr.	+ 15',3	φ	33°59',3 N.

Osservazione. — In mancanza delle tavole speciali si risolverà direttamente la relazione

$$\boxed{\varphi = h - p \cos P}$$

nella quale è trascurato il termine di 2° ordine della formula (3).

[Con l'attuale valore di p (1°,1 circa) il termine trascurato può raggiungere il valore massimo 70" circa, in $\varphi = 60°$; 40" in $\varphi = 45°$ ecc.].

Si assumerà per p il valore corrispondente alla data prossima (nel caso particolare sarà sempre $p = 90 - \delta$, aritmeticamente). Conviene esprimere la distanza polare in primi e calcolare il prodotto $p \cos P$ mediante i logaritmi. L'angolo orario della Polare e quindi P, si otterrà dalla relazione $t_* = t_s - \alpha_*$, assumendo per α_* il valore della data prossima.

Coi dati del precedente esempio si ha:

t_s	$18^h42^m24^s,9$	δ^*	$88°51'49''$ N	
$-\alpha_*$	$-1\ 29\ 23$	p	$1°08'11'' = 68',2$ . . . l	1,83378
t_*	$17^h13^m01^s,9$	P	$6^h46^m58^s$ . . . . $l\cos$	9,30856 (n)
			$p\cos P = -13',9$ . . . l	1,14234 (n)

h	$33°45',0$
$-p\cos P$	$+13,9$
φ	$33°58',9$ N.

§ 157. **Sull'opportunità della determinazione di coordinate nella pratica della navigazione astronomica.** — Al cerchio d'altezza (e per esso alla retta che lo rappresenta sul piano o sulla carta), soltanto, appartiene la proprietà di essere in ogni caso il vero e proprio luogo geometrico di posizione creato dall'osservazione dell'altezza. Solo nel caso in cui la *linea coordinata* (φ o λ) sia coincidente con questo luogo geometrico, è giustificata la determinazione di coordinata, e ciò accade unicamente nelle *circostanze favorevoli.* Ed è nostra opinione che, per motivi d'indole pratica, non sia *opportuna* neppure nelle circostanze favorevoli, eccezione fatta dei casi in cui essa porti a notevoli ed evidenti semplificazioni di calcolo. Perciò riteniamo che sia da considerarsi soltanto la determinazione di *latitudine con altezza meridiana*, che richiede un calcolo veramente molto semplice. Eventualmente si potrà fare anche la determinazione di *latitudine con la Polare*; tuttavia nella nautica non bisogna dare a questo metodo un'importanza eccessiva, poichè la Polare, essendo poco brillante, non è facilmente osservabile durante i crepuscoli.

Il calcolo di angolo orario, per la determinazione di longitudine, e quello di latitudine circummeridiana, possono a tutta prima sembrare semplici e lo sono effettivamente in confronto al calcolo di una retta d'altezza. Tuttavia questa semplicità è illusoria perchè i calcoli richiedono l'uso di formule e tavole speciali per astri osservati presso il 1° verticale, ed altre formule ed altre tavole speciali per astri osservati presso al meridiano; mentre *la determinazione della retta d'altezza in qualsiasi circostanza di osservazione richiede un solo tipo di procedimento e di calcolo*, ed è noto che si esegue con maggior facilità, e con minore probabilità di errori, un calcolo pure complesso, ma consueto, che non un calcolo più semplice ma applicato saltuariamente.

Ma il vantaggio maggiore della moderna astronomia nautica in confronto all'antica consiste nel fatto che un'*osservazione di altezza*

qualunque, ovvero, fatta in qualsiasi circostanza di tempo e di azimut, offre la possibilità di determinare una linea di posizione, mentre l'antica non sapeva trarre utile profitto che dalle osservazioni fatte in circostanze speciali (osservazioni nel 1° verticale per la determinazione di longitudine, ed osservazioni nel meridiano per la determinazione di latitudine).

§ 158. **Applicazione del calcolo di latitudine meridiana nelle determinazioni della moderna astronomia nautica.** — Nelle determinazioni della moderna navigazione il calcolo di latitudine meridiana si può presentare nelle seguenti condizioni. Partendo dal concetto fondamentale che, a priori, ogni altezza osservata in qualsiasi circostanza di tempo e di azimut deve servire per la determinazione di una retta di altezza, si tiene sempre conto della esatta ora cronometrica simultanea all'osservazione. Poscia si imposta il calcolo nel modo generale determinando, coi noti procedimenti, la coordinata oraria t dell'astro nel meridiano stimato λ_s, ed il corrispondente angolo al polo P. Quando quest'angolo risulta eguale a 0^h o 12^h significa che l'astro, all'istante dell'osservazione, si trova rispettivamente sul meridiano superiore od inferiore del punto stimato, perciò, determinando la latitudine con l'altezza misurata considerata come meridiana, si ottiene la latitudine φ del punto d'incontro M del cerchio d'altezza creato dall'osservazione col meridiano stimato (fig. 161). È lecito assumere il parallelo φ come luogo di posizione della nave per tutto quel tratto intorno ad M nel quale esso può ritenersi sensibilmente coincidente col cerchio d'altezza.

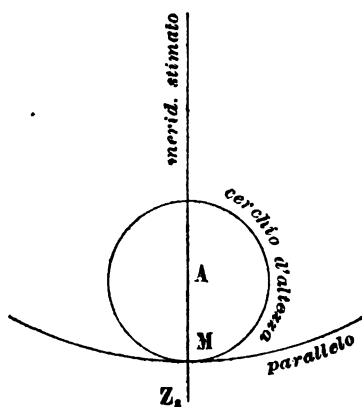



Fig. 161.

Come si vede, il punto M di longitudine λ_s e latitudine φ (calcolata nel modo ora detto) sostituisce in questa circostanza speciale il solito *punto determinativo* della retta d'altezza, ed il parallelo sostituisce la retta di altezza.

Quando si faccia uso del *piano* per segnare questo speciale luogo di posizione, conviene sostituire al parallelo (il quale è ivi rappresentato da un arco di cerchio che ha generalmente piccolissima curvatura) la retta tangente al parallelo stesso nel punto M (di longitudine λ_s

e latitudine φ) e questa retta tangente è appunto la perpendicolare al meridiano stimato λ_e nel punto di latitudine φ (determinata col calcolo). La retta così ottenuta è una vera e propria retta d'altezza e si potranno eventualmente calcolare gli scostamenti y e gli angoli ω occorrenti per il tracciamento di *successive rette d'altezza.*

Quando invece si faccia uso della carta di Mercatore dove il parallelo è una retta, si assume il parallelo stesso come retta d'altezza determinando, se occorre, gli elementi y e ω nello stesso modo che nel piano.

La circostanza in cui l'angolo P ottenuto è esattamente uguale a zero è eccezionale; però questo semplice procedimento di calcolo si può usare anche se P sia molto piccolo, e, più precisamente, nei limiti che ora fisseremo.

§ 159. **Limite delle altezze meridiane.** — L'altezza osservata si può ritenere uguale all'altezza *meridiana* fino a che ne differisce di una quantità trascurabile.

Considerando la scarsa importanza del problema rinunciamo a dimostrare in qual modo si possano fissare i limiti di tempo, entro i quali si può, con adeguata approssimazione, ritenere che l'altezza osservata in vicinanza del meridiano sia sensibilmente uguale alla meridiana.

Basti sapere che vi è una tavola (da noi riferita nelle seguenti pagine [1]), la quale, in funzione della latitudine d'osservazione (di cui è sempre noto il valore approssimato) e della declinazione dell'astro, dà la durata dell'intervallo precedente o seguente il passaggio al meridiano durante il quale la differenza fra l'altezza osservata e la meridiana è minore o uguale a 30″.

Pertanto, ritenendosi sufficiente l'approssimazione di 30″, se l'ottenuto valore di P è *uguale o minore* di quello riferito dalla tavola, l'altezza misurata può essere considerata come meridiana e perciò usata per il noto e semplice calcolo di latitudine (§ 153).

---

[1] Nel § 155 si è accennato alla relazione $h = h_m - aP^2$ esistente fra un'altezza circummeridiana e l'altezza meridiana h_m. Ponendo l'equazione di condizione

$$aP^2_{lim} = 30'',$$

si ricava

$$P_{lim} = \sqrt{\frac{30''}{a}}.$$

È questa la relazione che serve per il calcolo della tavola che dà i limiti delle altezze meridiane.

Limiti delle altezze meridiane

Astro e osservatore nello *stesso* emisfero: passaggio *superiore*

Declinazione	LATITUDINE												
	0°	5°	10°	15°	20°	25°	30°	35°	40°	45°	50°	55°	60°
	m	m	m	m	m	m	m	m	m	m	m	m	m
0°	0.0	1.2	1.7	2.0	2.4	2.7	3.0	3.3	3.6	3.9	4.3	4.7	5.1
5	1.2	0.0	1.2	1.7	2.1	2.4	2.7	3.1	3.4	3.7	4.1	4.5	5.0
10	1.7	1.2	0.0	1.2	1.7	2.1	2.5	2.8	3.2	3.5	3.9	4.4	4.9
15	2.0	1.7	1.2	0.0	1.2	1.7	2.2	2.6	3.0	3.3	3.8	4.2	4.7
20	2.4	2.1	1.7	1 2	0.0	1.3	1.8	2.3	2.7	3.1	3.6	4.0	4.6
25	2.7	2.4	2.1	1.7	1.3	0.0	1.3	1.9	2.4	2.9	3.3	3.8	4.4
30	3.0	2.7	2.5	2.2	1.8	1.3	0.0	1.4	2.0	2.5	3.1	3.6	4.2
35	3.3	3.1	2.8	2.6	2.3	1.9	1.4	0.0	1.5	2.1	2.7	3.3	4.0
40	3.6	3.4	3.2	3.0	2.7	2.4	2.0	1.5	0.0	1.6	2.3	3.0	3.7
45	3.9	3.7	3.5	3.3	3.1	2.9	2.5	2.5	1.6	0.0	1.7	2.6	3.3
50	4.3	4.1	3.9	3.8	3.6	3.3	3.1	2.7	2.3	1.7	0.1	1.9	2.9
55	4.7	4.5	4.4	4.2	4.0	3.8	3.6	3.3	3.0	2.6	1.9	0.1	2.2
60	5.1	5.0	4.9	4.7	4.6	4.4	4.2	4.0	3.7	3.3	2.9	2.2	0.1
65	5.7	5.6	5.5	5.4	5.2	5.1	4.9	4.7	4.5	4.2	3.8	3.3	2.5
70	6.5	6.4	6.3	6.2	6.0	5.9	5.8	5.6	5.4	5.2	4.9	4.5	3.9
75	7.6	7.5	7.4	7.3	7.2	7.1	6.9	6.8	6.6	6.5	6.2	5.9	5.5
80	9.3	9.2	9.2	9.1	9.0	8.9	8.8	8.7	8.6	8.4	8.3	8.1	7.8
85	13.2	13.2	13.1	13.1	13.0	12.9	12.9	12.8	12.7	12.6	12.5	12.4	12.2

Limiti delle altezze meridiane

Astro e osservatore nello *stesso* emisfero; passaggio *inferiore* [1]
» » in *opposto* » » *superiore*

Declinazione	LATITUDINE												
	0°	5°	10°	15°	20°	25°	30°	35°	40°	45°	50°	55°	60°
	m	m	m	m	m	m	m	m	m	m	m	m	m
0°	0.0	1.2	1.7	2.0	2.4	2.7	3.0	3.3	3.6	3.9	4.3	4.7	5.1
5	1.2	1.6	2.0	2.3	2.6	2.9	3.2	3.5	3.8	4.1	4.4	4.8	5.3
10	1.7	2.0	2.3	2.6	2.9	3.1	3.4	3.7	3.9	4.2	4.6	5.0	5.4
15	2.0	2.3	2.6	2.9	3.1	3.3	3.6	3.8	4.1	4.4	4.7	5.1	5.5
20	2.4	2.6	2.9	3.1	3.3	3.6	3.8	4.0	4.3	4.6	4.9	5.2	5.7
25	2.7	2.9	3.1	3.3	3.6	3.8	4.0	4.2	4.5	4.7	5.0	5.4	5.8
30	3.0	3.2	3.4	3.6	3.8	4.0	4.2	4.4	4.7	4.9	5.2	5.5	5.9
35	3.3	3.5	3.7	3.8	4.0	4.2	4.4	4.6	4.8	5.1	5.4	5.7	6.1
40	3.6	3.8	3.9	4.1	4.3	4.5	4.7	4.8	5.1	5.3	5.6	5.9	6.3
45	3.9	4.1	4.2	4.4	4.6	4.7	4.9	5.1	5.3	5.5	5.8	6.1	6.5
50	4.3	4.4	4.6	4.7	4.9	5.0	5.2	5.4	5.6	5.8	6.0	6.3	6.7
55	4.7	4.8	5.0	5.1	5.2	5.4	5.5	5.7	5.9	6.1	6.3	6.6	6.9
60	5.1	5.3	5.4	5.5	5.7	5.8	5.9	6.1	6.3	6.5	6.7	6.9	7.3
65	5.7	5.8	6.0	6.1	6.2	6.3	6.4	6.6	6.8	6.9	7.1	7.3	7.7
70	6.5	6.6	6.7	6.8	6.9	7.0	7.1	7.3	7.4	7.6	7.8	8.0	8.3
75	7.6	7.6	7.7	7.8	7.9	8.0	8.1	8.2	8.4	8.5	8.7	8.9	9.1
80	9.3	9.4	9.5	9.5	9.6	9.7	9.8	9.9	10.0	10.1	10.2	10.4	10.6
85	13.2	13.3	13.3	13.4	13.4	13.5	15.5	13.6	13.7	13.8	13.9	14.0	14.2

[1] Per il *passaggio inferiore* il limite dato dalla tavola è 12^h — P. In altri termini, fino a che la differenza fra 12^h e l'angolo al polo dell'astro è inferiore od uguale a questo limite, l'altezza può essere considerata come meridiana inferiore (alt. minima).

ESEMPIO. — (Osservazione nei limiti delle meridiane). Verso le 7 ½ pomeridiane del 5 Agosto 1914 (data civile, tempo di bordo regolato sul meridiano 1^h Est), in

$$\varphi_s = 38°56' \text{ N.} \qquad \lambda_s = 9°24' \text{ E. Greenwich } (+ 37^m36^s)$$

si è osservata la seguente altezza di Antares (α Scorpii).

$$h_{i*} = 24°57'30'' \qquad (\gamma = -1'\text{; elevazione} = 8 \text{ metri})$$
$$t_0 = 7^h28^m15^s \qquad (t_c - t_0 = -32^m33^s,\ K = +26^s).$$

(L'azimut d'osservazione è, approssimativamente, il Sud).

Determinare il luogo di posizione della nave.

N. B. Il movimento in altezza è tanto lento che, presumibilmente, si è osservato nei limiti delle meridiane.

Tempi	Elementi delle Effemeridi	Altezza
Per semplicità si omette il passaggio dall'ora dell'orologio all'ora media di Greenwich.	α_* $16^h24^m10^s,3$	h_{i*} 24°57',5
T_m $6^h56^m08^s$ (5 VIII)	δ_* 26°14',8 Sud	$-\gamma$ + 1
α_m 8 52 46 ,4		h_{o*} 24 58 ,5
59 ,1		corr. − 7 ,2
9 ,2		h 24°51',3
T_s 15 50 02 ,7		z 65°08',7
$-\alpha_*$ − 16 24 10 ,3		
T_* 23 25 52 ,4		
$+\lambda$ + 37 36		
t $0^h03^m28^s,4 = P$		

Dalla tavola si vede che siamo nei limiti delle meridiane. Pertanto facciamo il calcolo di latitudine.

Determinazione del parallelo.

(La distanza zenitale è positiva perchè si è osservato verso il polo omonimo di δ).

δ_* 26°14',8
$-z$ − 65 08 ,7
φ − 38°53',9 (negat. perciò di nome contrario a δ).

Il parallelo d'osservazione è

$$\varphi = 38°53',9 \text{ Nord.}$$

CAPITOLO XVII

Determinazione del tempo - Regolazione dei cronometri

§ 160. **Determinazione della correzione assoluta con segnali orari portuali.** — In molte località si fa un segnale ottico o sonoro (pallone che cade, bandiera ammainata, spegnimento istantaneo di una potente sorgente luminosa, sparo di un colpo di cannone ecc.) ad una determinata ora del 1° meridiano. Le modalità e le ore relative a questi segnali sono riferite nei portolani.

L'osservazione di questi segnali dà il modo di determinare quotidianamente, durante la permanenza in porto, il valore della correzione assoluta del cronometro. Se T_m è l'ora di Greenwich corrispondente al segnale, e t_c è la simultanea ora cronometrica

$$K = T_m - t_c.$$

(Vedi norme pratiche nel § 99).

Quando il segnale è sonoro (colpo di cannone) bisogna tener conto del ritardo nella ricezione dovuto alla distanza dell'osservatore. All'uopo si può ammettere che la velocità del suono, per una temperatura centigrada Θ dell'aria, sia sensibilmente uguale a

$$\text{metri al secondo } (333 + 0{,}6\,\Theta).$$

Giova notare che i confronti fatti per mezzo di segnali sonori sono sempre poco precisi.

§ 161. **Determinazione della correzione assoluta con segnali radiotelegrafici.** — Il più moderno e perfetto sistema di segnali orari è ottenuto mediante la radiotelegrafia. Con questo mezzo il segnale è trasmesso anche in mare ed è inutile insistere sugli enormi vantaggi che ne derivano alla navigazione astronomica.

La *conferenza internazionale dell'ora* riunita a Parigi nell'Ottobre 1913 decise che un certo numero di stazioni radiotelegrafiche ultrapotenti, scelte come *centri orari*, ed opportunamente situate sulla Terra, fossero adibite per inviare quotidianamente un segnale in determinate ore del 1° meridiano (Greenwich). I tipi di segnali adottati sono varî. Si troveranno descritti nei documenti nautici. (Ad es. Appendice delle Eff. It.).

La ricezione di questi segnali è molto facile. Per le navi sprovviste di regolare stazione RT, sono stati ideati dei ricevitori molto semplici, poco costosi e di facile sistemazione.

Oltre i segnali orari comuni ora descritti, si fanno anche dei *segnali orari scientifici*, i quali hanno lo scopo di rendere sommamente precisa la ricezione dell'ora. Difatti essi permettono, ad un osservatore esercitato, di fare i confronti fra l'ora cronometrica e l'ora di Greenwich con la precisione di 1 centesimo di secondo. Sono dei segnali *ritmici*, che dànno il mezzo di confrontare le ore cronometriche secondo un particolare *metodo delle coincidenze* [1], analogo a quello da noi descritto nel § 112, parlando dei confronti fra il cronometro medio ed il cronometro sidereo.

A bordo, normalmente, si seguiranno i segnali comuni, i quali, pur essendo già molto precisi, possono essere ricevuti anche da persone poco esperte.

Quando tutta la rete dei *centri orari* RT sarà in funzione ed ogni nave sarà provvista di stazione ricevente RT, i cronometri avranno perduto, nei riguardi della navigazione astronomica, gran parte della loro importanza.

Per *conservare* l'ora *esatta* del 1° meridiano durante l'intervallo che intercede fra i due segnali orari RT (un giorno od anche soltanto mezza giornata) basta un *buon orologio da tasca.*

§ 162. Generalità sulla determinazione di tempo con osservazione di altezza - Conseguente determinazione della correzione assoluta. — Il navigante essendo in porto può, mediante gli strumenti della navigazione astronomica (sestante, orizzonte artificiale, Effemeridi), determinare direttamente l'ora esatta della località nella quale si trova. Se di tale località sia nota con esattezza la longitudine si

---

[1] Vedi R. Carisio, *Sull'impiego della radiotelegrafia nella regolazione degli orologi* « Rivista Marittima », Marzo 1914. Vedi anche le pubblicazioni del Bureau des Longitudes: « Réception des Signaux de la Tour Eiffel ». (Ed. Gauthier Villars, Paris), ed « Annuaire du Bureau des Longitudes pour l'an 1913 ».

può in conseguenza concludere l'ora del 1° meridiano e quindi determinare la correzione assoluta del cronometro.

Diciamo subito che i metodi per la determinazione di tempo con osservazione di altezza, dei quali terremo discorso, cadono in difetto nelle latitudini molto elevate. Quivi, pertanto, si rendono necessari altri metodi astronomici che richiedono l'impiego di strumenti che il navigante non possiede. In tali luoghi adunque la correzione assoluta sarà determinata necessariamente coi segnali orari o mediante il confronto coi cronometri ben regolati di un osservatorio.

§ 163. **Metodo dell'angolo orario.** — Supponiamo di osservare, in un dato luogo di nota latitudine, l'altezza di un astro corrispondente all'ora cronometrica t_c. Se l'astro è fisso (stella) la sola nozione della data basta per l'esatta determinazione della sua declinazione. Se l'astro osservato ha moto in declinazione (Sole, Luna, Pianeta), si deve supporre di conoscere anche un valore sufficientemente approssimato della correzione assoluta del cronometro, ossia dell'ora media del 1° meridiano, onde poter interpolare nelle Effemeridi un valore abbastanza preciso della declinazione nell'istante d'osservazione. Nella pratica questa condizione è sempre soddisfatta, specialmente quando si posseggono tre cronometri. È difatti da escludersi che, nel corso di una campagna in mare, si fermino tutti e tre i cronometri o che tutti presentino delle anomalie tali nel loro andamento da essere inservibili ad una *approssimata* indicazione dell'ora di Greenwich. D'altra parte nei porti e nelle rade sarà sempre possibile conoscere, anche solo per mezzo degli orologi pubblici, un valore approssimato dell'ora media. Ad ogni modo, occorrendo, si procederà per *successive approssimazioni*.

Sono adunque noti i tre elementi

$$h, \quad \varphi, \quad \delta$$

del triangolo di posizione nello zenit di osservazione.

L'angolo al polo (e quindi l'ora dell'astro nel meridiano di osservazione) sarà determinato con una qualunque delle relazioni (2) del § 35 (formule di Borda). Nella pratica, come già dicemmo nello stesso paragrafo, l'incognita risulta ben determinata con la formula più semplice del seno

$$\boxed{\operatorname{sen} \frac{1}{2} P = \sqrt{\cos s \ \operatorname{sen}(s - h) \ \sec \varphi \ \operatorname{cosec} p}}$$

dove

$$s = \frac{1}{2}(h + \varphi + p).$$

(Vale la solita regola dei segni del § 29).

I motivi risulteranno evidenti nella seguente discussione. Da P si passa a t (ora locale dell'astro) mediante le note relazioni

$$t = P \qquad \text{se l'astro è al West}$$
$$t = 24^h - P \qquad \text{» » » Est.}$$

Ove altre circostanze evidenti non stabilissero a priori l'orientamento del verticale di osservazione, a dimostrare se l'astro sia a Levante od a Ponente del meridiano basterebbe l'osservazione del modo di variare dell'altezza durante la misura: a Levante l'altezza aumenta, a Ponente diminuisce.

Finalmente, mediante una conversione di tempo (§§ 64 e 65), si determina l'*ora media locale* t_m.

Se poi è noto l'*esatto* valore λ della longitudine nel luogo di osservazione, risulta anche noto mediante la relazione fondamentale

$$\boxed{T_m = t_m - \lambda \text{ (alg.!)}}$$

il corrispondente valore dell'ora media nel 1° meridiano.

Per la conversione di t (ora locale dell'astro) in t_m, valgono le seguenti norme.

Se l'astro osservato è un *Pianeta* o la *Luna*, si applica, il metodo delle successive approssimazioni descritto in principio del § 64.

Nel caso del *Sole*, ove sia lecito supporre che l'ora T_m, preventivamente nota, e già usata per la ricerca di δ, sia abbastanza approssimata, si risolve direttamente la relazione

$$t_m = t_v - \varepsilon_m \text{ (alg.!)}$$

interpolando l'equazione del tempo per quell'istante.

Per le *Stelle* si applicherà il metodo generale descritto nel § 64.

Il confronto fra l'ora cronometrica dell'osservazione e l'ottenuta ora media di Greenwich determina il desiderato valore della correzione assoluta

$$\boxed{T_m - t_c = K}.$$

Ove, essendosi osservato un astro errante, si ottenga per T_m un valore molto diverso da quello usato nell'interpolazione degli ele-

menti variabili delle Effemeridi, si ripete il calcolo interpolando le stesse quantità per l'ora T_m ottenuta.

Si vede adunque che a tutto rigore questa determinazione del tempo è *diretta* nel solo caso dell'osservazione di Stelle: difatti, allora non è richiesta veruna conoscenza preventiva di un valore approssimato dell'incognita T_m.

Negli altri casi la soluzione del problema è indiretta, ed involge *teoricamente* una serie di successive approssimazioni; tuttavia nella pratica, trattandosi quasi sempre di *rettificare* un valore noto ed approssimato della correzione assoluta del cronometro, piuttosto che di determinare a priori un valore completamente ignoto, le successive approssimazioni non si rendono quasi mai necessarie.

§ 164. **Circostanze favorevoli alla determinazione di tempo con misura di altezza.** — È necessario determinare l'influenza di errori negli elementi h, φ, δ, che servono a determinare l'angolo orario.

Se l'osservazione avviene in una località geograficamente *ben rilevata* non è forse a temersi un errore di latitudine. Tuttavia può anche accadere di dover *fare stazione* in luoghi ove le coordinate geografiche sono note in modo meno preciso.

Circa l'errore di declinazione notiamo che esso può essere dovuto ad imperfezioni delle Effemeridi, o ad inesatta interpolazione dell'elemento. Quest'ultima circostanza si verifica quando, osservandosi un astro errante, si determini la declinazione per un'ora di Greenwich conosciuta soltanto con approssimazione. È ciò che, appunto, avviene quando si determina, o si rettifica, la correzione assoluta del cronometro.

Rimane a considerare l'errore dell'altezza osservata e questo sarà pur piccolo ma inevitabile ed in esso risiede certamente la causa principale d'errore nella determinazione dell'angolo orario.

Per renderci conto dell'influenza di tali errori abbiamo stabilito nel § 36 le tre formule differenziali

$$\left|\Delta P\right| = \left|\frac{\Delta h}{\cos\varphi \ \operatorname{sen} Z}\right|; \quad \left|\Delta P\right| = \left|\frac{\Delta\delta \cos A}{\cos\varphi \ \operatorname{sen} Z}\right|; \quad \left|\Delta P\right| = \left|\frac{\Delta\varphi \operatorname{ctn} Z}{\cos\varphi}\right|$$

che dimostrano essere le variazioni ΔP, dipendenti rispettivamente da Δh, $\Delta\delta$, $\Delta\varphi$, minime (in valore assoluto) quando $Z = 90^\circ$, ossia

quando la misura dell'altezza avviene nel 1° verticale (1). Se l'osservazione avvenga in un verticale diverso, l'errore dell'ora determinata è tanto minore quanto più Z si approssima a 90°.

Diremo adunque che, osservando un *dato astro, la circostanza più favorevole per determinare l'ora con misura di altezza si verifica quando l'astro viene a trovarsi, per effetto del moto diurno, nel 1° verticale, o, non passando per questo, allorchè raggiunge un verticale prossimo al primo.*

Se adunque sia completamente libera la *scelta dell'astro*, dovranno osservarsi astri che passano al 1° verticale ossia quelli che hanno $|\delta| < |\varphi|$ e dello stesso nome (vedi § 24).

Quando le particolari circostanze d'osservazione impediscano od ostacolino la scelta di un astro in tali condizioni, si dovrà almeno scegliere un astro che possa essere osservato in un verticale non molto lontano dal primo.

Perchè ciò avvenga è necessario:

1° *nel caso in cui $\delta < \varphi$ e dello stesso nome, che la differenza fra i valori δ e φ sia piccola*;

2° *nel caso in cui δ ha nome contrario di φ, che la declinazione abbia valori poco elevati, ovvero che l'astro sia vicino all'equatore.*

Ciò risulta dalle seguenti considerazioni.

Nel 1° caso l'astro raggiungerà il verticale prossimo al primo nei punti di *massima digressione* (vedi § 24). In tale posizione l'angolo all'astro è retto ($A = 90°$), ed allora il valore di Z è dato dalla relazione (2)

$$\text{(mass. digr.)} \ldots \operatorname{sen} Z = \frac{\cos\delta}{\cos\varphi}.$$

Questa relazione ci dimostra che quanto più il rapporto $\frac{\cos\delta}{\cos\varphi}$ è prossimo all'unità (ossia quanto minore è la differenza fra φ e δ) tanto più il valore dell'angolo azimutale alla massima digressione è vicino a 90°.

Nel 2° caso l'astro si trova nel verticale prossimo al primo nei punti di sorgere e di tramonto, ed è facile vedere (basta considerare la figura sulla sfera) che questi punti sono tanto più vicini all'Est od all'Ovest quanto più l'astro è vicino all'equatore. *Naturalmente non potendosi, a causa delle forti anomalie di rifrazione, misurare esatta-*

(1) Vedi analoga discussione nel § 150.
(2) Vedi regola di Nepero, relativa ai triangoli sferici rettangoli, nell'Osserv. del § 29.

mente l'altezza quando l'astro è sull'orizzonte o molto vicino ad esso, si dovrà attendere che l'altezza abbia raggiunto un certo valore che noi, ad esempio, fisseremo in 15°.

D'altra parte la medesima avvertenza dovrebbe seguirsi allorquando il passaggio nel 1° verticale o la massima digressione avvenissero con altezza troppo piccola.

La presenza del fattore $\frac{1}{\cos\varphi}$ nelle tre formule differenziali dimostra che, a parità di altre condizioni, l'errore del tempo determinato con misura di altezza è tanto maggiore quanto più l'osservatore è lontano dall'equatore. Nelle alte latitudini, gli errori assumono valori tanto elevati da rendere inapplicabile il metodo. Fisseremo i limiti nel prossimo paragrafo 166.

OSSERVAZIONE 1ª. — Dovendo l'osservazione di altezza avvenire nelle vicinanze del 1° verticale, il massimo valore dell'angolo al polo corrispondente non può superare di molto il valore di 6^h (vedi osservazione del § 152. In altri termini l'angolo $\frac{P}{2}$ non avrà mai valori sensibilmente maggiori di 3^h (45°), e pertanto risulterà sempre ben determinato per mezzo del seno. Ecco giustificato l' impiego della formula sen $\frac{1}{2}$ P = ecc.

Un calcolatore scrupoloso farà tuttavia opera lodevole usando la formula tan $\frac{1}{2}$ = ecc...., specialmente ove disponga di tavole logaritmiche a soli cinque decimali.

OSSERVAZIONE 2ª. — Per l'eliminazione degli errori accidentali delle misure *è di sommo interesse notare che le circostanze favorevoli alla determinazione dell'ora coincidono con quelle favorevoli all'osservazione della serie d'altezze* (vedi § 94).

§ 165. Circostanze favorevoli dedotte con la considerazione del movimento in altezza. — La scelta delle circostanze favorevoli alla determinazione del tempo con misura d'altezza, trova la sua giustificazione, meglio che altrimenti nel seguente modo:

Il rapporto $\left|\frac{\Delta h}{\Delta t}\right|$ fra la piccola variazione di altezza Δh e la corrispondente variazione di tempo Δt, misura la *velocità del movimento in altezza.* Potremo valutare tale velocità mediante la formula differenziale che dà la variazione $|\Delta h|$ corrispondente alla variazione $|\Delta P|$, equivalente a $|\Delta t|$, rimanendo costanti δ e φ (rel. 1^bis del § 31)

$$|\Delta h| = |\Delta P \cos\varphi \ \text{sen}\, Z|,$$

e si ha:

(1)
$$\left|\frac{\Delta h}{\Delta P}\right| = \left|\cos\varphi \ \text{sen}\ Z\right| .$$

Dalla (1) si vede che, *per una data latitudine dell'osservatore,* il movimento in altezza è tanto maggiore quanto più Z è vicino a 90°.

Diremo adunque che *la velocità del movimento in altezza dipende unicamente dalla latitudine e dall'azimut di osservazione; in una data latitudine essa è massima quando gli astri passano nel primo verticale; e che per gli astri, i quali non tagliano questo circolo, il massimo è raggiunto allorquando nel percorrere la traiettoria diurna vengono a trovarsi sul verticale prossimo al primo.*

Ora notiamo che la determinazione di tempo con osservazione di altezza non è altro che una *lettura* indiretta di ora che noi facciamo in quell'orologio naturale che è la sfera celeste animata di continuo moto rotatorio. La lettura è fatta per mezzo dell'altezza. Se questo elemento varia lentamente, la lettura è malagevole ed inesatta. Se invece il movimento è rapido, la lettura è precisa, poichè anche le piccolissime variazioni del tempo sono accusate da un sensibile cambiamento di altezza.

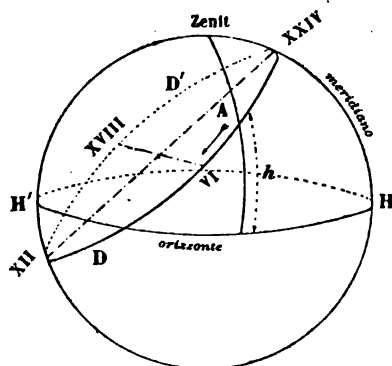



Fig. 162.

All'uopo il lettore osservi la fig. 162 e consideri che il parallelo di declinazione DD' percorso dall'astro nel moto diurno si può paragonare al quadrante di un immenso orologio, il cui indice è rappresentato dall'astro medesimo. Ma il quadrante è privo di graduazione oraria e quindi per leggervi l'ora t dobbiamo ricorrere all'artificio di misurare l'altezza h sull'orizzonte, essendo manifésto che ad ogni valore di questo elemento corrisponde un particolare e ben definito valore dell'ora. [Effettivamente corrispondono due valori, cioè quelli relativi a due posizioni simmetriche rispetto al meridiano. Ma è ovvio aggiungere che indipendentemente da qualsiasi altra considerazione l'ambiguità è tolta dalla semplice osservazione del senso in cui varia l'altezza; se questa cresce l'astro è a Est e t è compreso fra 12^h e 24^h, se diminuisce l'astro è a West e t è compreso fra 0^h e 12^h]. Ed è

chiaro che, se h varia rapidamente, la lettura dell'ora è esatta; risulta invece mal determinata se h subisce variazioni molto lente (come accade in vicinanza del meridiano).

OSSERVAZIONE. — La (1) ci dice che, a parità di azimut d'osservazione, il movimento in altezza è tanto più lento quanto più elevata è la latitudine. Ai poli il movimento in altezza è nullo, e ciò si può vedere anche direttamente considerando la figura sulla sfera. All'equatore si è nelle migliori condizioni per determinare il tempo con osservazione di altezza.

§. 166. **Movimento di altezza necessario per una buona determinazione di tempo con misura di altezza.** — È interessante per le conseguenze pratiche che ne trarremo, fare un'applicazione pratica della (1) del prec. §.

Notiamo che la formula differenziale dalla qnale è dedotta, posta nella forma

$$\left|\Delta P\right| = \left|\frac{\Delta h}{\cos\varphi \ \operatorname{sen} Z}\right|$$

suppone naturalmente che ΔP e Δh sieno espressi nella medesima unità di misura. Se come praticamente avviene, Δh sia misurato in primi di arco e ΔP in secondi di tempo, avendosi $1' = 4^s$, la formula differenziale assume la forma

$$\left|\frac{\Delta P^s}{4}\right| = \left|\frac{\Delta h'}{\cos\varphi \ \operatorname{sen} Z}\right|$$

dalla quale si ha

(1) Velocità del mov. in alt. misurata in primi al secondo

$$\left|\frac{\Delta h'}{\Delta P^s}\right| = \left|\frac{\cos\varphi \ \operatorname{sen} Z}{4}\right|.$$

Per fissare le idee possiamo stabilire che un movimento in altezza di $5'$ in 35^s, ossia la velocità $\left|\frac{\Delta h'}{\Delta P^s}\right| = \frac{5}{35} = \frac{1}{7}$ di primo al secondo, sia sufficiente per una discreta determinazione di tempo e che una velocità minore sia da escludersi [1]. Per la (1) queste condizioni sono analiticamente espresse dalla relazione

$$\left|\frac{\cos\varphi \ \operatorname{sen} Z}{4}\right| \geq \frac{1}{7}$$

[1] Questo criterio è suggerito nell'« Admiralty Manual of Navigation 1914 », § 154. È da notare che le determinazioni di tempo si fanno sempre con osservazioni di altezza all'orizzonte artificiale. Pertanto alla variazione $5'$ in 35^s corrisponde una variazione doppia nell'angolo effettivamente misurato col sestante.

ossia

$$|\text{sen } Z| \geq \frac{4}{7} \sec \varphi. \tag{2}$$

Notiamo che | sen Z | ha per valore massimo l'unità, e quindi il valore φ_{max} della latitudine più alta, nella quale la condizione può essere soddisfatta, si ottiene dalla relazione:

$$1 = \frac{4}{7} \sec \varphi_{max},$$

e perciò:

$$\cos \varphi_{max} = \frac{4}{7},$$

ossia:

$$\varphi_{max} = 55^0 \text{ circa.}$$

Vediamo adunque che in lalitudine 55° per sen Z = 1, ovvero per Z = 90° (osservazione nel 1° verticale), il movimento in altezza è di $\frac{1}{7}$ di primo al secondo. Fuori del 1° verticale il movimento è troppo lento perchè sia possibile fare una determinazione di tempo con sufficiente precisione.

Alle latitudini maggiori di 55° la determinazione del tempo con osservazione di altezza dà in ogni caso risultati poco esatti.

Per le latitudini inferiori a 55° il limite (minimo) di | sen Z | per il quale è soddisfatta la condizione richiesta è determinato dalla relazione

$$|\text{sen } Z| = \frac{4}{7} \sec \varphi.$$

Con questa relazione si è costruita la seguente tabelletta nella quale è dato il *massimo valore* che, alle diverse latitudini, può avere l'*amplitudine* dell'astro nell' istante di osservazione, affinchè la determinazione di tempo per mezzo della misura di altezza dia risultati attendibili. [Si ricorda la definizione di *amplitudine* (§ 21): essa misura la distanza in azimut dell'astro dai punti Est o West].

Lat.	Max. Ampl.	Lat.	Max. Ampl.	Lat.	Max. Ampl.
0°	55°	35°	46°	52°	22°
10	55	40	42	54	14
20	53	45	36	55	6
30	49	50	27	55 10'	0

Così, ad esempio, in lat. 45° l'amplitudine non dovrà superare 36°, ossia, osservandosi a Levante del meridiano, l'*azimut* di osservazione dovrà avere valori compresi fra 90° — 36° e 90° + 36°, ed a Ponente fra 270° — 36° e 270° + 36°. Tuttavia *i limiti dovranno essere raggiunti solo in circostanze eccezionali* essendo i risultati tanto migliori quanto più vicino al 1° è il verticale di osservazione.

§ 167. **Previsione dell'ora e dell'altezza di un astro nell'istante delle circostanze favorevoli (passaggio al primo verticale o massima digressione) - Norme pratiche per la scelta dell'istante di osservazione.** — Volendosi determinare anticipatamente l'ora media locale ed anche un valore approssimato dell'altezza corrispondente alle circostanze più favorevoli per la determinazione della correzione assoluta, si procede nel modo seguente:

Se $\delta < \varphi$, *e dello stesso nome, vi sarà passaggio al primo verticale* (fig. 163), e se DD′ è il parallelo dell'astro, le posizioni di questo al momento del passaggio corrisponderanno ai punti A′A. Il triangolo

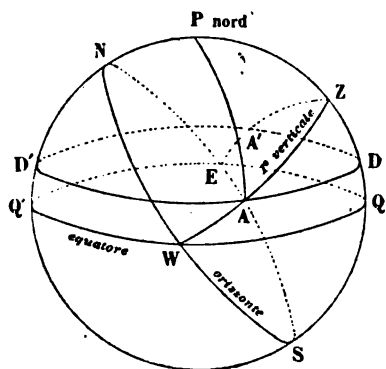
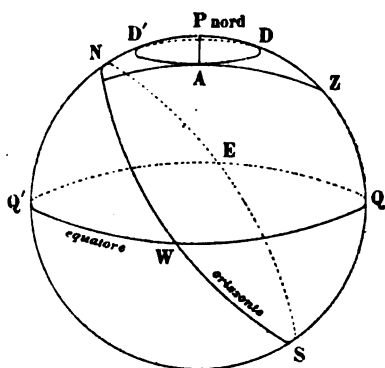



Fig. 163. Fig. 164.

di posizione corrispondente APZ (od A′PZ) risulterà rettangolo in Z, e si avrà, per determinare P ed h

$$(1) \qquad \cos P = \frac{\operatorname{tg} \delta}{\operatorname{tg} \varphi} \qquad \operatorname{sen} h = \frac{\operatorname{sen} \delta}{\operatorname{sen} \varphi}.$$

Quando $\delta > \varphi$ *e dello stesso nome*, le posizioni A e A′ (fig. 164) in cui l'astro nel suo moto diurno maggiormente si avvicina al 1° verticale, corrispondono ai punti di contatto del parallelo di declinazione coi due verticali tangenti al parallelo stesso (punti di *massima digressione*).

Il triangolo di posizione essendo allora *rettangolo* nel vertice A, si hanno le relazioni

(2) $$\cos P = \frac{\operatorname{tg} \varphi}{\operatorname{tg} \delta} \qquad \operatorname{sen} h = \frac{\operatorname{sen} \varphi}{\operatorname{sen} \delta}$$

che sono inverse delle precedenti.

Intorno alle modalità di questa determinazione, dopo aver premesso che nella pratica l'astro considerato sarà il Sole, od una Stella, od un Pianeta, e non mai la Luna, diamo le seguenti norme:

L'elemento δ richiesto per la soluzione delle (1) e (2), non riferendosi ad una osservazione già avvenuta, non si può calcolare, come al solito, per la corrispondente ora T_m del 1° meridiano, e perciò se l'astro ha moto in declinazione, si dovrebbe procedere per *successive approssimazioni*. Tuttavia, data la scarsa precisione richiesta nel risultato, basta assumere per δ il valore corrispondente al mezzodì di Greenwich del giorno di osservazione.

Ottenuto il valore P dell'angolo al polo, e determinato il corrispondente valore t dell'angolo orario, si ottiene la simultanea ora media t_m facendo la conversione di tempo descritta nel § 64. Così si avrà l'indicazione dell'istante più favorevole per fare l'osservazione.

Notando ancora una volta che basta avere un risultato approssimato, diremo che la conversione di tempo potrà essere fatta senza speciale precisione, e pertanto si risolverà direttamente la relazione

$$t_m = t + \alpha - \alpha_m$$

e per il Sole

$$t_m = t_v + \varepsilon_m \text{ (alg.)}, \qquad (\varepsilon_m = -\varepsilon_v)$$

assumendo per α, α_m, ε_m i valori dati dalle Effemeridi per il mezzodì del giorno di osservazione.

Nelle raccolte nautiche si trova quasi sempre una tavola in cui sono dati P ed h corrispondenti alle (1) e alle (2), ossia l'*angolo al polo e l'altezza degli astri nell'istante favorevole per il calcolo dell'ora.*

La determinazione di tempo per la regolazione dei cronometri facendosi sempre a terra [1], le osservazioni di altezza si fanno con l'orizzonte artificiale.

---

[1] Solo eccezionalmente, essendo la nave alla fonda e non potendosi prendere terra, si osserverà all'orizzonte marino. Tuttavia giova notare che, potendosi allora commettere dei sensibilissimi errori di misura, la determinazione di tempo sarà, in generale, priva di quella precisione che è necessaria per una *buona* regolazione dei cronometri.

Nei tipi di orizzonte più comunemente usati, per le peculiari forme della vaschetta e del tetto, non si possono osservare altezze inferiori a 15°, nè, per le anomalie della rifrazione, sarebbe conveniente il farlo ancorchè si potesse.

Di più non è possibile misurare col sestante angoli sensibilmente superiori a 120°. E poichè con l'orizzonte artificiale si misura il doppio dell'altezza, la massima altezza osservabile con esso è 60° circa. I limiti sono pertanto 15° e 60°.

Di questa circostanza dovrà tenersi conto nell'interpretare i risultati delle (1) e (2) di questo paragrafo.

D'altra parte bisogna notare che nella pratica, per contingenze varie, non è sempre possibile osservare nell'istante delle circostanze più favorevoli, e che tuttavia la misura di altezza potrà dare risultati attendibili se verrà fatta fuori di esse, ma rimanendo nei limiti fissati nel precedente paragrafo.

Pertanto per gli usi pratici riferiamo la tabella a pag. seg. relativa alle *osservazioni di Sole* [1]. In essa sono date le *ore vere locali* in *tempo civile, computate all'antica maniera* (ore antimeridiane e pomeridiane), che limitano l'intervallo nel quale si può fare una conveniente determinazione di tempo misurando l'altezza del Sole. Nei limiti della tavola sono soddisfatte le seguenti condizioni:

1°) movimento in altezza $\geq 5'$ in 35^s $\left(\frac{1}{7}\text{ di } 1' \text{ al secondo}\right)$;

2°) altezza $\geq 15°$, e $\leq 60°$.

Giova ripetere che le ore date dalla tavola sono di *tempo vero* (civile). E poichè negli usi civili gli orologi sono regolati sull'ora media, si dovrà passare da t_v a t_m. All'uopo sarà sufficiente assumere per l'equazione del tempo il valore corrispondente a mezzodì di Greenwich trascurando ogni interpolazione.

Spesso l'ora segnata dagli orologi di bordo sarà quella legale della regione in cui si trova la nave. In questo caso sarà ancora necessario fare una successiva riduzione, e passare da t_m riferito al meridiano locale λ, a t_l, ora legale riferita al meridiano λ_l (vedi relazione 1 del § 155). Perciò si dovrà applicare all'ottenuta ora t_m una correzione il cui valore è dato, in grandezza e segno, dalla differenza algebrica $\lambda_l - \lambda$.

[1] Dalle *Nautical Tables* di *Imman*. Ed. 1913.
La tavola può servire per l'osservazione di ogni astro la cui declinazione sia $\leqslant 23°$, badando che l'ora ottenuta si riferisce al particolare astro osservato. Pertanto si dovrà poi fare una conversione di tempo. All'uopo servono le norme già esposte in questo paragrafo.

Declinazione		Ore Am. o Pm.	LATITUDINE					
			0°	5°	10°	15°	20°	25°
			h m h m	h m h m	h m h m	h m h m	h m h m	h m h m
Declinazione *stesso nome* latitudine	23°	Am.	7 5 - 10 41	6 57 - 10 21	6 49 - 10 7	6 41 - 9 57	6 33 - 9 51	6 26 - 9 49
		Pm.	11 9 - 4 55	1 39 - 5 3	1 53 - 5 11	2 3 - 5 19	2 9 - 5 27	2 11 - 5 34
	20°	Am.	7 4 - 10 29	6 57 - 10 13	6 50 - 10 3	6 43 - 9 56	6 37 - 9 52	6 31 - 9 52
		Pm.	1 31 - 4 56	1 47 - 5 3	1 57 - 5 10	2 4 - 5 17	2 8 - 5 23	2 8 - 5 29
	15°	Am.	7 2 - 10 15	6 57 - 10 5	6 52 - 9 5	6 47 - 9 56	6 43 - 9 56	6 39 - 9 59
		Pm.	1 45 - 4 58	1 55 - 5 3	2 1 - 5 8	2 4 - 5 13	2 4 - 5 17	2 1 - 5 21
	10°	Am.	7 1 - 10 16	6 58 - 10 1	6 55 - 9 58	6 52 - 9 59	6 50 - 10 3	6 48 - 10 11
		Pm.	1 54 - 4 39	1 59 - 5 2	2 2 - 5 5	2 1 - 5 8	1 57 - 5 10	1 49 - 5 12
	5°	Am.	7 0 - 10 2	6 59 - 10 0	6 58 - 10 1	6 57 - 10 5	6 57 - 10 13	6 57 - 10 37
		Pm.	1 58 - 5 0	2 0 - 5 1	1 59 - 5 2	1 55 - 5 3	1 47 - 5 3	1 23 - 5 3
	0°	Am.	7 0 - 10 0	7 0 - 10 2	7 1 - 10 6	7 2 - 10 15	7 4 - 10 29	7 6 - 10 44
		Pm.	2 0 - 5 0	1 58 - 5 0	1 54 - 4 59	1 45 - 4 58	1 31 - 4 56	1 16 - 4 54
Declinazione nome *contrario* latitudine	5°	Am.	7 0 - 10 2	7 2 - 10 7	7 5 - 10 16	7 8 - 10 30	7 12 - 10 47	7 16 - 10 30
		Pm.	1 58 - 5 0	1 53 - 4 58	1 44 - 4 55	1 30 - 4 52	1 13 - 4 48	1 30 - 4 44
	10°	Am.	7 1 - 10 6	7 5 - 10 16	7 9 - 10 30	7 14 - 10 49	7 20 - 10 33	7 27 - 10 16
		Pm.	1 54 - 4 59	1 44 - 4 55	1 30 - 4 51	1 11 - 4 46	1 27 - 4 40	1 44 - 4 33
	15°	Am.	7 2 - 10 15	7 8 - 10 30	7 15 - 10 49	7 22 - 10 34	7 30 - 10 18	7 39 - 10 1
		Pm.	1 45 - 4 58	1 30 - 4 52	1 11 - 4 45	1 26 - 4 38	1 42 - 4 30	1 59 - 4 21
	20°	Am.	7 4 - 10 29	7 12 - 10 48	7 21 - 10 33	7 30 - 10 19	7 41 - 10 2	7 53 - 9 46
		Pm.	1 31 - 4 56	1 12 - 4 48	1 27 - 4 39	1 41 - 4 30	1 58 - 4 19	2 14 - 4 7
	23°	Am.	7 5 - 10 41	7 15 - 10 37	7 25 - 10 23	7 35 - 10 8	7 48 - 9 52	8 2 - 9 36
		Pm.	1 19 - 4 55	1 23 - 4 45	1 37 - 4 35	1 52 - 4 25	2 8 - 4 12	2 24 - 3 58

	Declinazione	Ore Am. o Pm.	LATITUDINE					
			30°	35°	40°	45°	50°	55°
			h m h m	h m h m	h m h m	h m h m	h m h m	h m h m
Declinazione *stesso nome* latitudine	23°	Am.	6 18 - 9 49	6 11 - 9 53	6 3 - 10 3	5 54 - 10 12	5 44 - 9 24	6 44 - 7 33
		Pm.	2 11 - 5 42	2 7 - 5 49	1 57 - 5 57	1 48 - 6 6	2 36 - 6 16	4 27 - 5 16
	20°	Am.	6 25 - 9 55	6 19 - 10 2	6 12 - 10 15	6 6 - 10 3	5 59 - 9 14	6 35 - 7 23
		Pm.	2 5 - 5 35	1 58 - 5 41	1 45 - 5 48	1 57 - 5 54	2 46 - 6 1	4 37 - 5 25
	15°	Am.	6 36 - 10 7	6 32 - 10 20	6 29 - 10 20	6 25 - 9 46	6 22 - 8 59	6 19 - 7 7
		Pm.	1 53 - 5 24	1 40 - 5 28	1 40 - 5 31	2 14 - 5 35	3 1 - 5 38	4 53 - 5 41
	10°	Am.	6 47 - 10 23	6 46 - 10 31	6 45 - 10 5	6 45 - 9 32	6 46 - 8 44	6 48 - 6 52
		Pm.	1 36 - 5 13	1 29 - 5 14	1 55 - 5 15	2 28 - 5 15	3 16 - 5 14	5 8 - 5 12
	5°	Am.	6 58 - 10 39	6 59 - 10 18	7 2 - 9 51	7 5 - 9 17	7 10 - 8 30	....
		Pm.	1 21 - 5 2	1 42 - 5 1	2 9 - 4 58	2 43 - 4 55	3 30 - 4 50	....
	0°	Am.	7 10 - 10 25	7 14 - 10 3	7 19 - 9 37	7 26 - 9 4	7 35 - 8 16	....
		Pm.	1 35 - 4 50	1 57 - 4 46	2 23 - 4 41	2 56 - 4 34	3 44 - 4 25	....
Declinazione nome *contrario* latitudine	5°	Am.	7 22 - 10 11	7 29 - 9 49	7 37 - 9 23	7 48 - 8 50	....	....
		Pm.	1 49 - 4 38	7 11 - 4 31	2 37 - 4 23	3 10 - 4 12	....	....
	10°	Am.	7 36 - 9 57	7 46 - 9 35	7 58 - 9 9	8 13 - 8 35	....	....
		Pm.	2 3 - 4 24	2 25 - 4 14	2 51 - 4 2	3 25 - 3 47	....	....
	15°	Am.	7 51 - 9 42	8 4 - 9 20	8 20 - 8 54	....	....	....
		Pm.	2 18 - 4 9	2 40 - 3 56	3 6 - 3 40	....	....	....
	20°	Am.	8 8 - 9 27	8 25 - 9 4	....	....	....	....
		Pm.	2 33 - 3 52	2 56 - 3 35	....	....	....	....
	25°	Am.	8 19 - 9 16	8 39 - 8 55	....	....	....	....
		Pm.	2 44 - 3 41	3 5 - 3 21	....	....	....	....

ESEMPIO. — A New-York (φ 40°45′ N, $\lambda = 4^h56^m$ W. Greenwich il mattino del 10 Giugno ($\delta_{\odot} = 23°$ Nord, circa) le ore favorevoli all'osservazione sono (assumendo i valori per $\varphi = 40°$)

ore vere.... da $t_v = 6^h03^m$ a $t_v = 10^h03^m$ (ore civ. a.m.).

Essendo $\varepsilon_v = -1^m$ (circa), si ha ($t_m = t_v + \varepsilon_v$, $\varepsilon_v = -\varepsilon_m$),

ore medie.... da $t_m = 6^h02^m$ a $t_m = 10^h02^m$ (ore civ. a.m.).

L'ora legale di New-York è quella del meridiano $\lambda_l = 5^h$ W., quindi

$$\lambda_l - \lambda = (-5^h00^m) - (-4^h56^m) = -4^m.$$

Pertanto le ore approssimate che limitano l'intervallo di osservazione, sono

ore legali.... da $t_l = 5^h58^m$ a $t_l = 9^h58^m$ (ore civ. a.m.).

§ 168. **Norme pratiche per la determinazione della correzione assoluta con osservazioni d'altezza in un luogo di posizione geografica nota.** — La determinazione diretta della correzione assoluta richiede la conoscenza esatta delle coordinate geografiche del luogo di osservazione, ed affinchè il risultato sia preciso bisogna osservare a terra con l'orizzonte artificiale, come si disse poc'anzi. La posizione dell'osservatore sarà desunta con somma accuratezza dal piano idrografico della località. Sui piani sono sempre indicati mediante segni particolari (piccoli triangoli o circoletti) i punti principali, geograficamente meglio determinati, sui quali è *appoggiata* (come dicesi in termine geodetico) tutta la costruzione della carta. Di questi punti sono anche riferite (in margine, o presso il titolo) le coordinate φ e λ. Quando sia possibile è opportuno eseguire l'osservazione situandosi in essi; se ciò non è possibile si farà stazione in un'altra posizione qualsiasi compresa nel piano, che sarà determinata, od almeno rettificata, mediante l'osservazione di angoli orizzontali (problema di Pothenot). Avendosi della località piani di scala differente, conviene scegliere, per la determinazione grafica del punto, quello di scala maggiore.

Per determinare le coordinate geografiche del punto di osservazione ci riferiamo sempre ad un punto principale calcolando con le formule della navigazione piana la differenza di latitudine di quello da questo. All'uopo, segnato sul piano o sulla carta nautica il punto B scelto per l'osservazione, si misura sulla carta medesima la distanza di esso dal punto principale A (fig. 165).

Se R è l'angolo ($< 90^0$) che la semiretta condotta da A a B forma col meridiano di A e d è la distanza AB, *misurata* in *miglia* (1), valori assoluti in *minuti primi di arco* delle differenze di latitu-

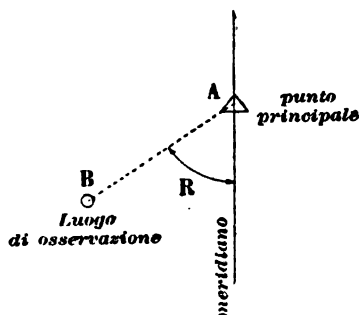



Fig. 165.

dine ($\Delta\varphi$) e di longitudine ($\Delta\lambda$) di B rispetto ad A risultano determinate dalle relazioni

$$|\Delta\varphi| = d \times \cos R$$
$$|\Delta\lambda| = d \times \text{sen } R \times \sec \varphi,$$

dove per φ si assume la nota latitudine di A.

Esempio. — $d = AB = 0{,}32$ miglia; $R = 60°$; $\varphi = 42°32'$.

$$|\Delta\varphi| = 0',32 \times \cos 60° = 0',16$$

od anche, riducendo in secondi:

$$|\Delta\varphi| = 0{,}16 \times 60 = \underline{\underline{9'',6}}.$$

Si ha poi

$$|\Delta\lambda| = 0',32 \times \text{sen } 60° \times \sec 42°32' = 0',379,$$

od anche, riducendo in secondi:

$$|\Delta\lambda| = \underline{\underline{22'',6}}.$$

---

(1) In alcuni piani (molti dell'Idrografia Italiana) si trova solo la scala in *metri*. Si fa la conversione in miglia dividendo le distanze in metri per il valore del miglio alla latitudine considerata. Trattandosi sempre di piccole distanze non si commette grave errore adottando per il miglio una lunghezza media, costante in tutti i punti della Terra ed uguale a 1853,14 metri (miglio nautico) [log 1853,14 = 3,26788].

Parimente notiamo che nei piani e nelle carte francesi, editi prima del 1° Gennaio 1914, le lonitudini sono riferite al meridiano di Parigi la cui longitudine rispetto a Greenwich è $9^m 20^s,93$ Est (*nove* minuti, *venti* secondi, *novantatrè* centesimi di secondo, *orientale*). Perciò le longitudini riferite a Parigi si riducono al meridiano di Greenwich aggiungendo *algebricamente* la quantità $+ 9^m 20^s,93$ (longitudine riferita a Greenwich = longitudine riferita a Parigi $+ 9^m 20^s,93$, alg.).

A partire dal 1° Gennaio 1914 in tutti i documenti (carte, piani ecc.) nautici di nuova edizione pubblicati dal servizio Idrografico Francese, le longitudini sono riferite a Greenwich.

Applicando, *col dovuto segno*, tali differenze ai valori delle coordinate φ e λ del punto principale si ottengono le coordinate del punto di osservazione. Sul segno non vi può essere alcun dubbio: a determinarlo basta l'esame della carta (1).

È necessario che tutte le operazioni ora descritte siano fatte con molta precisione.

La scelta del luogo di osservazione deve essere anche subordinata alla tranquillità del terreno. Questa è la parte più delicata delle operazioni specialmente nei porti molto frequentati. Il passaggio di carri e di treni ferroviari anche lontani, può turbare la tranquillità del mercurio dell'orizzonte artificiale e rendere impossibile l'osservazione (vedi § 80). I moli e le banchine sono spesso poco tranquilli e percio non adatti per farvi stazione. La ragione di tali movimenti è dovuta talora non solo al traffico che ivi si svolge, ma anche all'azione del moto ondoso del mare.

Il cronometro (o l'orologio di precisione), che si porta a terra e di cui si determina direttamente la correzione assoluta, deve essere confrontato con tutti i cronometri di bordo prima e dopo la misura d'altezza allo scopo di potere in seguito, col metodo delle parti proporzionali, determinare i valori dei diversi *confronti* all'istante della misura (vedi § 108).

Per l'osservazione si sceglierà il Sole, oppure una Stella, raramente un pianeta; converrà, se possibile, evitare le osservazioni di Luna, a causa della imperfezione delle tavole lunari. (Per la scelta dell'astro e dell'istante di osservazione vedi §§ 164-166-167).

Le norme di osservazione con l'orizzonte artificiale sono state ampiamente descritte nei §§ 80 e seguenti.

Nella considerazione che, allorquando si osserva nelle circostanze più favorevoli per la determinazione di tempo, si è anche nelle circostanze più favorevoli per la misura della *serie di altezze* (vedi osservazione 2ª nel § 164), e che d'altra parte in ogni caso, purchè la durata sia breve, si può, senza sensibile errore, applicare il principio della serie (vedi § 94), si misureranno sempre delle *serie di altezze*.

Il numero delle serie dovrà essere pari. La seconda serie di ogni coppia sarà misurata disponendo i vetri del tetto, che ricopre l'orizzonte artificiale, nella posizione coniugata di quella adottata per

(1) Nelle carte munite di graduazione marginale per la latitudine e la longitudine, le coordinate del punto di osservazione si ricavano direttamente. È ovvio indicare le modalità del procedimento.

misurare la prima serie (vedi § 80). Per la durata di ogni serie vedi osservazione 3ª del § 94.

Nel caso del Sole, è conveniente osservare il lembo inferiore al mattino ed il lembo superiore nel pomeriggio (vedi § 79).

È anche opportuno misurare altezze equidistanti e corrispondenti a valori rotondi di diecine di primi (di 10′ in 10′, oppure di 20′ in 20′) osservando il contatto nella prefissa posizione dell'alidada secondo le norme dell'osservazione 3ª del § 94. Così facendo si ha una prova immediata della *bontà* delle misure. Gli intervalli fra le successive ore del cronometro devono essere sensibilmente uguali fra loro.

Appena finita l'osservazione delle altezze si determini l'errore d'indice del sestante (§ 74).

È necessario conoscere l'altezza del barometro a mercurio e la temperatura dell'aria durante le misure, affinchè si possa tener conto dei loro valori nel correggere le altezze (correzioni alla rifrazione media).

Le altezze osservate dovranno essere corrette col massimo rigore, *tenendo stretto conto di tutti i termini di correzione* (vedi § 90).

Coi valori medi di ogni serie (media aritmetica delle altezze e media aritmetica delle ore), si farà la determinazione di tempo, e quindi quella di correzione assoluta (§ 163). La media aritmetica dei varî risultati sarà assunta come valore definitivo di detta correzione.

Il calcolo dovrà essere condotto con la massima precisione. È lecito usare logaritmi con *cinque* cifre decimali, purchè l'interpolazione sia fatta con molta cura e con rigoroso criterio nell'arrotondamento delle parti proporzionali. Una determinazione particolarmente precisa in ogni circostanza richiederebbe l'uso di logaritmi a *sei* decimali [1].

(Sul modo di esprimere l'ottenuto valore di K vedi § 99).

Osservazione. — Se il cronometro del quale si vuol determinare la correzione assoluta è *sidereo*, bisogna procedere con le seguenti avvertenze.

Se l'astro osservato è errante (Sole, pianeti...) è necessario, per la determinazione di δ, che l'osservatore, oltre l'indicazione precisa del cronometro all'istante della misura di altezza, registri anche il tempo medio approssimato nel quale la misura stessa è avvenuta, e basta lo faccia riferendosi, ad esempio, al suo comune orologio da tasca che gli darà, appunto approssimato, il tempo medio

---

[1] Si raccomandano per la loro disposizione molto simile a quella delle Tavole dell'Ist. Idr. le tavole a sei decimali del Friocourt. (Ed. Challamel, Parigi).

del luogo o di un noto meridiano di riferimento. Dall'ora dell'orologio si passa subito alla corrispondente ora di Greenwich e da questa si potrà facilmente dedurre il valore della declinazione dell'astro nel momento della misura.

Se l'astro è una stella, l'uso dell'orologio è inutile, potendosi sempre determinare con grande approssimazione il necessario valore di δ_* mediante la sola nozione della *data*.

In ogni caso, ottenuta l'ora t relativa all'astro osservato, si converte questo risultato nella corrispondente ora siderea del 1° meridiano (T_s). All'uopo:

1°. Nel caso del *Sole* si passa dapprima da t_v a T_m con le note norme del § 64 (vedi esempio del § 65), e poi da T_m a T_s ($T_s = T_m + \alpha_m$). Per la determinazione degli elementi variabili delle Effemeridi, occorrenti ad ambedue queste trasformazioni, non sarà affatto necessario l'uso dei dati dell'orologio medio (precedentemente usati per la ricerca di δ), potendosi procedere indipendentemente da essi, come risulta dalla discussione dei citati §§ 64 e 65.

2°. Nel caso dei *pianeti* è opportuno passare direttamente dall'ottenuto $t_\bullet$ a T_s, con le note relazioni

$$t_s = t_\bullet + \alpha_\bullet, \qquad T_s = t_s - \lambda$$

ma per fare ciò è necessario determinare $\alpha_\bullet$ mediante le indicazioni dell'orologio medio, come si è fatto per l'altra coordinata $\delta_\bullet$.

3°. Nel caso delle *stelle* si useranno le note relazioni

$$t_s = t_* + \alpha_*, \qquad T_s = t_s - \lambda.$$

Allora le indicazioni dell'orologio medio sono inutili, potendosi determinare α_* con grande precisione con la sola conoscenza della *data* del giorno di osservazione.

(Sul modo di esprimere la correzione assoluta del cronometro sidereo vedi osservazione del § 99).

Esempio I. — Verso le 5 pomeridiane del 4 Agosto 1913 (data civile, tempo del luogo regolato sul meridiano 1^h Est). A Siracusa, sul molo della Capitaneria. Osservazione all'orizzonte artificiale. Lembo *superiore* del Sole:

l	t_o	
46°30′	$5^h00^m09^s$	barometro 759 mm.
46 10	00 59	termometro 27° cent.
45 50	01 48	

Confronto fra orologio e cronometro medio $(t_c - t_o) = -43^m19^s$.
Valore approssimato della correzione assoluta del cronometro medio:

$$K \text{ app. } -16^m16^s.$$

Errore d'indice, $\gamma = +0'55''$; correzione istrumentale per $l = 46°$, $c = -0'20''$.
Si vuol determinare la correzione assoluta del cronometro medio.
Coordinate geografiche del punto di osservazione

$$\varphi = 37°03'24'' \text{ Nord}; \quad \lambda = 15°17'36'',9 \text{ Est Gr.} = +1^h01^m10^s,5.$$

Elementi per il calcolo di angolo orario

Tempi (per l'interpolazione degli elementi delle Effemeridi)		Elementi delle Eff.		Altezza	
t_o	$5^h00^m58^s,7$	Per T_m app. si ha		l_1	46°10′00″
$t_c - t_o$	− 43 19	$\varepsilon_m =$	$- 5^m57^s,2$	c	− 0 20
	4 17 39,7	$\delta_{\odot} =$	17° 18′,3 N		46 09 40
K app	− 16 16	$p =$	72°41′,7	$-\gamma$	− 0 55
T_m app	$4^h01^m23^s,7$ (4 VIII)			$2h_r\ \overline{\odot}$	46 08 45
				$h_r\ \overline{\odot}$	23 04 23
				$-r$	− 2 09
				$h_a\ \overline{\odot}$	23 02 14
				$-\sigma$	− 15 47
				$h_a\ -\odot-$	22 46 27
				$+p$	+ 08
				$h\ -\odot-$	22°46′35″

Calcolo dell'ora e determinazione della correzione assoluta

h	22°46′35″		
φ	37 03 24	l sec	0,09797
p	72 41 42	l cosec	0,02012
$2s$	132 31 41		
s	66 15 50	l cos	9,60479
$s - h$	43 29 15	l sen	9,83771
		$2l$ sen	19,56059
$\frac{P}{2}$	$2^h28^m19^s,8$	l sen	9,78029
P	4 56 39,6		
t_v	4 56 39,6 (= P perchè astro a West)		
$-\varepsilon_m$	+ 5 57,2 (= + ε_v)		
t_m	5 02 36,8		
$-\lambda$	−1 01 10,5		
T_m	4 01 26,3		
t_c	4 17 39,7		
K	$- 16^m13^s,4$		

Si ponga molta attenzione nel fare queste operazioni. ($2s$, s, $s - h$)

Per dare un esempio dell'impiego della formula che dà $\frac{1}{2}$ P per tangente, ripetiamo il calcolo

h	22°46′35″		
φ	37 03 24		
p	72 41 42		
$2s$	132 31 41		
s	66 15 50	l cos	9,60479
$s - h$	43 29 15	l sen	9,83771
$s - \varphi$	29 12 26	l cosec	0,31161
$s - p$	6 25 52	l sec	0,00274
		$2l$ tan	19,75685
$\frac{P}{2}$	$2^h28^m19^s,9$	l tan	9,87842

(Per ottenere dei buoni risultati dal calcolo logaritmico bisogna procedere con ordine e metodo alla ricerca dei quattro logaritmi che vi figurano, ponendo particolare attenzione alla loro interpolazione. È perciò opportuno calcolarli a parte, prima di metterli in colonna).

Esempio II. — Verso le 3^h antimeridiane del 3 Gennaio 1917 (data civile), tempo del luogo regolato sul meridiano 1^h Est, nello stesso luogo del precedente esempio, ossia in

$$\varphi\ 37°03'24''\ N \quad , \quad \lambda\ 1^h01^m10^s,5\ E\ Gr.$$

Osservazioni di altezze di *Sirio* all'orizzonte artificiale per determinare la correzione assoluta di un *cronometro medio*, mancando ogni preventiva conoscenza della correzione medesima

$$t\ 2^h10^m41^s,5 \quad , \quad l\ 38°40'00''.$$

Astro a ponente, errore d'indice $\gamma + 2'10''$; correzione istrumentale per $l = 40°$, $c = +0'30''$; barom. 765 m/m; term. $+5°$ cent.

Elementi per il calcolo di angolo orario

Elementi delle Effemeridi			Altezza	
1 Gennaio *Sirio*	α_*	$6^h41^m31^s,6$	l	38°40'00''
	δ_*	16°36',1 Sud	c	+ 0 30
	p	106°36',1		38 40 30
			$-\gamma$	− 2 10
			$2h_{r*}$	38 38 20
			h_{r*}	19 19 10
			$-r$	− 2 48
			h_*	19°16'22''

Calcolo dell'ora e determinazione della correzione assoluta

h	19°16'22''		
φ	37 03 24	l sec	0,09797
p	106 36 06	l cosec	0,01849
$2s$	162 55 52		
s	81 27 56	l cos	9,17145
$s - h$	62 11 34	l sen	9,94671
		$2l$ sen	19,23462
$\frac{P}{2}$	$1^h37^m54^s,0$	l sen	9,61731
P	3 15 48^s,0 (= t_*, perchè astro a West)		
α_*	6 41 31 ,6 ($t_* + \alpha_* = t_s$)		
t_s	9 57 19 ,6 ... del giorno locale medio astr. 2 Gennaio 1917		

Determinazione dell'ora siderea locale a 1/2 di locale del 2 Genn. (§ 59).

t_m	$0^h00^m00^s$ (2 Gennaio)		
$-\lambda$	− 1 01 10 ,6		
a 1/2 dì, T_m	$22^h58^m49^s,4$ (1 Gennaio)		
1 Genn.	T_m 22^h,	α_m	$18^h45^m52^s,5$
add. p.	58^m		9 ,53
» »	0,8		0 ,13
		$\tau_s = \alpha_m$	$18^h46^m02^s,16$

t_s	9 57 19 , 6 del giorno locale medio astr. 2 Gennaio 1917		
τ_s	18 46 02 ,16		
I_s	15 11 17 ,44	per 15^h, ritardo $2^m27^s,44$	[*Per la conversione di* t_* *in* t_m *vedi* § 64 *e relativi esempi.*]
— R	— 2 29 ,29...	» 11^m » 1 ,80	
t_m	15 08 48 ,15	» $0^m,3$, » 0 ,05	
— λ	— 1 01 10 ,50	$2^m29^s,29$	
T_m	$14^h07^m37,65$		
t_c	$14^h10^m41^s,5$	(Il risultato si arrotonda alla 1ª cifra decimale dei secondi).	
K	— $3^m03^s,85$	K = — $3^m03^s,9$	

§ 169. **Casi singolari - Rettificazione della correzione assoluta durante la navigazione in vista di terra, col metodo dell'angolo orario - Determinazione approssimata della correzione assoluta, allorquando il cronometro si ferma durante la navigazione.** — 1°. In vista di terra conosciuta si può determinare la posizione della nave mediante l'osservazione di oggetti terrestri. Se, in tali condizioni, è possibile fare una buona osservazione di altezza di astro prossimo al 1° verticale, si determina mediante un calcolo di angolo orario, l'ora media locale t_m nell'istante di osservazione. Se λ è la longitudine della nave nel medesimo istante, sarà

$$T_m = t_m - \lambda \text{ (alg.)}, \quad \text{e quindi} \quad K = T_m - t_c ,$$

ove t_c è l'ora cronometrica di osservazione.

Il calcolo è identico a quello che si fa in terra: il risultato è meno preciso poichè l'altezza viene misurata riferendosi all'orizzonte marino, e sono perciò da temersi gli errori di depressione, e d'altra parte la posizione della nave all'istante di osservazione non può mai essere determinata con quella precisione che è consentita allorchè si opera in terra.

(L'altezza osservata dovrà essere corretta con molta esattezza, nè mai si farà uso della correzione complessiva).

2°. Se, durante la navigazione d'altura, il cronometro (che supponiamo non sia accompagnato da altri) si fermi per mancanza di *carica*, lo si rimetta subito in moto, ed *appena sia possibile* si misuri l'altezza di un astro nelle circostanze favorevoli, e si annoti la simultanea ora cronometrica. Si faccia un calcolo di angolo orario e si determini la corrispondente ora media locale t_m. Per l'eventuale interpolazione degli elementi variabili delle Effemeridi si faccia uso dell'ora T_m approssimata, ottenuta applicando all'ora degli orologi comuni

di bordo la longitudine del meridiano regolatore degli orologi medesimi. Per la latitudine si assuma il valore *stimato.* Si faccia quindi

$$T_m = t_m - \lambda_s \text{ (alg.)},$$

dove λ_s è la longitudine *stimata* della nave nell'istante della misura d'altezza; e finalmente si faccia

$$K = T_m - t_c,$$

essendo t_c l'ora cronometrica nell'istante di osservazione.

La correzione assoluta così determinata è, naturalmente, approssimata, risultando affetta dall'errore della longitudine stimata (che vi si riporta integralmente) e di quello dipendente dall'errore della latitudine stimata assunta nel calcolo di angolo orario.

$$\left|\Delta P\right| = \left|\frac{\Delta\varphi \text{ ctn } Z}{\cos\varphi}\right|.$$

Quest'ultimo si può evitare osservando nel 1° verticale. È adunque possibile (a meno degli errori di osservazione) determinare un valore della correzione assoluta *con la medesima approssimazione della longitudine stimata della nave* nell'istante della misura di altezza.

I *punti nave* che si otterranno successivamente con osservazioni astronomiche e facendo uso del cronometro così rettificato risulteranno errati *in longitudine* di una quantità costante ed uguale, *in grandezza e segno*, all'errore della longitudine stimata λ_s impiegata nella determinazione di K.

Il vantaggio di questo procedimento è manifesto. Difatti ove si rinunciasse al cronometro la longitudine della nave dovrebbe essere determinata coi metodi grossolanamente approssimati della navigazione stimata, i cui errori crescono proporzionalmente al tempo.

§ 170. **Eliminazione degli errori sistematici nella determinazione del tempo con la misura dell'altezza.** — La relazione (1) del § 36

$$\left|\Delta P\right| = \left|\frac{\Delta h}{\cos\varphi \ \text{sen } Z}\right|$$

ci dice che la grandezza dell'errore sull'*angolo al polo, prodotto da un dato errore dell'altezza, dipende unicamente dalla latitudine e dall'angolo azimutale d'osservazione.*

Pertanto se *nel medesimo luogo* si osservano le altezze dello stesso astro o di due astri diversi, a Levante ed a Ponente, in verticali

simmetrici rispetto al meridiano (ossia sotto il medesimo angolo azimutale), e si commette identico errore (in grandezza e segno) in ambo le osservazioni, i due valori dell'angolo al polo, e quindi dell'ora corrispondente, risultano affetti da errori di eguale grandezza. Circa il segno di questi errori notiamo che, attribuendo ad un astro situato a Levante un'altezza maggiore della effettiva, veniamo in conseguenza a situare l'astro in posizione più vicina al meridiano che non sia in realtà e perciò ad attribuirgli un'ora più grande della vera; il contrario invece accade nell'osservazione a Ponente, poichè ivi ad un'altezza maggiore corrisponde un'ora minore. Parimente, considerando un errore negativo nell'altezza, si vede che con l'osservazione a Levante si ottiene un'ora più piccola della vera, mentre a Ponente si ha un'ora maggiore.

Perciò concludiamo che osservando un astro, o due astri diversi, in azimut simmetrici rispetto al meridiano e commettendo in ambo le misure di altezza errori uguali (in grandezza e segno), le ore t_E e t_W (t_E è l'ora dell'astro ottenuta con osservazione a Levante, t_W quella corrispondente all'osservazione a Ponente) che si ottengono, risultano errate l'una in più e l'altra in meno (o viceversa) della stessa quantità.

Se poi si pone mente al modo col quale si esegue la conversione dell'ora t di un astro nella corrispondente ora media t_m (§§ 64 e 65), è manifesto che un eventuale errore su t si riproduce pressochè identicamente nell'ottenuta ora t_m, e quindi anche nella simultanea ora di Greenwich [1].

Pertanto se con gli ottenuti valori di t_E e t_W si determinano le corrispondenti ore medie di Greenwich T'_m e T''_m, queste risultano affette sensibilmente dagli stessi errori di t_E e t_W. Ovvero T'_m e T''_m hanno rispettivamente errori di *grandezza uguale ma di segno contrario.*

Lo stesso dicasi dei due valori della correzione assoluta ottenuti confrontando l'ora cronometrica t'_c dell'osservazione ad Est con T'_m, e l'ora cronometrica t''_c dell'osservazione ad Ovest con T''_m. Perciò nella loro *media* gli errori sono eliminati.

È anche facile vedere che questo *valore medio aritmetico* rappresenta la correzione assoluta del cronometro nell'istante di mezzo fra le due osservazioni.

---

[1] Vedi discussione analoga svolta nel § 131.

È con l'applicazione di questo principio che si eliminano gli effetti degli errori sistematici costanti commessi nella misura dell'altezza.

Invece di fare una serie unica di misure da un sol lato del meridiano, si fanno due serie di osservazioni, l'una all'Est e l'altra all'Ovest in direzioni azimutali simmetriche rispetto al meridiano, e con ognuna di esse, si determina il valore della correzione assoluta.

La media aritmetica di due valori ottenuti si assume come valore esatto della correzione assoluta all'istante medio fra le due serie di misure.

In pratica non è necessario che sia perfettamente verificata l'uguaglianza degli angoli azimutali d'osservazione. Basta che questa condizione sia soddisfatta in modo approssimato.

OSSERVAZIONE 1ª. — Noti lo studioso che se le due osservazioni sono fatte sullo stesso astro, ad angoli azimutali simmetrici rispetto al meridiano corrispondono angoli al polo uguali, quando l'astro è fisso (δ costante), o pochissimo differenti, quando l'astro è animato da lento moto in declinazione (come il Sole).

Ciò vuol dire che le ore delle osservazioni ad Est che ad Ovest sono in ogni caso equidistanti, o sensibilmente equidistanti, dal transito in meridiano. Pertanto *nel caso del Sole*, le osservazioni antimeridiane e quelle pomeridiane sono separate da un intervallo il cui istante di mezzo coincide, press'a poco, col *mezzodì vero*. Ciò serva di norma per prevedere le ore di osservazione.

OSSERVAZIONE 2ª. — È anche interessante notare che le altezze di uno stesso astro, osservate in azimut simmetrici (o quasi) rispetto al meridiano, sono uguali o sensibilmente uguali fra loro.

Per questo motivo, osservando nel modo indicato, gli errori sistematici dovuti alle imperfezioni dello strumento (eccentricità, graduazione, prismatismo degli specchi, ecc...), la cui grandezza dipende dall'altezza misurata, sono identici in ambo le sedute di osservazione AM e PM. Sono anche identici quelli dovuti al prismatismo dei vetri del *tetto* col quale si ripara il mercurio dell'orizzonte artificiale, *purchè si abbia cura di osservare tanto a Levante che a Ponente con la stessa falda del tetto rivolta all'osservatore* [1].

Conviene ancora notare che nel caso del Sole l'apprezzamento del contatto, da cui dipende l'errore personale, è uguale nei due casi se i dischi del Sole vengono a tangenziarsi nell'identico modo (vedi § 79 e fig. 72). Pertanto se la serie antimeridiana è osservata al lembo inferiore quella pomeridiana lo sarà al lembo superiore [2].

---

[1] Nel § 168 abbiamo suggerito di osservare un numero pari di serie cambiando di posizione al tetto ad ogni serie. Si può fare lo stesso qui purchè si osservi ugual numero di serie e con le stesse modalità tanto al mattino che alla sera.

[2] È molto più agevole e precisa l'osservazione fatta secondo la figura 72 *a* del § 79, che corrisponde appunto a lembo inferiore a Levante e lembo superiore a Ponente.

Tutto sommato si vede che, osservando nel modo descritto, gli errori sistematici che affettano le serie di osservazioni antimeridiane e pomeridiane si possono ritenere uguali. La loro eliminazione è perciò assicurata.

Gli errori di carattere accidentale che, nelle osservazioni all'orizzonte artificiale, sono sempre piccolissimi, saranno invece eliminati, od attenuati, *misurando serie di altezze.*

OSSERVAZIONE 3ª. — Se si considera la (4) del § 36

$$\left| \Delta P \right| = \left| \Delta\varphi \frac{\operatorname{ctn} Z}{\cos\varphi} \right|,$$

e si ponga mente alle considerazioni svolte in principio di questo paragrafo, si vede che, con la determinazione di tempo in due azimut simmetrici rispetto al meridiano, si elimina anche l'influenza di un eventuale errore della latitudine di osservazione.

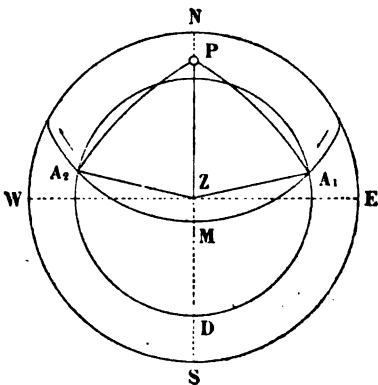
§ 171. **Metodo delle altezze corrispondenti (Generalità).** — Sui principî esposti nel precedente § (eliminazione degli errori sistematici), è basato il metodo delle così dette *altezze corrispondenti.*

Questo metodo richiede la determinazione nello stesso luogo di osservazione delle ore cronometriche t'_c e t''_c corrispondenti rispettivamente ad altezze *rigorosamente uguali dello stesso astro dalle due parti del meridiano.*

Per evidenti ragioni di esattezza l'osservazione si fa con l'orizzonte artificiale.

Il metodo si può applicare con qualunque astro; però nella pratica non si osservano che le Stelle fisse od il Sole; anzi quest'ultimo astro è preferito perchè più facilmente e comodamente osservabile.

Fig. 166.

Altezze corrispondenti di Stella. — Consideriamo la sfera rappresentativa (fig. 166); il piano della figura coincida con l'orizzonte di osservazione. Sieno PZ il meridiano superiore dell'osservatore; A_1MA_2 il parallelo di declinazione della Stella il quale è *invariabile* nell'intervallo fra le osservazioni. Descriviamo il cerchio minore A_1DA_2 (almicantarat) con centro Z e con raggio sferico uguale alla distanza zenitale osservata; i suoi punti d'incontro A_1A_2 col parallelo di declinazione, saranno le posizioni

della Stella negli istanti delle due osservazioni. I triangoli ZPA_1 e ZPA_2, avendo i lati uguali, sono uguali, per cui gli angoli al polo dell'astro corrispondenti alle due osservazioni sono uguali fra loro. D'altra parte, la variazione dell'angolo orario della Stella è uniforme al pari di quella del cronometro. Per conseguenza, quando il cronometro segna la media delle ore t'_c e t''_c corrispondenti rispettivamente alle osservazioni fatte a Levante e a Ponente, l'astro si trova sul cerchio orario che divide per metà la variazione totale A_1PA_2, ovvero sul meridiano M; vale a dire che all'ora $\frac{t'_c + t''_c}{2}$ del cronometro corrisponde l'ora $t_* = 0^h$ dell'astro.

E poichè per $t_* = 0^h$ [passaggio dell'astro nel meridiano (vedi § 69)],

$$t_{ps} = \alpha_*,$$

all'istante $\frac{t'_c + t''_c}{2}$ del cronometro corrisponde l'ora siderea α_*.

L'ascensione retta α_* è nota con tutta precisione mediante la semplice conoscenza della *data*. [Si interpoli a vista fra i valori delle Effemeridi per la data di osservazione]. Si converta (§ 64) detta ora siderea nella simultanea ora media t_m e finalmente si determini l'ora del 1° meridiano con la nota relazione

$$T_m = t_m - \lambda \text{ (alg.)},$$

dove λ è la longitudine esatta del luogo di osservazione. Il valore K della correzione assoluta corrispondente all'istante medio delle osservazioni è dato dalla relazione

$$K = T_m - \frac{t'_c + t''_c}{2} \text{ (alg.)}.$$

Il calcolo è molto semplice riducendosi in sostanza alla determinazione dell'ora media all'istante del passaggio della Stella nel meridiano superiore di osservazione (vedi esempio IV del § 64).

Per ottenere dei buoni risultati bisogna osservare le altezze corrispondenti nelle circostanze favorevoli per la determinazione dell'ora, ossia, quanto più è possibile, in prossimità del 1° verticale. Allora il movimento in altezza è rapido (§ 165) ed un eventuale errore nella misura dell'altezza produce piccolo errore nell'apprezzamento dell'istante cronometrico corrispondente.

Le *corrispondenti* di Stella, di tanto facile calcolo, richiedono tuttavia una discreta abilità nell'osservatore.

Altezze corrispondenti di Sole. — Il Sole non descrive sulla sfera un parallelo, ma bensì un arco di spirale sferica A_1MA_2 (fig. 167). Tagliando la predetta spirale con il cerchio orizzontale A_1BA_2 corrispondente alla distanza zenitale osservata, si avranno le due posizioni A_1 ed A_2 dell'astro alle due osservazioni. In questo caso non si verifica l'uguaglianza degli angoli al polo ZPA_1 e ZPA_2 e perciò il cerchio orario PM che biseca l'angolo A_1PA_2 non si confonde col meridiano d'osservazione PZ, ma cade fuori di esso. Potendosi, anche per il Sole, ritenere sensibilmente uniforme la variazione dell'angolo orario [1], è chiaro che, quando il cronometro medio segna la media delle ore t'_c e t''_c corrispondenti rispettivamente alle osservazioni di egual altezza fatte a Levante ed a Ponente, l'astro si trova non sul meridiano ma sul cerchio PM che divide per metà la variazione totale A_1PA_2, ossia nel punto M della sua traiettoria diurna, ed il tempo vero locale t_v corrispondente alla media aritmetica delle ore, ossia $\frac{t'_c + t''_c}{2}$, non sarà mezzodì vero, ma bensì

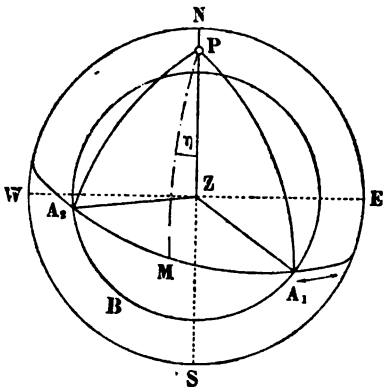



Fig. 167.

$$t_v = 0^h + \eta = \eta, \tag{1}$$

essendo η uguale all'angolo MPZ formato dal meridiano col cerchio orario PM.

La (1) è generale a condizione di attribuire a η il segno positivo se M cade a Ponente del meridiano ed il segno negativo se M cade a Levante.

Il valore di η è dato in grandezza e segno dalla relazione

$$\eta = \frac{P_w - P_e}{2} \tag{2}$$

nella quale

$P_e = ZPA_1 =$ angolo al polo dell'osservazione antimeridiana,
$P_w = ZPA_2 =$ " " " pomeridiana.

---

[1] Il difetto di uniformità del tempo solare vero, specialmente quando si consideri l'intervallo di poche ore, come nel caso attuale, è *assolutamente trascurabile.*

Difatti si ha (fig. 167)

(3) $ZPA_1 = A_1PM - \eta$; (4) $ZPA_2 = A_2PM + \eta$

e poichè per costruzione si ha:

$$PA_1M = PA_2M,$$

se si sottrae la (3) dalla (4) si ottiene

$$ZPA_2 - ZPA_1 = 2\eta\,, \qquad P_w - P_e = 2\eta.$$

All'istante del mezzodì vero locale corrisponderà adunque l'ora cronometrica

$$\frac{t'_c + t''_c}{2} - \eta = \frac{t'_c + t''_c}{2} + \frac{P_e - P_w}{2}.$$

La quantità

$$\frac{P_e - P_w}{2}$$

chiamasi *equazione delle altezze corrispondenti,* od anche *correzione del mezzodì*: è difatti la correzione da applicarsi alla media aritmetica delle ore cronometriche delle osservazioni antimeridiana e pomeridiana per ottenere l'ora cronometrica nell' istante del mezzodì *vero* del luogo ($t_v = 0^h$).

Tale correzione sarà da noi indicata col simbolo e

(5) $$e = \frac{P_e - P_w}{2}$$

(6) Ora cronometrica a mezzodì vero locale $= \dfrac{t'_c + t''_c}{2} + e$ (alg.).

Osservazione. — Con questo metodo il sestante è impiegato unicamente come ***istrumento di confronto***, essendo completamente eliminata la considerazione dei valori assoluti delle altezze, la cui determinazione, a causa della difficoltà di una perfetta rettifica del sestante e di una esatta determinazione dell'errore d'indice, risulta sempre affetta da errori più o meno grandi.

Un osservatore, anche se mediocremente esercitato, potrà, con la osservazione di altezze corrispondenti, determinare il tempo con l'approssimazione di $\pm\, 0^s{,}5$.

§ 172. **Determinazione della correzione di mezzodì.** — Consideriamo (fig. 168) il triangolo di posizione PZA_1 relativo all'osservazione antimeridiana.

Mantenendo inalterati i lati PZ e ZA_1 facciamo variare il terzo lato PA_1 della piccola quantità $\Delta\delta = A_1B$ uguale alla variazione che subisce la declinazione nell'intervallo tra l'osservazione antimeridiana e quella pomeridiana.

Il triangolo PZA_2, che in tal modo si ottiene, è identico al triangolo di posizione del *pomeriggio*. E si ha

$$ZPA_1 = P_e, \qquad ZPA_2 = P_w.$$

Fig. 168.

L'incremento ΔP subìto dall'angolo al polo, ossia la differenza tra P_e e P_w, è determinato in valore assoluto dalla relazione seguente, già dimostrata nel § 36 (relazione 3)

$$\left|\Delta P\right| = \left|\frac{\Delta\delta \operatorname{ctn} A_1}{\cos\delta_1}\right|,$$

ove A_1 e δ_1 sono rispettivamente l'angolo all'astro e la declinazione del triangolo antimeridiano ZPA_1.

Per la discussione che segue conviene considerare, in luogo della variazione $\Delta\delta$, la corrispondente variazione Δp della distanza polare (distanza dal polo elevato); e poichè $|\Delta\delta| = |\Delta p|$, si ha:

$$\left|\Delta P\right| = \left|\frac{\Delta p \operatorname{ctn} A_1}{\cos\delta_1}\right|. \tag{7}$$

Col semplice esame delle figure ognuno può vedere che

1°) se la distanza polare pomeridiana PA_2 è minore di quella antimeridiana PA_1, ossia *se la variazione Δp della distanza polare è negativa*

$$P_w > P_e \qquad \text{quando} \qquad A_1 < 90^\circ$$

(è il caso della fig. 168), e

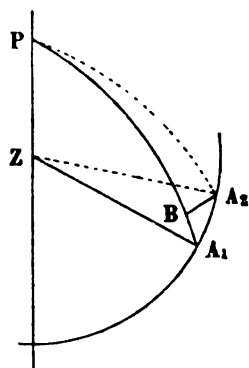
$$P_w < P_e \qquad \text{quando} \qquad A_1 > 90^\circ$$

(è il caso della fig. 169).

2°) *se, invece, la variazione Δp è positiva*

$$P_w < P_e \qquad \text{quando} \qquad A_1 < 90^\circ$$

e

$$P_w > P_e \qquad \text{quando} \qquad A_1 > 90^\circ.$$

Osserviamo che la funzione ctn A_1 è $+$, se $A_1 < 90^0$, è invece $-$, se $A_1 > 90^0$, e che la funzione $\frac{1}{\cos\delta_1}$ è sempre $+$; pertanto le considerazioni fatte ora, e la relazione (7) posta poc'anzi, ci permettono di stabilire che *in grandezza e segno* si ha

$$P_w - P_e = -\frac{\Delta p \operatorname{ctn} A_1}{\cos\delta_1},$$

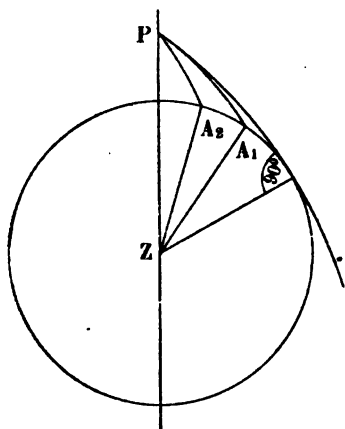
e, per la (5) del precedente paragrafo,

$$(8) \qquad e = \frac{P_e - P_w}{2} = \frac{\Delta p \operatorname{ctn} A_1}{2\cos\delta_1}.$$

Fig. 169.

D'altra parte la relazione 3ª delle III del § 28 applicata al triangolo ZPA_1 dà

$$\operatorname{ctn} A_1 \operatorname{sen} P_e = \tan\varphi \cos\delta_1 - \operatorname{sen}\delta_1 \cos P_e$$

$$\operatorname{ctn} A_1 = \frac{\tan\varphi \cos\delta_1}{\operatorname{sen} P_e} - \frac{\operatorname{sen}\delta_1}{\tan P_e}.$$

Sostituendo questo valore nella (8) si ha

$$(9) \qquad e = \frac{\Delta p}{2}\left(\frac{\tan\varphi}{\operatorname{sen} P_e} - \frac{\tan\delta_1}{\tan P_e}\right).$$

Notiamo che la somma $P_e + P_w$ misura, in tempo solare vero, la durata dell'intervallo fra le osservazioni; d'altra parte la differenza $t''_c - t'_c = I$ fra i tempi cronometrici corrispondenti alle osservazioni medesime ci dà la misura dello stesso intervallo in tempo medio; e poichè si tratta di un intervallo di breve durata si può ritenere che la sua misura in tempo medio sia sensibilmente uguale a quella in tempo vero.

E perciò sarà:

$$P_e + P_w = I = t''_c - t'_c.$$

Ma si ha pure

$$P_w = P_e + 2e$$

e pertanto

$$P_e = \frac{1}{2} I - e.$$

Nelle circostanze pratiche la correzione di mezzodì non supera sensibilmente il valore di 1^m; sarà perciò con sufficiente approssimazione

$$\operatorname{sen} P_e = \operatorname{sen}\frac{1}{2} I, \qquad \tan P_w = \tan\frac{1}{2} I.$$

Inoltre, se δ è il valore della declinazione a mezzodì (locale), si può nella (9) sostituire a $\tan \delta_1$ il valore $\tan \delta$. Pertanto la (9) si trasforma nella seguente

$$e = \frac{\Delta p}{2} \left(\frac{\tan \varphi}{\operatorname{sen} \frac{1}{2} I} - \frac{\tan \delta}{\tan \frac{1}{2} I} \right).$$

Il valore e della correzione di mezzodì calcolato con questa relazione, risulta espresso nella stessa unità di misura con la quale è espresso Δp. Se Δp è misurato in secondi di arco, come si usa, anche e risulta misurato in secondi di arco; volendo invece ottenere e in secondi di tempo, pur esprimendo Δp in secondi d'arco, bisogna dividere per 15 ($1^s = 15''$), e si ha

$$e^s = \frac{\Delta p''}{30} \left(\frac{\tan \varphi}{\operatorname{sen} \frac{1}{2} I} - \frac{\tan \delta}{\tan \frac{1}{2} I} \right).$$

Se supponiamo, come è lecito, che nell'intervallo fra le osservazioni antim. e pomerid. la declinazione varî in modo uniforme, ed indichiamo con dp il valore della variazione oraria nello stesso intervallo, si ha manifestamente

$$\Delta p = dp \times \left(\frac{I}{1^h} \right)$$

dove $\left(\frac{I}{1^h} \right)$ è la misura dell'intervallo I in ore e parti decimali di ora. Avremo infine la relazione atta al calcolo:

$$e^s = \frac{dp''}{30} \left(\frac{I}{1^h} \right) \left(\frac{\tan \varphi}{\operatorname{sen} \frac{1}{2} I} - \frac{\tan \delta}{\tan \frac{1}{2} I} \right). \tag{10}$$

Nel risolvere la (10) si deve seguire la regola generale relativa ai segni degli elementi del triangolo di posizione (§ 29). Ovvero φ deve considerarsi sempre +, e δ sarà + se omonima di φ, — se eteronima. Anche la variazione dp dovrà considerarsi col segno che le spetta: sarà + se il Sole si *allontana* dal polo elevato, — se si *avvicina*. La quantità I è essenzialmente positiva.

Se poniamo

$$A = \left(\frac{I}{1^h}\right) \frac{dp''}{30} \frac{\tan \varphi}{\operatorname{sen} \frac{1}{2} I}, \qquad B = \left(\frac{I}{1^h}\right) \frac{dp''}{30} \frac{\tan \delta}{\tan \frac{1}{2} I}$$

la (10) diventa

$$e^s = A - B \ \text{(alg.)} \tag{11}$$

Il segno del termine A è quello di dp, e, se $\frac{1}{2} I < 6^h$, come accade nella maggior parte dei casi pratici, il segno del termine B è determinato dal prodotto dei segni di dp e $\tan \delta$.

Si ponga adunque molta attenzione ai segni; a mo' di prova si confrontino i risultati del calcolo diretto con quelli che si ottengono applicando la seguente regola di cui ognuno può facilmente rendersi ragione.

Regola per definire i segni dei termini A *e* B *della differenza algebrica* (A — B).

Se I (intervallo fra le osservazioni) è minore di 12^h (ossia nel caso più frequente).

	Latitudine Nord		Latitudine Sud	
	A	B	A	B
Dall'equinozio di primavera al solstizio d'estate, ossia, dal 21 Marzo al 21 Giugno, circa	—	—	+	—
Dal solstizio d'estate all'equinozio di autunno, ossia dal 21 Giugno al 23 Settembre, circa	+	+	—	+
Dall'equinozio d'autunno al solstizio d'inverno, ossia dal 23 Settembre al 22 Dicembre, circa	+	—	—	—
Dal solstizio d'inverno all'equinozio di primavera, ossia dal 22 Dicembre al 21 Marzo, circa	—	+	+	+

Se I è maggiore di 12^h si cambino i segni di B.

§ 173. **Norme pratiche circa le osservazioni ed il calcolo.** — 1°. *Osservazione delle altezze corrispondenti.* — Le considerazioni svolte nei §§ 165 e 166 dimostrano che, per ottenere dei buoni risultati col

metodo delle altezze corrispondenti occorre che, durante le osservazioni, il movimento in altezza dell'astro sia molto sensibile. Le osservazioni saranno perciò fatte negli intervalli di tempo indicati nella tabella del § 167; *si adotteranno in altri termini, circa il tempo di osservazione gli stessi criteri seguiti nell'applicazione del metodo dell'angolo orario.*

Per la scelta del luogo di osservazione si seguiranno le norme esposte nel § 168, assicurandosi che nel luogo scelto, il cielo sia libero da ostacoli tanto per l'osservazione antimeridiana quanto per quella pomeridiana.

Si osserverà una serie di almeno cinque altezze sia nel mattino che nel pomeriggio. Ad ogni modo è conveniente misurare sempre delle serie composte di un numero *impari* di misure.

Per il principio stesso del metodo bisogna che le altezze pomeridiane sieno assolutamente uguali alle antimeridiane.

Pertanto non solo le letture del sestante saranno identiche nelle due sedute, ma le osservazioni dovranno anche essere fatte *in eguali condizioni e con gli stessi errori sistematici*: quindi, anzitutto, medesimo osservatore con lo stesso sestante. Di più nelle osservazioni delle due serie corrispondenti l'osservatore dovrà disporre il tetto dell'orizzonte artificiale in modo da rivolgere sempre la faccia alla stessa falda. A tal uopo una delle due falde del tetto sarà distinta con apposito segno.

Qualora si reputi conveniente usare i vetri colorati in luogo dell'oculare colorato si usino in ambo le sedute gli stessi vetri.

È necessario che le serie sieno composte di altezze equidistanti di 10′ o di 20′, od anche di 30′, secondo la velocità del movimento in altezza e l'abilità dell'osservatore.

Circa il modo di fare la lettura delle ore cronometriche richiamiamo l'attenzione su quanto è detto nell'osservazione 3ª del § 94 (fissare tutta l'attenzione sul quadrante dei secondi). Si consulti la stessa osservazione per stabilire la durata della serie.

Le osservazioni pomeridiane si faranno predisponendo l'alidada del sestante nelle posizioni che corrispondono alle letture fatte al mattino, ricordando che la prima lettura della serie pomeridiana dovrà essere uguale all'ultima della serie antimeridiana, la seconda alla penultima, e così via.

Naturalmente si osserverà *lo stesso lembo* al mattino ed alla sera; all'uopo serviranno le norme del § 79. Pertanto se le osservazioni antimeridiane corrispondono all'istante in cui i due dischi vengono a contatto esteriormente *allontanandosi* (fig. 72 *a*), quelle pomeridiane

devono corrispondere all'istante nel quale i dischi vengono a tangenziarsi esteriormente *avvicinandosi* (fig. 72*b*); od inversamente.

La media aritmetica delle ore cronometriche della serie antimeridiana determinerà il valore di t'_c; quella delle ore della serie pomeridiana determinerà il valore di t''_c.

2°. *Calcolo.* — Le norme per il calcolo riusciranno evidenti dall'esame dell'esempio seguente.

Faremo notare, in particolar modo, che conviene iniziare il calcolo con la determinazione del valore *esatto* del tempo medio del 1° meridiano corrispondente al mezzodì vero del luogo di osservazione, e con la determinazione degli elementi delle Effemeridi.

È inutile un eccesso di precisione nell'interpolazione del valore di δ (declinazione), che, come si disse innanzi, deve essere interpolato per l'ora di Greenwich corrispondente a mezzodì del luogo. Del pari ha scarsa influenza sul risultato un *piccolo* errore della latitudine di osservazione.

È invece necessaria la massima esattezza nella determinazione della variazione oraria dp. A tal uopo si segue la regola che ora esporremo.

Sia T_m il tempo medio del 1° meridiano corrispondente a mezzodì vero locale e (T_m) l'istante tavolare *prossimo* delle Effemeridi. Si leggeranno nelle Effemeridi i valori δ_1 e δ_2 della declinazione relativi agli istanti tavolari $(T_m) - 24^h$ e $(T_m) + 24^h$. Il valore assoluto della loro differenza algebrica $\delta_2 - \delta_1$ è uguale al valore assoluto della variazione della distanza polare nell'intervallo di 48^h, e perciò

$$\left| dp \right| = \left| \frac{\delta_2 - \delta_1}{48} \right|.$$

Nelle Effemeridi abbreviate ad uso dei naviganti le declinazioni sono espresse in gradi, primi e parti decimali di primo e perciò, usandole, si avrà

$| \delta_2 - \delta_1 |$ espresso in primi, e parti decimali $\times \frac{60}{48} = | dp |$, espresso in secondi di arco, ossia

$$\left| \delta_2 - \delta_1 \right|' \times \frac{10}{8} = \left| dp \right|''.$$

Il modo di variare della declinazione serve di guida per stabilire il segno di *dp*. D'altra parte, a priori possiamo stabilire che.

osservandosi nell'emisfero Nord, *dp* è positiva dal 21 Giugno (solstizio d'estate) al 22 Dicembre (solstizio d' inverno); è negativa dal 22 Dicembre al 21 Giugno; nell'emisfero Sud accade il contrario.

Esempio

Il 28 Aprile 1914 a Zanzibar in $\varphi = 6°09'43''$ Sud, $\lambda = 39°11'08''$ Est Greenwich, si sono fatte le seguenti osservazioni di altezze corrispondenti di Sole orizzonte artificiale, lembo inferiore).

Mattino t_c	l	Pomeriggio t_c	l
$5^h34^m58^s,0$	68°40′	$12^h29^m58^s,8$	69°20′
35 19,2	68 50	30 20,4	69 10
35 41,2	69 00	30 42,0	69 00
36 02,4	69 10	31 03,2	68 50
36 24,0	69 20	31 25,2	68 40
t'_c $5^h35^m40^s,96$		t''_c $12^h30^m41^s,92$	

$$\frac{t'_c + t''_c}{2} = 9^h03^m11^s,44.$$

Osservazione. — Quando si osservano serie d'altezze equidistanti fra loro (come, praticamente, è indispensabile fare nella determinazione di cui trattiamo) è necessario calcolare gli intervalli compresi fra le successive osservazioni. Se si ottengono dei valori poco differenti fra loro si ha la prova immediata della bontà della serie (vedi colonne 1 e 6 dell'esempio che segue).

Per determinare il valore di $\frac{t'_c + t''_c}{2}$ allorchè si misurano serie di altezze si può procedere nel seguente modo. Si fa la somma dei secondi di ogni coppia di ore corrispondenti alla stessa altezza, com'è fatto nella 4ª colonna dell'esempio qui sotto riferito: i risultati saranno sensibilmente uguali fra loro. Poscia si fa la somma dei due tempi relativi ad una coppia di osservazioni corrispondenti, ad es. quelle di mezzo, ed ai secondi di questa somma si sostituisce la media aritmetica delle somme dei secondi, ossia dei valori della 4ª colonna. Il risultato diviso per metà dà l'esatto valore dell'ora $\frac{t'_c + t''_c}{2}$.

Così nell'esempio seguente le unità dei secondi del valor medio delle somme contenute nella 4ª colonna è $2^s,88$. Se sostituiamo questo valore in luogo di $3^s,2$ ottenuti facendo la somma dei tempi corrispondenti alla osservazione di mezzo, otteniamo $18^h06^m22^s,88$ che, diviso per due, dà per $\frac{t'_c + t''_c}{2} = 9^h03^m11^s,44$.

1	2	3	4	5	6
Intervalli	Ore cronometriche antimeridiane	l_i	Somma dei secondi	Ore cronometriche pomeridiane	Intervalli
	$5^h34^m58^s,0$	68°40′	13ˢ,2	$12^h31^m25^s,2$	
21ˢ,2					22ˢ,0
	35 19,2	50	12,4	31 03,2	
22,0					21,2
	35 41,2	69 00	13,2	30 42,0	
21,2					21,6
	36 02,4	10	12,8	30 20,4	
21,6					21,6
	36 24,0	20	12,8	29 58,8	

somma 64,4
media 12,88

Tempi delle due osservazioni di mezzo $\begin{cases} 5^h35^m41^s,2 \\ 12\ 30\ 42,0 \end{cases}$

somma $18^h06^m23^s,2$

$t'_c + t''_c$ corretto $18^h06^m22^s,88$

$$\frac{t'_c + t''_c}{2} \quad 9^h03^m11^s,44$$

1°. Tempo medio di Greenwich a mezzodì vero del luogo.

28 Aprile per $T_m = 0^h$, $\varepsilon_v = -\varepsilon_m = -2^m28^s,1$.

t_{mp_s} appr.	24^h-2^m28^s	27 Aprile
	$= 23^h57^m32^s$	27 Aprile
$-\lambda$ appr.	$-$ 2 36 44	
T_m appr.	21 20 48	27 Aprile

27 Aprile, $T_m = 22^h$ ε_v $2^m27^s,3$ (—)
sott. $(0^s,40) \times (0,65)$ $-0,26$

a mezzodì locale ε_v $2^m27^s,04$ (—)

27 Aprile, $T_m = 22^h$ $\delta_\odot$ 13°56′,8 N
sott. $(0',80) \times (0,65)$ $-0,5$

a mezzodì locale $\delta_\odot$ 13°56′,3 N

	$24^h00^m00^s$	27 Aprile
ε_v	$-2\ 27,04$	
t_{mp_s}	$23^h57^m32^s,96$	27 Aprile
$-\lambda$	$-2\ 36\ 44,53$	
T_m	$21^h20^m48^s,43$	27 Aprile

2°. Variazione oraria *dp*.

26 Aprile, $T_m = 22^h$ δ_1 13°37′,6 N
28 » » » δ_2 14 15,6

Var. di δ in 48^h 38′,0

$dp'' = \left(\frac{10}{8} \times 38,0\right)'' = 47'',50\ (+)$: è positiva perchè come risulta dall'esame dei successivi valori della declinazione, scritti a fianco, il Sole si allontana dal polo elevato dell'ossevatore, ossia, la distanza polare aumenta.

3°. Correzione di mezzodì e determinazione della correzione assoluta del cronometro (¹).

t'_c	$5^h35^m40^s,96$	t'_c	$5^h35^m40^s,96$
t''_c	$12\ 30\ 41,92$	t''_c	$12\ 30\ 41,92$
I	$6^h55^m00^s,96$	$\frac{t'_c + t''_c}{2}$	$9^h03^m11^s,44$
$\left(\frac{I}{1^h}\right)$	$6^h,92$		
$\frac{1}{2}$ I	$3^h27^m30^s,48$		

(Massima attenzione ai segni!)

$\left(\frac{I}{1^h}\right)$ $6^h,92$	l	0,84011		l	0,84011
$\frac{1}{2}$ I $3^h27^m30^s$	l cosec	0,10421		l ctn	9,89476
φ 6°09′43″	l tan	9,03331	δ — 13°56′18″	l tan	$9,39475_n$
dp'' + 47″,50	l	1,67669		l	1,67669
		1,65432			$1,80631_n$
	— l 30	— 1,47712			— 1,47712
	l A	0,17720		l B	$0,32919_n$
Confrontare se vi è accordo con la regola dei segni riferita in fine del § 172.	A	$+ 1^s,50$		B	$- 2^s,13_n$
	— B	+ 2,13			
	e	$+ 3^s,63$			

	$\frac{t'_c + t''_c}{2}$	$9^h03^m11^s,44$
	e	$+ 3^s,63$
a mezzodì vero	t_c	$9^h03^m15^s,07$
» » »	T_m	$21\ 20\ 48,43$
	$T_m - t_c = K$	$+ 17^m33^s,36$

§ 174. **Rettificazione della correzione assoluta del cronometro col metodo generale delle rette d'altezza.** — Poniamo di conoscere un valore approssimato della correzione assoluta del cronometro, che indichiamo con K app..

In un luogo di posizione geografica nota (²), misuriamo nelle *circostanze favorevoli* (cioè in vicinanza del 1° verticale) l'altezza (o meglio una *serie* di altezze) di un astro.

Con l'ora cronometrica t_c corrispondente all'istante d'osservazione e col valore approssimato di K determiniamo l'ora di Greenwich. Con l'ottenuto valore di T_m determiniamo l'ora t dell'astro nello zenit d'osservazione, facendo uso naturalmente, della nota longitudine esatta λ. Mediante il solito calcolo delle rette d'altezza determiniamo le coordinate azimutali (alt. ed azimut) dell'astro nello zenit d'osservazione. A tal uopo usiamo l'esatta latitudine φ.

(¹) Per il seguente calcolo logaritmico si potrebbero anche usare logaritmi a *quattro* decimali: l'uso di cinque decimali è da noi fatto per motivo di uniformità cogli altri calcoli nautici.

(²) In terra ed anche eventualmente in mare, in vista di punti terrestri coi quali si possa determinare l'esatta posizione della nave.

Se l'ora T_m adottata nel calcolo fosse precisa, con gli elementi così ottenuti si determinerebbe una retta di altezza *ab* (fig. 170) coincidente a *meno degli errori di osservazione*, col noto zenit Z, in cui si è eseguita la misura dell'altezza. In altri termini sarebbe nulla la differenza

$$h \text{ osservata e corretta} - h \text{ calcolata}.$$

Fig. 170.

Ma l'ora media del 1° meridiano, determinata mediante la relazione

$$T_m \text{ app.} = t_c + K \text{ app.}$$

è soltanto approssimata, ed è precisamente affetta dall'errore

$$\vartheta = T_m \text{ app.} - T_m .$$

È manifesto che la differenza del secondo membro è uguale alla differenza fra la correzione assoluta K app. e quella esatta incognita K; in altri termini ϑ misura anche l'errore della correzione assoluta

$$\vartheta = K \text{ app.} - K .$$

Pertanto con gli elementi ottenuti si determina, invece che una retta passante per Z, un'altra retta *cd* distante da questo punto, e la distanza ZD, nel senso normale alla retta medesima, è misurata dalla differenza

$$h \text{ osservata e corretta} - h \text{ calcolata}.$$

D'altra parte questa distanza misura l'errore della retta dovuto al cronometro; si ha quindi (vedi relazione 1 del § 131), tenendo conto del *solo valore assoluto*, ed esprimendo la differenza fra le altezze in *primi e parti decimali di primo*, l'errore ϑ in *secondi di tempo*:

$$\left| h \text{ osservata e corretta} - h \text{ calcolata} \right| = \left| \frac{\vartheta^s}{4} \cos \varphi \text{ sen } Z \right|,$$

dalla quale

$$(1) \qquad \boxed{\left| \vartheta^s \right| = \left| 4 \, \frac{h \text{ osservata e corretta} - h \text{ calcolata}}{\cos \varphi \text{ sen } Z} \right|}.$$

Determinata la grandezza di ϑ con questa relazione, si rettificherà il noto valore approssimato della correzione assoluta facendo:

$$K = K \text{ app.} \pm \left| \vartheta^s \right| \text{ (alg. !)}.$$

Lasciamo al lettore di dimostrare [1], in base alle considerazioni svolte nel § 131 che, quando il risultato della differenza

h *osservata e corretta* — h *calcolata*, è positivo

$K = K \text{ app.} + \left| \vartheta^s \right|$ se l'osservazione si è fatta a *Levante*
$K = K \text{ app.} - \left| \vartheta^s \right|$ » » » » a *Ponente*;

(1) Si faccia la figura e si consideri il *senso* dello spostamento in longitudine che subiscono i punti della retta d'altezza per effetto di un errore ϑ positivo oppure negativo.

quando invece la differenza:

h *osservata e corretta* — h *calcolata*, è negativa

$K = K$ app. — $| \vartheta^s |$ se l'osservazione si è fatta a *Levante*
$K = K$ app. + $| \vartheta^s |$ » » » » a *Ponente*.

OSSERVAZIONE 1ª. — Benchè possa sembrare inutile non è inopportuno ripetere che per il calcolo degli elementi della retta d'altezza si dovranno assumere per φ e λ i valori *esatti* del luogo d'osservazione.

Parimente il calcolo logaritmico dovrà essere condotto con la massima precisione facendo tutte le interpolazioni.

Il calcolo di $| \vartheta^s |$ con la formula (1) si potrà fare mediante i valori naturali, o, meglio ancora, coi logaritmi.

OSSERVAZIONE 2ª. — Per eliminare l'influenza degli errori sistematici commessi nella misura delle altezze si fanno, come col metodo degli angoli orari (§ 170), due calcoli osservando altezze a Ponente ed a Levante del meridiano in azimut simmetrici rispetto al meridiano stesso. Dei due risultati si fa la media aritmetica [1].

OSSERVAZIONE 3ª. — A nostro giudizio il metodo descritto in questo paragrafo trova la sua più logica applicazione nella particolare circostanza in cui la nave, dopo una lunga navigazione compiuta senza potere in verun modo rettificare la correzione assoluta del cronometro, passa in vista di una terra conosciuta. La posizione esatta della nave sarà determinata con osservazione di oggetti terrestri noti (rilevamenti, distanze, angoli orizzontali, ecc.). Se in tali condizioni si presenta la possibilità di fare una buona osservazione d'altezza di astro prossimo al 1° verticale, si potrà ottenere col metodo considerato un'utilissima rettifica della correzione assoluta del cronometro, raggiungendosi anche il vantaggio di applicare lo stesso tipo di calcolo seguito nelle ordinarie determinazioni di posizione.

La grandezza di ϑ *in misura di arco* potrà anche ottenersi direttamente tracciando sulla carta la retta d'altezza come nella fig. 170 e misurando la lunghezza del segmento ZM (fig. 170) *sulla scala di longitudine*.

---

[1] Questo metodo è consigliato dall'ALESSIO (Appendice allo studio *Sulla teoria e la pratica della Nuova Navigazione*, annesso al fascicolo di Marzo 1909 della « Rivista Marittima », pagg. 44-45-46. Ivi l'A. considera anche il caso dell'osservazione di due altezze (dello stesso astro o di due astri differenti), una a Levante e l'altra a Ponente del meridiano. Facendo il grafico, come nella fig. 170, e considerando la *bisettrice* delle rette d'altezza ottenute usando il K app., si trova facilmente che le formule diventano:

$$\vartheta = K \text{ app.} - K \quad (\text{alg.}!)$$

dove ϑ, misurato in secondi di tempo, è dato in *grandezza e segno* dalla relazione

$$\vartheta = 4 \sec \varphi \frac{(h_1 - h_2) - (h_{c_1} - h_{c_2})}{\operatorname{sen} Z_1 + \operatorname{sen} Z_2}.$$

In questa formula sono assegnati l'indice 1 alle quantità relative all'astro osservato a Levante del meridiano, e l'indice 2 alle quantità relative all'astro osservato a Ponente del meridiano, e i simboli h ed h_c indicano rispettivamente l'altezza osservata e corretta e l'altezza calcolata. Inoltre le differenze fra le altezze sono misurate in primi di arco.

Esempio. — Siasi ottenuto con osservazione a Ponente

h osservata e corretta	34°03'18"
h calcolata.	33 58 29

h oss. e corr. — h calc. + 4'49" = + 4',82;

inoltre si abbia

$$Z = 89°50'45"; \qquad \varphi = 43°31'47"$$

$$K \text{ app.} = + 8^m 12^s,50$$

4 × 4',82 = 19',28		l	1,28511
Z	89°50'45"	l cosec	0,00000
φ	43°31'47"	l sec	0,13965
| ϑ^s |	26^s,59	l	1,42476

La differenza delle h è positiva, e l'osservazione è fatta a Ponente; perciò si ha

$$K = K \text{ app.} - | \vartheta^s |.$$

$$K = + 8^m 12^s,50 - 26^s,59 = + 7^m 45^s,91$$

§ 175. **Determinazione della correzione diurna.** — Noti due valori K' e K" della correzione assoluta determinati rispettivamente all'inizio ed al termine di un intervallo n (espresso in giorni e parti decimali di giorno) si otterrà il valore della correzione diurna k con la relazione già nota (§ 100):

$$\frac{K'' - K'}{n} = k \quad \text{(alg.)}$$

La correzione diurna, così ottenuta, *corrisponde alla temperatura media dell'intervallo n*, a condizione che la temperatura effettiva nello stesso intervallo abbia variato di poco intorno a detto valore medio. Questa condizione è sempre soddisfatta quando l'armadio dei cronometri è ben situato, e costruito secondo le buone norme.

Abbiamo già detto (§ 100) che per una buona determinazione di correzione diurna è necessario dare all'intervallo n una durata da 5 a 10 giorni e in ogni caso non minore di 5 giorni. A questa norma ne aggiungiamo un'altra assai importante.

Ogni qualvolta si voglia determinare la variazione di un elemento qualsiasi ottenuto misurando due grandezze successive dell'elemento stesso, è necessario che le misure sieno fatte con ugual precisione e, di conseguenza, con ugual metodo ed in eguali condizioni. È questo un principio *fondamentale* di tutte le scienze applicate.

Applicando questo principio al nostro caso particolare diremo che i due valori della correzione assoluta K' e K", i quali servono

alla determinazione della correzione diurna, *devono essere calcolati coi medesimi procedimenti di osservazione e di calcolo, ed in condizioni per quanto è possibile eguali.* Soltanto in tal caso tutti gli errori sistematici di cui sono affetti rispettivamente K′ e K″ risultano uguali fra loro in grandezza e segno e quindi non influiscono nella differenza K″ — K′.

È necessario, pertanto, che le osservazioni sieno fatte nelle stesse condizioni di tempo (meteorologico) e di luogo, che l'osservatore e il sestante non sieno mutati, che ambedue le correzioni sieno determinate con lo stesso numero di misure, osservando il medesimo astro, con identico movimento in altezza ecc. ecc. Così, ad esempio, se K′ fu determinata col metodo dell'angolo orario mediante altezze di lembo inferiore di Sole osservate al mattino, la seguente K″ dovrà pure esser determinata con lo stesso metodo osservando al mattino, delle altezze di lembo inferiore, nelle medesime condizioni di azimut ecc....

Lo stesso principio si deve applicare quando la correzione diurna si determina mediante segnali orari, cioè le due correzioni K′ e K″ devono essere ottenute mediante lo stesso segnale orario, e si eviterà di determinare un valore della correzione diurna confrontando una correzione assoluta conclusa osservando un segnale con un'altra ottenuta per mezzo di osservazioni astronomiche.

È tuttavia doveroso aggiungere che non sempre è possibile soddisfare a queste condizioni di esattezza perchè sovente il navigante è obbligato a fare ciò che può e non ciò che vuole. In questi casi di forza maggiore non si rinuncierà alla determinazione della correzione diurna; si terrà solo presente che essa è meno precisa, e che pertanto dovrà essere usata con prudente criterio e soltanto (in mancanza di meglio) per le immediate necessità della navigazione.

CAPITOLO XVIII

La determinazione degli azimut
Metodi per l'orientamento con l'osservazione di astri [1]

§ 176. **Generalità.** — Sono ben conosciuti i principî sui quali si fonda l'uso della *bussola marina* per la determinazione dell'*orientamento* della prora ed in generale per la determinazione delle direzioni azimutali uscenti dalla nave.

Il piano verticale che passa per l'asse magnetico dell'ago calamitato determina il cosidetto *meridiano deviato*, ed a questo il navigante si riferisce per determinare gli azimut degli oggetti circostanti ed in particolare la direzione della prora.

Se l'ago calamitato subisse solamente l'azione del magnetismo terrestre, il meridiano deviato coinciderebbe col *meridiano magnetico*, il quale forma col *meridiano astronomico o vero* un angolo ben definito detto *declinazione magnetica*, variabile con la *posizione geografica* e col *tempo*, e noto al navigante per mezzo dei documenti nautici (carte, portolani, ecc. ecc.).

[Per convenzione la declinazione magnetica è misurata dall'angolo che la direzione boreale del meridiano *magnetico* forma con la direzione boreale del meridiano *vero*, e si conta a partire dal Nord vero positivamente verso Est e negativamente verso Ovest. Ne segue che la relazione geometrica fra l'azimut di un oggetto riferito al meridiano astronomico o vero (detto *azimut vero*) e l'azimut del medesimo oggetto riferito al meridiano magnetico (detto *azimut magnetico*) viene espressa dalla formula generale

azimut vero = *azimut magnetico* + *declinazione magn.*] (alg.).

---

[1] Una bella e completa trattazione di questo argomento si trova nell'opera *La Determinazione degli Azimut* di P. Pizzetti. (Ed. Loescher, Torino, 1886). Benchè ivi l'argomento sia svolto con particolare considerazione dei mezzi geodetici e topografici, tuttavia può facilmente essere adatto ai mezzi della Nautica.

Ma, l'azione magnetica delle masse di ferro che entrano nella costruzione e nell'armamento della nave, deviano l'ago della bussola dal meridiano magnetico di un angolo il cui valore, per una data nave e per un determinato assetto di essa, varia con l'*orientamento* della nave medesima, con la *posizione geografica* ed in certo modo col *tempo*. Quest'angolo si chiama *deviazione*.

[Per convenzione la *deviazione* è misurata dall'angolo che la direzione boreale del meridiano *deviato* forma con la direzione boreale del meridiano *magnetico*, e si conta a partire dal Nord magnetico positivamente verso Est e negativamente verso Ovest. Perciò la relazione geometrica fra l'azimut magnetico di un oggetto e l'azimut dello stesso oggetto riferito al meridiano deviato (detto *azimut deviato*), viene espressa dalla formula generale

azimut magnetico = *azimut deviato* + *deviazione*] (alg.).

Per seguire, mediante la bussola, una *rotta* segnata sulla carta nautica, ossia per passare dalla rotta *vera* a quella deviata, od inversamente, per tracciare sulla carta la direzione della nave sulla superficie terrestre, cioè per passare dalla *rotta deviata* a quella *vera*; od ancora per riferire al meridiano vero gli azimut o rilevamenti osservati con la bussola, bisogna conoscere l'angolo che il meridiano deviato forma col meridiano astronomico o vero. Il valore di quest'angolo, detto *variazione*, è manifestamente uguale alla somma algebrica della declinazione magnetica e della deviazione, ossia

(1) *variazione* = *declinazione magnetica* + *deviazione* (alg.).

Come naturale conseguenza delle convenzioni stabilite circa il segno della declinazione magnetica e della deviazione, la variazione è positiva allorquando il Nord di bussola cade ad Est del Nord vero; è negativa se cade ad Ovest. E la relazione geometrica fra l'azimut deviato e l'azimut vero del medesimo oggetto, viene espressa dalla formula

(2) *azimut vero* = *azimut deviato* + *variazione* (alg.)

od anche

(2^{bis}) $\boxed{\textit{variazione} = \textit{azimut vero} - \textit{azimut deviato}}$ (alg.).

Riassumendo diremo che la *variazione* è una quantità che dipende *dall'orientamento* della nave, dalla *posizione geografica* e dal *tempo* e che

risulta determinata dal confronto dell'azimut vero con l'azimut deviato del medesimo oggetto.

In questo capitolo noi ci proponiamo di esporre i metodi per tale determinazione considerando particolarmente l'osservazione dei corpi celesti. Essa richiede due operazioni distinte:

1°) misura diretta dell'azimut deviato di un astro;

2°) determinazione diretta dell'azimut astronomico (o vero) del medesimo astro nell'istante di osservazione.

Noi ci occuperemo soltanto della 2ª operazione, poichè della 1ª tratta particolarmente la nautica elementare e noi supponiamo che il lettore ne sia edotto. Ci basti ricordare che la *circostanza favorevole per eseguire la misura dell'azimut di un oggetto qualsiasi, si verifica quando l'oggetto medesimo è sull'orizzonte.*

Difatti è sempre da temersi un difetto di verticalità sul piano di mira del cerchio azimutale, col quale si fa la misura, e si dimostra [1] che l'influenza di tale difetto sulla misura dell'azimut è tanto minore quanto più l'astro è basso, e cresce col crescere dell'altezza angolare di questo sull'orizzonte. Di qui la regola comune, ben nota ai naviganti, la quale prescrive che *per la misura degli azimut si debbano scegliere oggetti (astri) che non abbiano altezze superiori a 30°.*

§ 177. Determinazione normale dell'azimut vero di un astro per il calcolo della variazione (azimut in funzione dell'ora). — Si suppongono note le coordinate geografiche (φ e λ) dello zenit di os-

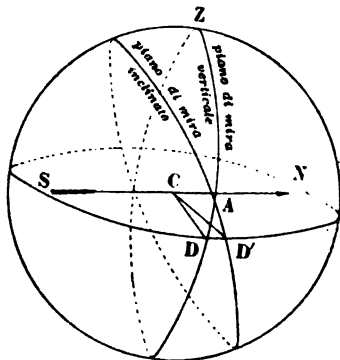
---

[1] Il *cerchio azimutale*, che fa parte della bussola, si mantiene automaticamente orizzontale per mezzo della sospensione cardanica. Tuttavia, a causa della estrema mobilità della nave e della bussola è facile che durante la misura del rilevamento l'istrumento si trovi inclinato.

Rappresenti CND (figura a fianco) la rosa della bussola, che supponiamo coincidente con l'orizzonte.

Consideriamo la sfera rappresentativa che ha il centro in C.

Se il piano di mira condotto a passare per l'oggetto A, che si vuole rilevare, non è verticale, la sua traccia CD′ sulla rosa determina la lettura D′ la quale è diversa dalla lettera D corrispondente alla traccia CD del piano verticale ZAD nel quale è situato A. La prima determina la misura errata, la seconda la misura esatta dell'azimut (deviato) di A. A parità di inclinazione del piano di mira, l'errore DD′ cresce con l'altezza angolare di A sull'orizzonte.

Diremo pertanto che un difetto di verticalità nel piano di mira, dovuto ad imperfetto funzionamento della cardanica o ad irregolare maneggio dell'istrumento (pressione della mano sugli orli del mortaio), produce sulla misura del rilevamento un errore che, a parità di altre condizioni, diminuisce, col diminuire dell'altezza dell'oggetto osservato. Di qui la regola: Per la misura dei rilevamenti è necessario scegliere oggetti poco alti sull'orizzonte. Per fissare le idee si suole stabilire il limite 30°.

servazione e l'ora T_m (ottenuta mediante il cronometro) corrispondente all'istante in cui si è osservato l'azimut deviato.

Con questi dati si possono determinare le coordinate orarie

$$t \quad e \quad \delta$$

dell'astro nello *zenit di osservazione*. (Per la determinazione di t vedi §§ 62 e 63; per quella di δ vedi Cap. V).

Mediante la nota trasformazione delle coördinate orarie in coordinate azimutali (§ 30 e seg.) si determina il cercato valore dell'azimut a. Le formule di trasformazione sono le seguenti:

$$(1) \qquad \boxed{\operatorname{tg} M = \operatorname{tg} p \cos P; \qquad \operatorname{tg} Z = \frac{\operatorname{sen} M \tan P}{\cos(\varphi + M)}}.$$

(Per passare da Z ad a vedi § 21).

È ovvio osservare che tutta la determinazione si svolge *in modo identico* a quello usato per il calcolo dell'azimut di una retta d'altezza. Perciò ogni ulteriore spiegazione sull'applicazione del mètodo è inutile.

Vediamo ora quale influenza abbiano sul valore dell'azimut, così determinato, gli errori di cui sono eventualmente affetti gli elementi

$$t \quad \delta \quad \varphi.$$

Un errore dell'ora corrispondente all'istante di osservazione, produce un errore di uguale grandezza nell'angolo P che figura nelle formule (1). E noi sappiamo (§ 31) che

$$\left| \Delta Z \right| = \left| \Delta P \frac{\cos\delta \cos A}{\cos h} \right|$$

ed essendo necessariamente $\cos\delta$ e $\cos A \leq 1$,

$$\left| \Delta Z \right| \leq \left| \frac{\Delta P}{\cos h} \right|.$$

Per $h \leq 30^0$, $\sec h \leq 1{,}155$, e

$$\left| \Delta Z \right| \lesseqgtr \left| \Delta P \,.\, 1{,}155 \right|.$$

Poichè il fattore 1,155 è molto vicino all'unità, possiamo concludere che per altezze minori di 30^0 l'errore ΔZ è, nelle più sfavorevoli circostanze, uguale all'errore di cui è affetta l'ora usata nel calcolo. (Ad es. se $|\Delta P| = 1^m$, essendo $1^m = 15'$, $|\Delta Z| \leq 15'$). Donde

si vede che, tenuto conto dello scopo a cui mira la determinazione dell'azimut nei problemi di nautica, non è affatto necessario che l'ora sia conosciuta con soverchia esattezza [1].

Le coordinate geografiche del luogo di osservazione assunte per il calcolo di azimut sono generalmente quelle *stimate* e pertanto l'azimut concluso è quello relativo allo *zenit stimato*.

È perciò di grande importanza apprezzare la differenza che praticamente può esistere fra questo valore e quello relativo al *vero* zenit di osservazione. Consideriamo la sfera rappresentativa ed i punti Z e Z_s che in essa rappresentano lo zenit effettivo e quello stimato. Costruendo i rispettivi triangoli di posizione si vede che dei tre elementi (declinazione, angolo al polo e latitudine) che, nel metodo considerato, servono alla determinazione dell'azimut, risultano alterati, per causa degli errori della stima, l'angolo al polo e la latitudine il primo di $|\Delta P| = |\Delta\lambda| = |$ errore della longitudine $|$, e la seconda di $|\Delta\varphi| = |$ errore della latitudine $|$. Il conseguente errore $|\Delta Z|$ dell'angolo azimutale si può pertanto apprezzare applicando la relazione (10) del § 31, la quale, ponendovi $\Delta\delta =$ zero, e $|\Delta P| = |\Delta\lambda|$, diventa

$$\left|\Delta Z\right| \max < \left|\frac{\Delta\lambda}{\cos h}\right| + \left|\Delta\varphi \tan h\right|.$$

Per $h = 30^0$ si ha:

$$|\Delta Z| \max < |\Delta\lambda\ 1{,}155| + |\Delta\varphi\ 0{,}557|.$$

Per esempio supponendo che tanto la longitudine quanto la latitudine sieno errate di $\pm {}^1/_2$ grado, si ha

$$|\Delta Z| \max < (0^0{,}5 \times 1{,}155) + (0^0{,}5 \times 0{,}557)$$

ovvero

$$|\Delta Z| \max < 0^0{,}866.$$

Ponendo mente alla grandezza che normalmente possono avere gli errori $\Delta\lambda$ e $\Delta\varphi$ (il valore $0^0{,}5$ è certamente molto raro), ed al grado di precisione richiesto per la determinazione della variazione di bussola (un errore di $\pm {}^1/_2$ grado non può arrecare gravi inconvenienti), si vede che i risultati del metodo sono sempre buoni purchè l'altezza dell'astro non superi 30^0.

---

[1] Ciò vuol dire che l'angolo orario t dell'astro nel meridiano di osservazione, si può determinare anche per mezzo dell'ora conservata da un comune orologio tascabile, purchè sia noto con sufficiente esattezza il meridiano di riferimento dell'ora medesima. In altri termini non è affatto necessaria l'*esattezza cronometrica* richiesta per i calcoli di posizione.

Si giunge alla medesima conclusione se si considera l'errore ΔZ dovuto ad un errore $\Delta\delta$ nella declinazione usata per fare il calcolo. Difatti (formula 5 del § 31)

$$\left| \Delta Z \right| = \left| \Delta\delta \frac{\operatorname{sen} A}{\cos h} \right|$$

e da questa relazione si vede che, a parità di altre condizioni, $| \Delta Z |$ è tanto minore quanto più piccola è l'altezza. Ma conviene osservare che l'errore della declinazione è sempre molto piccolo, e pertanto la sua influenza sul risultato sarà sempre insensibile. Tuttavia da queste considerazioni possiamo trarre un'importante conseguenza; che cioè, tenendo conto dell'approssimazione richiesta, non sarà necessario porre soverchia precisione nella determinazione di δ. Difatti per $h \leq 30^0$, essendo $\frac{1}{\cos h} \leq 1{,}155$ ed avendosi necessariamente

$$| \operatorname{sen} A | \leq 1, \qquad | \Delta Z | \leq | \Delta\delta \; 1{,}155 | .$$

Perciò un errore di qualche primo in δ ha sul risultato un'influenza trascurabile.

Diremo in conclusione che tenendo conto di ogni causa di errore, il *metodo dà sempre buoni risultati in qualsiasi latitudine ed in qualsiasi istante purchè l'altezza sia piccola* ($< 30^0$).

È interessante osservare che tale circostanza favorevole alla determinazione dell'azimut vero coincide con quella richiesta per fare una buona misura di azimut deviato (vedi fine del § precedente) (1).

OSSERVAZIONE. — Un caso particolare e molto semplice di determinazione di azimut è offerto all'osservatore situato nell'Emisfero Nord dalla Stella Polare (α Ursae Minoris). La distanza di questo astro dal polo Nord è piccolissima (poco superiore ad 1^0) e perciò (eccettuati i luoghi di latitudine molto elevata), durante l'intera rivoluzione diurna dell'astro l'azimut di questo varia

---

(1) Quando sia nota con esattezza la posizione geografica della nave (come accade, ad esempio, quando si è in vista di terra conosciuta) l'unico errore temibile è quello dell'angolo orario t, dipendente dall'inesatta conoscenza della correzione assoluta del cronometro (o dell'orologio) le cui indicazioni servono a determinare tale elemento.

La formula differenziale $\left| \Delta Z \right| = \left| \frac{\Delta P \cos\delta \cos A}{\cos h} \right|$ dimostra che un piccolo errore dell'angolo orario non ha influenza nell'azimut determinato quando $A = 90^0$ (astro alla massima digressione). Ecco una circostanza di cui si dovrebbe tener conto quando si volesse fare una determinazione di azimut di particolare precisione. Ove non fosse possibile scegliere un astro pel quale fossero conciliate le due condizioni, cioè massima digressione e piccola altezza (condizione quest'ultima particolarmente necessaria per una misura di azimut con la bussola o con altro istrumento azimutale), si dovrebbe osservare un astro basso nel primo verticale ($Z = 90^0$). Sappiamo difatti, dall'analogia dei seni, $\cos\delta \operatorname{sen} A = \cos\varphi \operatorname{sen} Z$, che per un dato astro e per un dato luogo di osservazione $| \operatorname{sen} A |$ e $| \operatorname{sen} Z |$ variano nel medesimo senso e quindi il coefficiente $| \cos A |$, che figura nella formula differenziale, è minimo quando sen Z è massimo, ossia allorchè l'astro è nel 1^0 verticale.

in piccola misura e sempre con grande lentezza. Sarà facile convincersi di queste affermazioni col semplice esame della fig. 171. Inoltre le variazioni che subisce l'azimut col variare della latitudine di osservazione sono molto lente. È

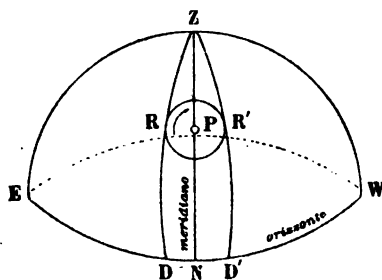



Fig. 171.

quindi possibile costruire una tavola molto semplice e breve, la quale dia in funzione di φ e t il richiesto azimut.

Diamo un esempio della tavola di cui si tratta. (È desunta da una delle tavole ausiliarie del *Nautical Almanac*) (¹).

Angolo azimutale della Polare (Z)

Latitudine	Angolo Orario della Polare (astro ad Ovest)						
	0^h 12	1^h 11	2^h 10	3^h 9	4^h 8	5^h 7	6^h 6
10°	0°,0	0°,3	0°,5	0°,7	0°,9	1°,0	1°,0
30	0 ,0	0 ,3	0 ,6	0 ,8	1 ,0	1 ,1	1 ,2
40	0 ,0	0 ,3	0 ,7	0 ,9	1 ,1	1 ,3	1 ,3
50	0 ,0	0 ,4	0 ,8	1 ,1	1 ,3	1 ,5	1 ,6
60	0 ,0	0 ,5	1 ,0	1 ,4	1 ,7	1 ,9	2 ,0
	12^h 24	13^h 23	14^h 22	15^h 21	16^h 20	17^h 19	18^h 18
	Angolo Orario della Polare (astro ad Est)						

(Per passare da Z ad a vedi § 21).

N. B. — Nelle latitudini superiori a 30° in cui l'altezza della Polare è, per naturale conseguenza, $> 30°$, l'impiego della Polare per la determinazione della variazione di bussola dà risultati mediocri, poichè un difetto di orizzontalità della bussola può cagionare un notevole errore nella misura dell'azimut deviato.

(¹) In alcune raccolte, ad es., nelle Eff. It. v'è una tavola simile ove l'argomento t_* *angolo orario* (*della Polare*) è sostituito dal *tempo sidereo locale* (t_s), ossia, dall'angolo orario del punto vernale, il quale differisce da t_* della quantità a_* (ascensione retta della Polare): ($t_s = t_* + a_*$).

Esempio. — L'11 Ottobre 1913, verso le 5 ½ pomeridiane, data civile, tempo di bordo regolato sul meridiano 1^h Est *prora deviata* della nave 324° si osserva l'azimut deviato del Sole

$$a_d = 262°.$$

Coordinate stimate della nave $\varphi = 41°25'$ Nord; $\lambda = 12°33'$ Est Greenwich.
Ora d'osservazione $t_0 = 5^h29^m18^s$, $t_c - t_0 = -48^m52^s$; $K = -11^m52^s$.
Determinare la variazione della bussola per la prora considerata, e quindi la *prora vera* della nave.

t_0	$5^h29^m18^s$	
$t_c - t_0$	$-48\ 52$	
t_c	$4\ 40\ 26$	
K	$-11\ 52$	
T_m	$4\ 28\ 34$	(11 Ott.)
ε_m	$+13\ 09,1$	
T_v	$4\ 41\ 43,1$	
$+\lambda$	$+50\ 12$	
t_v	$5^h31^m55^s,1$ = P (astro a W)	

ε_m	$13^m06^s,2$ (+)
add.	2,9
ε_m	$13^m08,1$ (+)
δ_0	6°53',9 S
add.	4,2
δ_0	6°58',1 S
p	96°58',1

a	260°08',5
a_d	272°
V	−11°51',5 (W)

p	96°58'	tan 0,91295$_n$	
P	$5^h31^m55^s$	cos 9,08718	tan 0,90955
M	134°59',5	tan 0,00013$_n$	sen 9,84955
φ	41°25'	38	pp 1
$\varphi + M$	176°24',5	0,5 × 1	sec 0,00086$_n$
Z	99°51',5		tan 0,75983$_n$
$a = N$	99°51',5	W = 260°08',5	

Prora deviata	324°
+V	−11,9
Prora vera	312°,1

N. B. — Nella pratica, il calcolo potrà farsi con minore precisione, essendo sempre sufficiente determinare a con l'approssimazione del decimo di grado. Sarà quindi inutile interpolare ε_m e δ. *Si assumerà per essi il valore corrispondente all'ora tavolare delle Effemeridi prossima a* T_m [1].

§ 178. Determinazione dell'azimut vero di un astro mediante la misura dell'altezza.

— Si misuri col sestante l'altezza di un astro qualsiasi. La conoscenza approssimata dell'ora del 1° meridiano simultanea all'osservazione di altezza, è necessaria solo quando si osservi un astro errante la cui declinazione (della quale si fa uso nel successivo calcolo) varia sensibilmente col tempo. D'altra parte, a

(1) Il valore massimo della *variazione oraria* della declinazione del Sole è circa un primo, e la *variazione oraria* massima dell'equazione del tempo è $1^s,25$ (ultima decade di Dicembre). È pertanto pienamente giustificato assumere per δ ed ε il valore corrispondente ad un istante *prossimo* a quello di osservazione.

causa della relativa lentezza di tale variazione (eccettuata la Luna e del grado di approssimazione richiesto nel calcolo di azimut in mare, anche una grossolana conoscenza dell'ora del 1° meridiano, quale ci può essere data (con opportuna correzione per la longitudine) dagli ordinarî orologi, è sufficiente per la ricerca del richiesto valore di δ.

Si tratta adunque di determinare l'azimut di un astro in uno zenit di nota latitudine, essendo date la declinazione e l'altezza dell'astro nello zenit medesimo. Il problema fu risolto nel § 37. Le condizioni nelle quali si può svolgere tale determinazione richiedono, ove si voglia usare un tipo costante di calcolo, l'impiego della formula che dà $\frac{1}{2} z$ per tangente: è così evitato ogni caso critico.

$$\boxed{\tan \frac{1}{2} z = \sqrt{\text{sen}(s - \varphi) \,\text{sen}(s - h) \sec s \,\sec(s - p)}}$$

dove

$$s = \frac{1}{2}(h + \varphi + p);$$

(vale la solita regola dei segni del § 29).

Ricordiamo (vedi § 38) che le relazioni le quali legano gli errori Δh, $\Delta\delta$, $\Delta\varphi$, commessi nella determinazione degli elementi h, δ, φ, coi corrispondenti errori ΔZ risultanti nell'azimut, sono

$$(1) \quad \left|\Delta Z\right| = \left|\frac{\Delta h \text{ ctn A}}{\cos h}\right|, \quad \text{oppure}, \quad (1^{\text{bis}}) \quad \left|\Delta Z\right| = \left|\frac{\Delta h \cos \text{A}}{\cos\varphi \text{ sen P}}\right|;$$

$$(2) \quad \left|\Delta Z\right| = \left|\frac{\Delta\delta}{\cos\varphi \text{ sen P}}\right|$$

$$(3) \quad \left|\Delta Z\right| = \left|\frac{\Delta\varphi \text{ ctn P}}{\cos\varphi}\right|.$$

La (1), la (2) e la (3) dimostrano che si deve assolutamente escludere l'osservazione di astri nel meridiano. Difatti in tale posizione $P = 0^h$, oppure, 12^h, e, $A = 0°$, oppure, $180°$, e pertanto i coefficienti ctn A, $\frac{1}{\text{sen P}}$, ctn P, hanno valore infinito. Questi coefficienti sono invece minimi per $A = 90°$ e $P = 6^h$. E notiamo particolarmente che per $A = 90°$ (astro alla massima digressione (§ 24), l'errore ΔZ risultante da Δh è nullo, e che per $P = 6^h$ (astro nel primo orario, § 19) l'errore ΔZ dipendente da $\Delta\varphi$ è parimenti nullo.

Per la determinazione dell'azimut con la misura dell'altezza, è adunque circostanza particolarmente favorevole quella in cui si verificano assieme le due condizioni

$P = 6^h$, ossia astro nel primo orario
$A = 90^0$, „ „ alla massima digressione.

Si aggiunga tuttavia che, non essendo la determinazione dell'azimut vero fine a sè stessa, ma solo un mezzo per ottenere la *variazione della bussola* mediante il confronto di esso con l'*azimut deviato*, è pure necessario che con la circostanza predetta sia verificata la condizione che rende più precisa la misura dell'azimut deviato; ossia altezza nulla, od almeno piccola ($< 30^0$).

Le circostanze $P = 6^h$, $A = 90^0$, $h = 0$ possono coesistere solo quando l'osservatore è sull'equatore; in $\varphi = 0^0$, per ogni astro, nell'istante del sorgere e tramonto vero tanto l'angolo al polo, quanto l'angolo all'astro sono retti [1].

Nelle altre latitudini pur dovendosi perentoriamente soddisfare la condizione di osservare un astro poco elevato sull'orizzonte ($h < 30^0$) si dovrà cercare di avvicinarsi per quanto è possibile alle condizioni $A = 90^0$, e, $P = 6^h$, dando, eventualmente, secondo le particolari circostanze di osservazione, la preferenza all'una condizione piuttosto che all'altra.

Se, ad esempio, sia da temersi un errore sulla latitudine, conviene osservare un astro nel 1^0 orario, perchè allora l'errore ΔZ risultante da $\Delta\varphi$ è nullo; se invece sia da temersi un errore nell'altezza, per annullarne gli effetti, conviene osservare alla massima digressione. Bisogna notare che le condizioni nelle quali si svolgono le determinazioni di azimut durante la navigazione giustificano generalmente l'ipotesi che l'errore prevalente sia quello di latitudine. Difatti a meno che la determinazione di azimut segua immediatamente quella del punto nave, la latitudine usata nel calcolo sarà più o meno affetta dagli errori della *stima*. La misura dell'altezza potrà invece farsi con notevole precisione; basterà che l'astro osservato sia elevato di pochi gradi al di sopra dell'orizzonte perchè

---

[1] Difatti se nella 3ª delle III del § 29

$$\text{ctn } A \text{ sen } P = \tan\varphi \cos\delta - \text{sen } \delta \cos P$$

poniamo $A = P = 90^0$, otteniamo

$$\tan\varphi \cos\delta = \text{zero}.$$

Perchè ciò accada, esclusa la soluzione $\delta = 90^0$, deve essere $\varphi = 0^0$.

le anomalie di rifrazione siano piccole e perciò possa presumersi — escluso il caso eccezionale di depressione anormale — di ridurre l'errore di misura a grandezza trascurabile.

Diremo adunque che nelle circostanze ordinarie della navigazione le condizioni favorevoli per la determinazione di azimut con la misura dell'altezza si verificano quando si osserva un astro poco elevato nel 1° orario, ossia 6ʰ prima o 6ʰ dopo il suo passaggio nel meridiano.

Non è assolutamente pratico nè sempre si può attendere che sia soddisfatta tale condizione. Tenuto conto dell'approssimazione richiesta nelle applicazioni della nautica, diremo che l'osservazione di altezza dovrà farsi ad una distanza dal transito superiore od inferiore in meridiano *non minore di 3ʰ*; in altri termini dovrà essere $9^h > P > 3^h$. In tali condizioni valutiamo l'errore massimo risultante nell'azimut per causa degli errori Δh, $\Delta\delta$ e $\Delta\varphi$.

Sommiamo i tre errori elementari dati dalle (1) (2) (3) ed osserviamo che nella 2ª delle 1 è cos $A \leqslant 1$: pertanto si ha

$$\left|\Delta Z\right| \max \leqslant \left|\frac{\Delta h}{\cos\varphi \operatorname{sen} P}\right| + \left|\frac{\Delta\delta}{\cos\varphi \operatorname{sen} P}\right| + \left|\frac{\Delta\varphi \operatorname{ctn} P}{\cos\varphi}\right|$$

e per $9^h > P > 3^h$,

$$\left|\Delta Z\right| \max \leqslant \left|1{,}41 \frac{\Delta h}{\cos\varphi}\right| + \left|1{,}41 \frac{\Delta\delta}{\cos\varphi}\right| + \left|\frac{\Delta\varphi}{\cos\varphi}\right|. \tag{4}$$

La presenza del coefficiente $\frac{1}{\cos\varphi}$ nelle formule differenziali (1) (2) e (3) dimostra palesemente che il metodo cade in difetto nelle alte latitudini; è invece condizione favorevole una latitudine bassa, come d'altra parte implicitamente risulta dalle considerazioni svolte nell'inizio di questa discussione.

Se poniamo il limite $\varphi \leqslant 55^0$, sostituendo nella (4) otteniamo

$$|\Delta Z| \max \leqslant |2{,}45\ \Delta h| + |2{,}45\ \Delta\delta| + |1{,}74\ \Delta\varphi|.$$

Se poi ad ognuno degli errori Δh, $\Delta\delta$, $\Delta\varphi$, si attribuisce il valore $\pm 10'$ si ha $|\Delta Z| \max \leqslant 66'$ circa. Se si consideri che un errore di 10′ nella misura dell'altezza è eccezionale, e che basta una grossolana conoscenza del tempo del primo meridiano per determinare un valore di δ molto prossimo al vero, si vede che entro il limite $\varphi \leqslant 55^0$ [1] osservando l'altezza nelle condizioni prescritte, il

[1] Notiamo che il limite $\varphi \leqslant 55^0$ fissato per questa determinazione coincide con quello precedentemente fissato per la determinazione di tempo con misura di altezza. Vedi § 166. E soggiungiamo che il limite è stabilito per evitare le consuete norme vaghe ed incerte dei manuali di astronomia.

metodo può dare dei buoni risultati. Sarà, generalmente, eccezionale un errore di $\pm \frac{1}{2}$ grado nell'azimut calcolato, e, *per gli usi nautici*, tale approssimazione è sempre sufficiente.

Se applichiamo le norme generali ora esposte al caso particolare del Sole formuliamo la seguente regola *pratica*:

Per la determinazione dell'azimut con misura di altezza solare sieno in ogni caso evitate le osservazioni nell'intervallo di tempo compreso fra le 9^h antimeridiane e le 3^h pomeridiane come per ogni altro astro dovranno pure verificarsi le condizioni $\varphi \leqslant 55^0$; $h < 30^0$.

Questa regola giustifica l'impiego frequente che si fa nella navigazione astronomica della formula che dà $\frac{1}{2}z$ per mezzo di coseno che, delle tre dimostrate nel § 37, è la più semplice. Difatti in

$$\varphi < 55^0,$$

fuori dell'intervallo 9^h antim. — 3^h pom. l'angolo azimutale del Sole non raggiunge mai valori così piccoli da rendere mal determinato per mezzo di coseno l'angolo $\frac{1}{2}z$. Tuttavia noi, che siamo propugnatori dei tipi unici di calcolo e delle osservazioni stellari (e ne dicemmo spesso i motivi), riteniamo che sia buona norma usare sempre la formula che dà $\frac{1}{2}z$ per mezzo di tangente.

Se confrontiamo il presente metodo con quello generale descritto nel precedente paragrafo, veniamo alle seguenti conclusioni:

Sotto l'aspetto pratico la determinazione di azimut con misura di altezza è in manifeste condizioni di inferiorità, poichè per ottenere con essa un buon risultato è necessario osservare in particolari posizioni dell'astro; d'altra parte il metodo non può trovare conveniente impiego nelle alte latitudini. Queste limitazioni non esistono affatto per il metodo precedente, il quale è pertanto preferibile per ogni riguardo.

Tuttavia la determinazione di azimut con misura di altezza deve necessariamente essere applicata quando il navigante sia sprovvisto del cronometro o di un orologio ben regolato.

Esempio

Il 20 Maggio 1917 in φ_s 40°15′ Sud, λ_s 107°15′ W essendo l'ora di bordo 8^h29^m antimeridiane (il tempo di bordo è regolato sul meridiano 7^h West), si osserva l'altezza del lembo inferiore del Sole.

$$h_i \underline{\odot} = 10°15'20'', \qquad \gamma = -3'20'', \qquad e = 8 \text{ metri}.$$

Nello stesso istante l'azimut deviato del Sole (osservato con la bussola) è 41°45'. Determinare l'azimut vero del Sole e la variazione della bussola per la prora di osservazione

t_m	20^h29^m	(19 Maggio)	h_i ☉	10°15',3
$-\lambda$	+ 7 00	(long. del meridiano regolatore)	$-\gamma$	+ 3 ,3
T_m app.	3^h29^m	(20 Maggio)	h_0 ☉	10°18 ,6
			Corr.	+ 5 ,8
			h	10°24',4

20 Maggio 2^h	δ☉	19°56',2	N
add. (0'5 × 1,5)		0 ,8	
ist. oss.	δ☉	19°57',0	N
	p	109°57',0	

(N. B. — Per semplificare il calcolo logaritmico gli archi si arrotondano al prossimo 1'. La relazione (4) di questo § può dimostrare che l'errore risultante è trascurabile).

---

h	10°24'		
φ	40 15		
p	109 57		
$2s$	160 36		
s	80 18	l sec	0,77343
$s-h$	69 54	l sen	9,97271
$s-\varphi$	40 03	l sen	9,80852
$s-p$	29 39	l sec	0,06095
		$2\,l$ tan	0,61561
$\frac{Z}{2}$	63°47',5	l tan	0,30780
Z	127°35'		

$a =$ S 127°35' E = 52°25'

Per dare un esempio dell'impiego della formula che dà $\frac{1}{2}$ Z per coseno, ripetiamo il calcolo.

h	10°24'	l sec	0,00719
φ	40 15	l sec	0,11734
p	109 57		
$2s$	160 36		
s	80 18	l cos	9,22657
$s-p$	29 39	l cos	9,93905
		$2\,l$ cos	19,29015
$\frac{Z}{2}$	63°47',5	l cos	9,64507

azimut vero	52°25'
» deviato	41 45

azimut vero — azimut deviato = Var. + 10°40', ossia 10°40' Est.

§ 179. **Azimut nell'istante del sorgere e del tramonto.** — Si può trarre utile partito dal metodo descritto ora in un caso particolare nel quale, non solo si è dispensati dalla misura dell'altezza, ma sono anche soddisfatte le condizioni richieste per la sua applicazione.

Nelle latitudini $\leq 55^0$ all'istante del sorgere o del tramonto del Sole e della Luna è sempre soddisfatta la condizione $9^h > P > 3^h$. (Per

la Luna in casi estremi solo sensibilmente; per il Sole sempre). Si verificano adunque, in tali casi, le circostanze che permettono l'impiego del metodo poc'anzi considerato.

Al sorgere od al tramonto veri, essendo, per definizione, $h = 0$, la formula generale

$$\text{sen}\,\delta = \text{sen}\,\varphi\,\text{sen}\,h + \cos\varphi\cos h\cos Z$$

risolta rispetto a Z dà, indicando con Z_0 il particolare valore assunto in tali circostanze dall'angolo azimutale,

$$(1) \qquad \boxed{\cos Z_0 = \frac{\text{sen}\,\delta}{\cos\varphi}}$$

(Vale la solita regola dei segni del § 29).

Con questa formula, si sono costruite tavole speciali le quali dànno, in funzione di δ e φ, il valore Z_0.

Nella pratica della navigazione per φ si assume il valore della latitudine stimata; la declinazione δ viene interpolata (a vista) nelle Effemeridi per l'istante in cui avviene l'osservazione.

In verità nella maggior parte delle tavole è data, in luogo dell'angolo azimutale Z_0, l'*amplitudine*, cioè l'arco d'orizzonte ($< 90^\circ$) che separa il verticale dell'astro dal punto Est o West ([1]). In altri termini l'amplitudine al sorgere misura la *differenza d'azimut* fra l'astro e il punto Est, quella al tramonto misura invece la *differenza d'azimut* fra l'astro e il punto Ovest. Un esame della figura sulla sfera ci dimostra immediatamente che quando l'astro ha declinazione Nord i suoi punti di sorgere e di tramonto si trovano rispetto ai punti Est od Ovest, al Nord di essi; si trovano invece al Sud quando δ è Sud. È quindi facile stabilire una regola per *passare dall'amplitudine all'azimut*; basta far precedere il valore dell'amplitudine dal nome Est, se trattasi di sorgere, da quello Ovest, se trattasi di tramonto, e farlo seguire dal nome della declinazione dell'astro considerato. Allora partendo dal punto Est od Ovest, ed andando verso Sud o verso Nord, com'è indicato dal nome di δ, si determina senza ambiguità la posizione del verticale considerato.

La regola è simile a quella indicata nel § 21 per passare dall'angolo azimutale all'azimut. Ad esempio sia l'amplitudine al tramonto 14°

([1]) Il valore dell'amplitudine è $(90^\circ - Z_0)$ oppure $(Z_0 - 90^\circ)$, secondochè Z_0 è *minore* oppure *maggiore* di 90°. Le amplitudini al sorgere ed al tramonto sono dette rispettivamente *amplitudine ortiva* ed *amplitudine occasa*.

e l'astro abbia declinazione Sud; si avrà:

$$\text{azimut} = W\,14^\circ\,S = 270^\circ - 14^\circ = 256^\circ.$$

È opportuno ricordare che il *sorgere ed il tramonto veri* del centro del *Sole* avvengono (§ 92), per un osservatore situato 5 o 6 metri al disopra del mare, quando il lembo inferiore appare elevato sulla linea apparente dell'orizzonte di una quantità eguale ai $^2/_3$ circa del diametro verticale rifratto dell'astro. *Quest'altezza si può stimare ad occhio.*

Per la *Luna*, il *sorgere* ed il *tramonto veri del centro*, hanno luogo contemporaneamente al sorgere ed al tramonto apparenti del lembo superiore.

Invece di osservare il sorgere od il tramonto *vero* del centro dell'astro, conviene considerare il sorgere od il tramonto *apparente* del lembo superiore.

Per il *Sole* il sorgere o tramonto apparente del lembo superiore avviene (vedi § 92) quando l'altezza vera del centro è uguale a $-55'$ (circa). Per la *Luna*, invece, il sorgere o tramonto vero del centro ed il sorgere o tramonto apparente del lembo superiore, avvengono nel medesimo istante (sensibilmente), e perciò non occorrono speciali norme in aggiunta a quelle date poc'anzi.

Per determinare l'azimut del Sole all'istante in cui

$$h_0 \bar{\odot} = \text{zero},$$

a cui corrisponde approssimativamente

$$h = -55',$$

bisogna applicare all'*azimut* relativo all'istante del sorgere o tramonto vero del centro, una piccola correzione positiva o negativa che indicheremo con C.

Tale correzione si determina nel modo seguente.

La formula differenziale (1 del § 38)

$$\left|\Delta Z\right| = \left|\frac{\Delta h \text{ ctn } A}{\cos h}\right|$$

per $h = 0^\circ$ dà

$$|\Delta Z_0| = |\Delta h \text{ ctn } A| . \tag{2}$$

D'altra parte la 6ª relazione delle III del § 29

$$\text{ctn } A \text{ sen } Z = \tan \varphi \cos h - \text{sen } h \cos Z$$

per $h = 0^\circ$ dà

$$\text{ctn } A = \frac{\tan \varphi}{\text{sen } Z_0}.$$

Finalmente, sostituendo nella (2), si ottiene

$$\left| \Delta Z_0 \right| = \left| \Delta h \frac{\tan \varphi}{\text{sen } Z_0} \right| . \tag{3}$$

Questa relazione può anche mettersi sotto un'altra forma.

Per una nota relazione trigonometrica fondamentale

$$\text{sen } Z_0 = \sqrt{1 - \cos^2 Z_0}$$

e per la (1)

$$\text{sen } Z_0 = \sqrt{1 - \frac{\text{sen}^2 \delta}{\cos^2 \varphi}} . \tag{4}$$

Pertanto, sostituendo nella (3), si ha

$$\left| \Delta Z_0 \right| = \left| \Delta h \frac{\text{sen } \varphi}{\sqrt{\cos^2 \varphi - \text{sen}^2 \delta}} \right| . \tag{5}$$

Nel nostro caso $| \Delta h | = 55'$, e si ha perciò

$$\boxed{\left| \Delta Z_0 \right| = 55' \left| \frac{\tan \varphi}{\text{sen } Z_0} \right|} ,$$

oppure

$$\boxed{\left| \Delta Z_0 \right| = 55' \left| \frac{\text{sen } \varphi}{\sqrt{\cos^2 \varphi - \text{sen}^2 \delta}} \right|} .$$

Apposite tavole contenute nelle raccolte nautiche evitano il calcolo di queste relazioni. Gli argomenti sono φ e Z_0, oppure φ e δ (vedi tavola seguente).

Tale valore $| \Delta Z_0 |$ misura appunto la correzione C da apportare ad a_0 per ottenere il valore dell'azimut solare nell'istante del sorgere o tramonto apparente del lembo superiore.

$$az \text{ al tram. o sorg. app. } \bar{\odot} = a_0 + C \quad \text{(alg. !)}.$$

Correzione dell'azimut del Sole (C)

(Sorgere e tramonto)

Latitudine	Declinazione 0°	10°	20°	24°	Latitudine
0°	0°,0	0°,0	0°,0	0°,0	0°
10	0 ,2	0 ,2	0 ,2	0 ,2	10
20	0 ,3	0 ,3	0, 3	0 ,3	20
30	0 ,5	0 ,5	0 ,5	0 ,6	30
40	0 ,7	0 ,7	0 ,8	0 ,9	40
50	1 ,0	1 ,1	1 ,2	1 ,3	50
55	1 ,2	1 ,3	1 ,5	1 ,8	55

Circa il segno da dare a questa correzione valgano le seguenti norme che ognuno potrà facilmente spiegarsi considerando la figura sulla sfera.

Segno della correzione C da apportarsi all'*azimut* a_0.

Lat. Nord	*Lat. Sud*
Sorgere —	Sorgere +
Tramonto +	Tramonto —.

Si noti bene che il segno qui riferito vale per la correzione da apportarsi all'azimut a_0 (contato da 0° a 360° a partire dal Nord nel senso NESW) e non già all'angolo azimutale Z_0 od all'amplitudine.

Esempio

Il 5 Aprile 1917 in φ_s 36°38′ Sud, λ_s 105°18′ Est Gr. all'ora di bordo 6^h09^m antim. (il tempo di bordo è regolato sul meridiano 7^h Est) si misura l'azimut deviato del Sole nell' istante del sorgere apparente del lembo superiore

azimut deviato = 73°,5.

Determinare la variazione della bussola corrispondente alla prora di osservazione.

t_m	18^h09^m	(4 Aprile)
— λ	— 7 00	(long. del meridiano regolatore)
T_m app.	11^h09^m	(4 Aprile)
4 Aprile 10^h $\delta_\odot$	5°44′,4 N	
add. (1,15 × 0,95)	1,1	
ist. oss. $\delta_\odot$	5°45′,5 N	

(sarà negativa perchè il nome è contrario a quello di φ).

δ	— 5°45′,5	l sen	$9{,}00144_n$
φ	36°38′	l sec	0,09557
Z_0	97°11′	l cos	$9{,}09701_n$

a_0 = S 97°11′ E = 82°49′

a_0	82°,8	
C	+ 0°,6	(vedi tav. sopra riferita)
a	83°,4	
az. dev.	73°,5	
variaz.	9°,9 Est	

N. B. — Il calcolo di Z_0 si può fare con logaritmi a soli 4 decimali; inoltre i valori δ e φ possono essere convenientemente arrotondati per evitare ogni interpolazione. Il valore di $\delta_\odot$ può essere interpolato nelle Effemeridi *a vista*. Possedendo le tavole apposite, il calcolo di Z_0 può essere evitato: tuttavia ci pare che sia molto più semplice, oltre che più esatto, fare il calcolo (il quale richiede la ricerca di soli 2 logaritmi), piuttosto che procedere alle tormentose operazioni di interpolazione doppia richieste dalle tavole a doppia entrata.

Osservazione. — Volendosi procedere con maggior precisione, si dovrebbe assumere come valore dell'altezza vera corrispondente ad $h_0\,\bar{\odot}$ = zero quello che si ottiene correggendo tale altezza osservata per la *effettiva elevazione dell'occhio*. Il valore — 55′, com'è noto, corrisponde ad e = 5 metri circa. Però, date le elevazioni che praticamente si possono avere sulle navi, si otterranno sempre va-

lori poco differenti da quello ora considerato. Notiamo poi che un eccesso di precisione diventa illusorio di fronte agli errori provenienti dalle anomalie della rifrazione astronomica, le quali si verificano appunto nelle vicinanze dell'orizzonte.

Osserviamo ancora che a tutto rigore la formula differenziale considerata per determinare ΔZ_0 vale soltanto quando la variazione Δh è piccolissima. Per variazioni dell'ordine di grandezza di 1°, circa, qual'è quella relativa al nostro problema, si dovrebbe ricorrere ad espressioni differenziali assai più complesse. Tuttavia l'errore che si commette con tale procedimento semplificato è compreso nei limiti dell'approssimazione richiesta nei problemi della nautica.

§ 180. **Cenno sopra un metodo secondario per determinare l'azimut di un astro.** — Accenniamo brevemente ad un metodo per determinare l'azimut mediante l'ora e l'altezza dell'astro. Si osserva l'altezza dell'astro e si segna l'ora simultanea dell'orologio. Si calcola l'ora dell'astro nello zenit di osservazione (all'uopo si usa la longitudine stimata), e di conseguenza si ha l'angolo al polo P, l'altezza osservata e corretta ci dà h; le Effemeridi ci dànno la declinazione δ. Per le analogie dei seni (gruppo II del § 29), si ha

$$\frac{\cos h}{\operatorname{sen} P} = \frac{\cos \delta}{\operatorname{sen} Z}$$

dalla quale

$$\operatorname{sen} Z = \frac{\cos \delta}{\cos h} \operatorname{sen} P.$$

La formula è molto semplice. Tuttavia bisogna notare che, essendo Z dato in funzione del seno, non rimane definito il quadrante a cui l'angolo appartiene. Il rilevamento alla bussola ed una cognizione approssimata preliminare della *variazione cercata*, può togliere il dubbio, fuorchè nel caso in cui Z è molto vicino a 90° (1° verticale), potendo essere, ad esempio, 89° o 91°.

Vi sarebbe modo di togliere il dubbio esaminando nelle tavole che dànno l'ora e l'altezza al passaggio dell'astro al 1° verticale (§ 167), se l'ora e l'altezza osservate sono precedenti, o seguenti a tale passaggio. Ma il metodo, oltre a questa complicazione, può essere applicato solo in particolari condizioni, e perciò il suo impiego non è affatto consigliabile.

§ 181. **Conclusioni circa la determinazione di azimut - Tavole degli azimut.** — Dopo la discussione fatta, appare evidente che la determinazione di azimut da preferirsi per ogni riguardo è quella in funzione dell'ora, la quale, oltre ad offrire il vantaggio considerevole di esser risolta per mezzo delle medesime formule che sono usate negli ordinari calcoli di posizione (rette d'altezza), non è praticamente sottoposta a legami di speciali circostanze favorevoli. L'unica condizione da soddisfare è che l'astro non sia molto elevato ($h < 30°$); d'altra parte la stessa condizione è richiesta anche per l'esatta misura dell'azimut deviato, cioè dell'elemento che si confronta con l'azimut calcolato per ottenere la *variazione* della bussola.

Questo metodo, essendo il più pratico, si è cercato di risolverlo sostituendo al calcolo diretto l'impiego di tavole speciali.

Quelle dell'Albini, pubblicate per cura dell'Istituto Idrografico della R. M., servono per il Sole e per tutti gli astri la cui declinazione è inferiore a 24°. Analoghe tavole furono pubblicate dall'Ufficio Idrografico Nord-Americano considerandovi declinazioni $\leq 60°$ (1).

Incontrano molto favore presso i naviganti, a cagione della loro piccola mole e del poco costo, le tavole azimutali A, B, C, così chiamate perchè composte di tre tavole distinte rispettivamente colle lettere A, B, C, le quali risolvono la nota formula delle cotangenti (2ª formula delle III, § 29)

$$\text{ctn}\, Z \,\text{sen}\, P = \tan \delta \cos \varphi - \text{sen}\, \varphi \cos P,$$

la quale si può mettere anche sotto la forma

$$\text{ctn}\, Z \sec \varphi = \text{tg}\, \delta \,\text{cosec}\, P - \tan \varphi \,\text{ctn}\, P.$$

La tavola A dà, in grandezza e segno, il valore del termine ($\tan \delta \,\text{cosec}\, P$); la tavola B dà, in grandezza e segno, il valore del termine ($- \tan \varphi \,\text{ctn}\, P$); la tavola C contiene i valori di ($\text{ctn}\, Z \sec \varphi$). Entrando in quest'ultima tavola (C) col valore della somma algebrica dei due termini trovati nelle tavole A e B e col valore della latitudine φ, si trova l'angolo azimutale Z.

Per semplicità somma, unita sempre a sufficiente esattezza, è da citarsi la soluzione grafica ottenuta mediante i " *diagrammi altazimutali di Alessio* " (vedi Osserv. del § 30). Eventualmente si può anche usare il Navisfero Magnac (vedi Appendice, Nota 1).

§ 182. Norme pratiche per la costruzione di una tavola delle deviazioni di bussola con l'osservazione di astri. — Poniamo di dover costruire una tabella delle deviazioni di bussola corrispondenti alle varie prore della nave e di ricorrere, a tal uopo, all'osservazione dell'azimut dei corpi celesti. In pratica per la determinazione dell'azimut vero sceglieremo sempre il metodo normale descritto nel § 177.

Per evitare il calcolo, potremo eventualmente usare le tavole di cui si è fatto cenno nel § precedente. Tuttavia noi riteniamo che sia più vantaggioso fare il calcolo, poichè spesso le interpolazioni da farsi nelle *tavole speciali* sono più complicate e lunghe del calcolo diretto. Ciò risulterà più evidente nella discussione seguente ove ci proponiamo di descrivere un procedimento pratico che

(1) Hydrographic Office — N. 120 — The azimuths of celestial bodies etc., by G. W. Littlehales. Washington, 1902.
Dello stesso tipo sono le tavole inglesi di Burdwood and Davis e le Germaniche di Ebsen.

riduce la mole dei calcoli e nello stesso tempo offre tutta la precisione richiesta in tal genere di determinazioni.

Dovendosi adunque costruire una tavola di deviazioni, si faranno i cosidetti *giri di bussola*, e con la nave disposta secondo varie prore, opportunamente distribuite in un giro completo d'orizzonte (per es. di 15° in 15°), si osserveranno gli azimut deviati dell'astro scelto (in generale il Sole).

Per calcolare le deviazioni bisognerà poi determinare, per *ogni osservazione*, l'azimut vero corrispondente al misurato azimut deviato; il confronto di queste due quantità ci darà la *variazione* per la prora di bussola considerata. Dalla variazione si passa alla *deviazione* con la nota relazione

deviazione = *variazione* — *declinazione magnetica* (alg.).

Potremo anche *convertire* tutti gli azimut *veri* nei corrispondenti *magnetici* applicando ai primi la declinazione, cioè facendo

azimut magnetico = *azimut vero* — *declinazione magnetica* (alg.).

Poscia, mediante la relazione

deviazione = *azimut magnetico* — *azimut deviato* (alg.),

si determinerà la deviazione.

In ogni modo, essendo molte le *prore* nelle quali si fa l'osservazione, si dovranno necessariamente determinare molti valori dell'azimut vero dell'astro osservato.

Tuttavia notiamo che:

1° la posizione geografica della nave rimane sensibilmente invariata durante il giro di bussola. Pertanto i valori di φ e λ, di cui si fa uso per determinare l'azimut vero secondo il metodo normale, possono essere identici in ogni calcolo;

2° se l'astro osservato è errante (Sole), la declinazione varia continuamente; tuttavia per la durata di un giro di bussola si può ritenere che tale coordinata sia costante ed abbia un valore uguale a quello che realmente ha nell'istante medio del giro medesimo. Così per ogni calcolo di azimut si può fare uso dello stesso valore della declinazione;

3° la precisione richiesta nella determinazione dell'azimut vero, in quanto serve per il calcolo di deviazione, non è molto grande. Per fissare le idee diremo, ad esempio, che la precisione di 1 decimo di grado sarà sufficiente in ogni caso.

È pertanto giustificata una determinazione di carattere speditivo la cui approssimazione sia dell'ordine di grandezza ora definita.

Per questi motivi, ed anche allo scopo di evitare numerosi calcoli di azimut si procederà nel modo seguente.

Consideriamo il caso più comune in cui l'astro osservato sia il Sole.

Nel luogo di note coordinate φ e λ (in generale si usano le coordinate stimate) si fa il *giro di bussola*. Sieno t'_v e t''_v due ore vere locali, *arrotondate* alla diecina intera dei minuti, fra le quali è compreso il giro medesimo (ad esempio, fra le 5 antimeridiane e le 7 antimeridiane, ossia fra $t'_v = 17^h00^m$ e $t''_v = 19^h00^m$). Si determini per valori equidistanti di t_v (per esempio di 10^m in 10^m, od anche solo

di 20^m in 20^m) il valore dell'azimut vero del Sole, facendo uso di un valore costante della latitudine (latitudine media nella regione in cui la nave evoluisce) e della declinazione.

Si convertano gli azimut veri così ottenuti nei corrispondenti magnetici.

Sopra un foglio di *carta quadrettata* si segnino due assi ortogonali; uno di questi si assuma come asse dei tempi (ore vere t_v), l'altro come asse degli azimut magnetici (a_m) (vedi fig. 172).

Per rappresentare sulle rispettive scale l'intervallo di 5 minuti, ed il grado si assumerà una lunghezza *non inferiore* a $^1/_2$ centimetro.

Su questo diagramma si segnino i punti corrispondenti ai valori degli azimut magnetici determinati. Si congiungano i punti ottenuti con una linea continua.

In tal modo si avrà la curva dei valori a_m in funzione delle ore vere t_v di osservazione. (In pratica si ottengono delle linee che hanno pochissima curvatura).

Dal diagramma, con una semplice *interpolazione grafica*, si ricava il valore di a_m corrispondente ad ogni osservazione eseguita. Finalmente si calcolano le relative deviazioni con la formula

$$\textit{deviazione} = \textit{azimut magnetico} - \textit{azimut deviato} \quad \text{(alg.)}.$$

Il pregio di questo procedimento è che ogni eventuale errore di calcolo è reso evidente nella costruzione della curva. Infatti se qualcuno dei punti determinati occupa una posizione che, congiunta con le altre, modifica notevolmente il regolare avviamento della curva, si ha la prova che il relativo calcolo è affetto da errore.

Per rendere più sollecito l'uso del diagramma ed evitare noiose riduzioni, è conveniente regolare l'orologio (col quale, durante il giro, si determinano gli istanti di osservazione) sull'ora vera locale.

Il seguente esempio servirà per illustrazione.

ESEMPIO. — Il mattino del 3 Agosto 1913, sulla R. N. « Etna », in

$$\varphi = 37°40' \text{N}, \quad \lambda = 15°55' \text{ Est Greenwich } (+\ 1^h03^m40^s)$$

si è fatto un giro di bussola osservando il Sole, fra le 5^h e le 6^h40^m a.m. (ossia fra le ore astronomiche del 2 Agosto $t_v = 17^h$ e $t_v = 18^h40^m$).

Col noto valore della latitudine, ed assumendo per δ il valore corrispondente all'istante medio d'osservazione ($\delta = 17°41'$ Nord), si determinano i valori dell'azimut vero corrispondenti a

$$t_v = \ldots 17^h00^m \ldots 17^h20^m \ldots 17^h40^m \ldots 18^h00 \ldots 18^h20^m \ldots 18^h40^m,$$

ossia per i seguenti valori dell'angolo al polo

$$P = \ldots 7^h00^m \ldots 6^h40^m \ldots 6^h20^m \ldots 6^h00^m \ldots 5^h40^m \ldots 5^h20^m$$

si ottiene:

t_v	a
$17^h 00^m$	$67^\circ,0$
20	$70,0$
40	$72,9$
18 00	$75,8$
20	$78,7$
40	$81,6$

(Conviene esprimere le misure degli archi in gradi e parti decimali di grado).

La declinazione magnetica locale è

$$d = 7^\circ,2 \text{ Ovest} \quad (\text{ossia } -).$$

Quindi si ha:

t_v	a_m
$17^h 00^m$	$74^\circ,2$
20	$77,2$
40	$80,1$
18 00	$83,0$
20	$85,9$
40	$88,8$.

Con questi risultati si costruisce la seguente curva degli azimut magnetici.

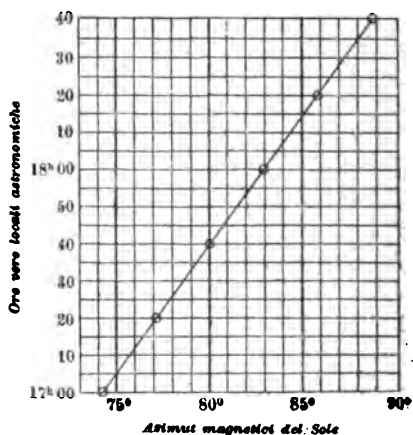



Fig. 172.

Osservazione. — Nella nota 2ª dell'Appendice si esporrà un tipo di calcolo, il cui impiego rende molto semplice e rapida la determinazione dei valori dell'azimut nel medesimo zenit e per diversi istanti compresi in un determinato intervallo di tempo.

CAPITOLO XIX

Alcuni problemi secondari della navigazione astronomica

---

§ 183. **Determinazione dell'ora media locale all'istante del sorgere e del tramonto degli astri** [1]. — Incominciamo a considerare *il sorgere ed il tramonto veri.*

L'angolo al polo dell'astro considerato, corrispondente a questi fenomeni, si ottiene ponendo $h =$ zero nella relazione generale

$$\text{sen}\, h = \text{sen}\, \varphi\, \text{sen}\, \delta + \cos \varphi \cos \delta \cos \text{P}.$$

Indicando tale angolo con P_0, si ha

$$\boxed{\cos \text{P}_0 = -\tan \varphi \tan \delta} \tag{1}$$

(vedi regola dei segni nel § 29).

[Quando $\delta > 90^0 - \varphi$ (astri circumpolari), questa formula dà per $\cos \text{P}_0$ dei valori assurdi (> 1) perchè allora il parallelo dell'astro non taglia l'orizzonte dell'osservatore, e quindi non vi è nè levare nè tramonto].

A questo particolare valore dell'angolo al polo si dà il nome di *arco semidiurno* [2].

Per gli astri che hanno declinazione variabile, il valore di questa coordinata corrispondente all'istante incognito, e necessario alla soluzione della (1), viene determinato per successive approssimazioni.

Praticamente, nel caso del *Sole*, la cui declinazione varia con sufficiente lentezza, si risolve dapprima la (1) assumendo per δ il valore corrispondente a mezzodì di Greenwich, della data che si considera. Ottenuto P_0 si passa dapprima all'ora vera t_v corrispondente,

---

[1] Questa determinazione ha importanza per gli usi nautici ed anche per quelli civili.
È noto che a bordo, per antichissima tradizione, l'ammainata della bandiera corrisponde al tramonto apparente del lembo superiore del Sole.

[2] Esso difatti misura metà dell'*ampiezza* dell'arco di parallelo percorso dall'astro (supposto con declinazione invariabile), durante la sua permanenza sopra l'orizzonte.

e poscia a t_m, ed infine, col noto valore della longitudine locale, alla simultanea ora del 1° meridiano, e con questa si interpola un più esatto valore di δ, col quale si risolve nuovamente la (1). Questa seconda approssimazione sarà sempre sufficiente: nella massima parte dei casi pratici, basterà anche arrèstarsi alla prima.

Ottenuto P_0 e quindi l'ora t_v corrispondente, si passerà a t_m con la nota relazione $t_m = t_v + \varepsilon_v \, (= t_v - \varepsilon_m)$. Data la scarsa esattezza generalmente richiesta, sarà lecito assumere per l'equazione del tempo il valore corrispondente al mezzodì di Greenwich.

Nel caso della *Luna*, la cui declinazione varia rapidamente, il problema potrà essere risolto con una prima approssimazione nel modo seguente. Si determinerà [1] l'ora media locale t_{mps} (§ 68) corrispondente:

al transito superiore che *segue* immediatamente il *sorgere* considerato;

oppure:

al transito superiore che *precede* immediatamente il *tramonto* considerato;

e, come prima e grossolana approssimazione, si potrà ritenere che il sorgere od il tramonto lunare avvengano a 6 ore di distanza dal transito stesso. Perciò si assumerà, come valore approssimato di $\delta_{☾}$ necessario alla soluzione della (1), quello che corrisponde all'ora media locale

$$t_{mps} - 6^h \text{ per il sorgere}$$
$$t_{mps} + 6^h \text{ per il tramonto.}$$

Si determina l'ora simultanea di Greenwich, e, per questo istante, si interpola $\delta_{☾}$ nelle Effemeridi.

Poscia si risolve la (1) e si ottiene P_0. È manifesto che questo angolo al polo può essere considerato come la *variazione dell'angolo orario della Luna* nell'intervallo compreso fra il sorgere ed il transito, oppure fra il transito ed il tramonto. In altri termini P_0 è la misura dell'intervallo stesso espressa in tempo lunare. In questo problema che richiede scarsa approssimazione, noi riterremo che questo tempo sia uniforme, benchè in realtà sia abbastanza spiccato il suo difetto di uniformità.

Ora, qual'è la durata del giorno lunare misurata in tempo medio? Noi sappiamo che, rispetto al tempo medio, il transito lunare ritarda

[1] Quando la determinazione non richiede precisione, come accade in generale, l'ora t_{mps} viene calcolata con la regola *approssimata* data nel § 68.

quotidianamente di 50^m circa, e ciò vuol dire che la durata di 24^h lunari è di circa 24^h50^m di tempo medio.

Pertanto l'intervallo di 1^h lunare è circa uguale a $\frac{24^h50^m}{24}$ ore medie, ossia ha la durata di 1^h02^m circa di tempo medio (1). Di qui la *regola approssimata*: Per convertire un intervallo misurato in ore lunari $I_☾$, nel corrispondente intervallo di tempo medio I_m, bisogna aggiungere ad $I_☾$ tante volte due minuti quante sono le ore di $I_☾$ (tenendo conto naturalmente anche delle parti decimali di ora).

Ossia approssimativamente si ha

$$I_m = I_☾ + \left(\frac{I_☾}{1^h} \times 2\right)^{\text{min.}}.$$

(La notazione $\frac{I_☾}{1^h}$ è usata per indicare il valore di $I_☾$ espresso in ore e parti decimali di ora).

Applicando questo risultato al caso particolare, noi diremo che l'intervallo di tempo medio I_m che trascorre fra l'istante del transito e quello del sorgere o tramonto è dato (approssimativamente) da

$$I_m = P_0 + \left(\frac{P_0}{1^h} \times 2\right)^{\text{min.}}.$$

Ossia un valore approssimato di I_m si ottiene aggiungendo a P_0 tante volte due minuti quante sono le ore di P_0.

È manifesto che, aggiungendo I_m (nel caso del tramonto) o sottraendolo (nel caso del sorgere) all'ora t_{mps} del transito, si ottiene un valore (approssimato) dell'ora media del tramonto o del sorgere.

Con la corrispondente ora di Greenwich si può determinare un nuovo e più esatto valore di $\delta_☾$ e così via. In generale, tenendo conto dell'uso, che si fa nella pratica, delle ore del sorgere e del tramonto, la prima approssimazione è sufficiente, e potremo ritenere

Ora media locale appr. del sorgere $vero = t_{mps} - \left[P_0 + \left(\frac{P_0}{1^h} \times 2\right)^m\right]$

" " " " " tramonto $vero = t_{mps} + \left[P_0 + \left(\frac{P_0}{1^h} \times 2\right)^m\right]$.

(1) È necessario notare che il valore 50^m, assunto qui, è un valore *medio*. Volendosi maggiore esattezza, si assume, in luogo di esso, il valore della differenza $t'_{mps} - t''_{mps}$ fra le ore medie dei due passaggi consecutivi della Luna che comprendono il giorno lunare considerato.

Se vuolsi maggiore precisione si possono spingere più oltre le approssimazioni fino ad ottenere un valore più esatto di P_0, mediante il quale si determina l'ora $t_☾$ corrispondente ($t_☾ = P_0$ al tramonto; $t_☾ = 24^h - P_0$ al sorgere). Facendo poi la conversione di tempo descritta nel § 64 (Es. 1°) si ottiene il valore esatto dell'ora media cercata.

Per la *Luna il levare od il tramonto apparente del lembo superiore* avviene (sensibilmente) nello stesso istante del levare o tramonto vero del centro (§ 92) e quindi non vi sono speciali norme da aggiungere.

Il *sorgere o tramonto apparente del lembo superiore del Sole* avviene quando si ha sensibilmente (§ 92)

$$\text{altezza vera centro} = -55'.$$

Per ottenere l'ora corrispondente a questo istante si segue un metodo analogo a quello che si usa per la determinazione di azimut nelle stesse circostanze (2ª parte del § 179).

La formula differenziale (1 del § 36)

$$|\Delta P| = \left|\frac{\Delta h}{\cos\varphi \operatorname{sen} Z}\right|$$

applicata al nostro caso particolare ($h = 0°$), dà

$$|\Delta P_0| = \left|\frac{\Delta h}{\cos\varphi \operatorname{sen} Z_0}\right|$$

dove Z_0 è l'angolo azimutale per $h = 0°$ (§ 179).

Sostituendo a Z_0 il suo valore (relazione 4 del § 179), e riducendo, si ha

$$\boxed{|\Delta P_0| = \left|\frac{\Delta h}{\sqrt{\cos^2\varphi - \operatorname{sen}^2\delta}}\right|}.$$

In questa relazione ΔP_0 e Δh si suppongono misurati con la stessa unità; se invece esprimiamo Δh in primi di arco e vogliamo ottenere ΔP_0 espresso in minuti di tempo, dobbiamo introdurre nel secondo membro il fattore $\frac{1}{15}$ (infatti $1^m = 15'$): così facendo e ponendo in luogo di $|\Delta h|$ il suo valore 55′, si ha

$$\boxed{|\Delta P_0|^m = \frac{1}{15}\left|\frac{55'}{\sqrt{\cos^2\varphi - \operatorname{sen}^2\delta}}\right|}$$

$|\Delta P_0|^m$ misura in minuti l'intervallo di tempo impiegato dal Sole ad elevarsi (sorgere) o ad abbassarsi (tramonto) di 55′: per brevità indicheremo tale quantità col simbolo i.

Indicando con t_{mo} l'ora media nell' istante del sorgere o tramonto *veri*, poc'anzi ottenuta, si ha

$$\text{Ora media locale del sorgere apparente} = t_{mo} - i$$
$$\text{» » » » tramonto »} = t_{mo} + i.$$

Tavole apposite contenute nelle raccolte nautiche dànno i valori di $|\Delta P_0|$ per diversi valori di φ e δ; ne diamo un succinto esempio:

Correzione all'ora del sorgere e del tramonto del Sole (i)

Latitudine	Declinazione				Latitudine
	0°	10°	20°	24°	
0°	3m,5	3m,5	3m,7	3m,8	0°
10	3 ,5	3 ,6	3 ,7	3 ,9	10
20	3 ,7	3 ,8	4 ,0	4 ,1	20
30	4 ,0	4 ,1	4 ,4	4 ,5	30
40	4 ,5	4 ,7	5 ,1	5 ,4	40
50	5 ,4	5 ,6	6 ,4	7 ,0	50
54	5 ,9	6 ,2	7 ,2	8 ,2	54
58	6 ,5	6 ,9	8 ,6	10 ,2	58

Osservazione. — Nelle raccolte nautiche vi sono delle tavole nelle quali, in funzione degli argomenti φ e δ, è dato il valore di P_0 (angolo orario all' istante del sorgere o tramonto vero, od arco semidiurno).

Tuttavia la relazione che dà P_0 è così semplice che quasi non vale la pena di ricorrere ad esse. Difatti il loro uso richiede una interpolazione doppia, la quale è spesso più complicata del calcolo diretto della formula. Nel risolvere la (1) si potrà anche fare a meno di badare ai segni, applicando la seguente regola. *L'angolo al polo* P_0 *è maggiore di* 6^h *se* φ *e* δ *sono dello stesso nome; è invece minore di* 6^h *se* φ *e* δ *sono di nome contrario.*

A malgrado dell' inconveniente della doppia interpolazione sono, invece, molto comode le tavole nelle quali in funzione della *data* (oppure della declinazione) o della *latitudine*, è data direttamente l'*ora media locale* in cui avviene il fenomeno del sorgere o del tramonto apparente del *Sole*. Queste tavole [1] ci dispenseranno da ogni calcolo e di esse si farà uso a bordo per determinare l'ora dell'*ammainata della bandiera*.

---

[1] La tavola più completa si trova nel notissimo *The American practical navigator* del Bowditch, edito dall'Ufficio Idrografico di Washington. (Ed. riveduta nel 1903. Washington, Ed. Government printing office, 1903). È riprodotta in parte nell'Elenco dei fari e segnali marittimi del nostro Istituto Idrografico.

Osservazione. — Naturalmente se l'ora di bordo non è, come accade quasi sempre, quella del meridiano locale, ma di un meridiano prossimo, si dovrà passare dall'ora locale ottenuta, a quella del meridiano di riferimento sul quale sono regolati gli orologi. E sarà

$$\text{ora di bordo} = \text{ora media locale} + (\lambda_1 - \lambda), \quad \text{(alg. !)}$$

dove λ_1 = long. del meridiano di riferimento degli orologi;
λ = long. del meridiano locale.

Esempi

1°. Determinare l'ora media locale approssimata (1ª appr.) del tramonto apparente del *Sole* il 22 Marzo 1914 in $\varphi = 50°30'$ Nord. (Essendo sufficiente la 1ª appr. è inutile conoscere il valore di λ occorrente per determinare, in 2ª approssimazione, l'ora di Greenwich necessaria alla esatta ricerca degli elementi δ ed ε_m).

22 Marzo 1914 $T_m = 0^h \ldots \delta$ 0°25′ N; ε_m — $7^m,2$ (val. arrot.)

φ	50°30′	tan	0,084
δ	0 25	tan	7,862
P_0	$6^h 02^m$	cos	7,946 ($P_0 > 6^h$ perchè φ e δ hanno nome uguale)
t_v	6 02		
$-\varepsilon_m$	+ 7 ,2 (= + ε_v)		
t_{mo}	6 09 ,2		
$+i$	5 ,5		
	$6^h 14^m,7$ = ora media locale appr. del tram. app.		

2°. Determinare l'ora media locale approssimata nel sorgere della *Luna* il 10 Marzo 1914 in

$$\varphi = 50°30' \text{ Nord} \qquad \lambda = 2^h 12^m \text{ W Greenwich.}$$

a) Determinazione dell'ora del transito (si usa la regola approssimata esposta in fine del § 68), e della declinazione.

10 Marzo T_{mps}	$11^h 09^m$	
Corr. + (2,2 × 2^m)	+ 4 ,4	
t_{mps}	11 13 ,4	10 III
	— 6	
t_m	5 13 ,4	10 III
$-\lambda$	+ 2 12	
T_m	$7^h 25^m,4$	10 III (con questo valore di T_m si interpola a vista $\delta_{☾}$).

$\delta_{☾}$ 12°40′ N.

b) Determinazione di P_0 e dell'ora del sorgere

φ 50°30′ tan 0,084
δ 12°40′ tan 9,352

P_0 $7^h03^m,4$ cos 9,436 ($> 6^h$ perchè φ e δ hanno lo lo stesso nome).

$\frac{P_0}{1^h} = 7^h,06$

$I_m = P_0 + \left(\frac{P_0}{1^h} \times 2\right)^m = 7^h03^m,4 + 14^m,1 = 7^h17^m,5$

t_{mps} $11^h13^m,4$ 10 III
I_m $-7\ 17\ ,5$
t_{mo} $3^h55^m,9$ 10 III

L'ora media locale appr. del sorgere della Luna è $3^h55^m,9$.

§ 184. **L'ora di bordo - Regolazione degli orologi sulle navi e conservazione della data.** — 1°) *Secondo l'antica maniera.* — Le norme che esporremo furono, fino ai tempi recenti, seguite su tutte le navi durante le navigazioni di lungo corso, e sono tuttora in vigore in alcune marine da guerra e su molte navi del commercio.

È *mezzodì*, — e si regolano in conseguenza gli orologi —, nell'istante in cui il Sole passa nel meridiano *mobile* (¹) della nave. In altri termini, *indicando con* λ_0 *il meridiano in cui avviene questo fenomeno*, e trascurando per il periodo di una giornata le lievi differenze esistenti fra le variazioni del tempo *vero* e le corrispondenti variazioni del tempo medio, possiamo dire che gli orologi così regolati segnano (sensibilmente) l'ora *vera* del meridiano λ_0 nel quale è avvenuto l'ultimo passaggio di Sole al meridiano mobile della nave.

Ciò premesso, quando durante la giornata che trascorre fra un mezzodì ed il seguente, si voglia per una data ora t_{v_0} dell'orologio conoscere il corrispondente valore *approssimato* dell'ora *vera* locale t_v del meridiano λ in cui *attualmente* trovasi la nave, basta applicare la relazione (5) del § 41, che nel caso nostro si scrive nel seguente modo

$$t_v - t_{v_0} = \lambda - \lambda_0 \qquad \text{(alg.)},$$

e quindi

$$\boxed{t_v = t_{v_0} + (\lambda - \lambda_0) \qquad \text{(alg.)}}\ .$$

La quantità $\lambda - \lambda_0$ è (in *grandezza e segno*) il cambiamento in longitudine (espresso in tempo) effettuato dalla nave a partire dal mezzodì precedente fino al momento attuale.

(¹) Eccetto il caso in cui la nave segua le rotte Nord e Sud *veri*, il meridiano su cui si trova la nave non è fisso; è bensì *mobile*.
L'istante del passaggio deve essere determinato coi criteri descritti nel seguente § 185. Veggasi anche quanto è detto in proposito nella nota (1), pag. 360.

Ad esempio, sia $t_{vo} = 8^h12^m$, $\lambda_0 = 5^h20^m30^s$ E, $\lambda = 5^h15^m20^s$ E; $\lambda - \lambda_0 = -5^m10^s$. Si ha:

$$t_v = 8^h12^m - 5^m10^s = 8^h06^m50^s.$$

In alcune determinazioni (ad esempio: determinazione di azimut di Sole, per calcolare la variazione della bussola) questo valore di t_v è sufficiente per risolvere il problema senza ricorrere all'ausilio del cronometro.

Qualora si voglia conoscere un valore approssimato dell'ora *media* locale, basta applicare al t_v così ottenuto l'equazione del tempo; all'uopo, data la scarsa precisione richiesta dal problema, si assumerà per l'equazione del tempo il valore corrispondente a mezzodì di Greenwich del giorno di data $D = d$, senza fare veruna interpolazione.

Inversamente, da t_v si può passare a t_{vo} (ora dell'orologio) mediante la relazione

$$\boxed{t_{vo} = t_v + (\lambda_0 - \lambda) \qquad \text{(alg.)}}\,.$$

2°) *Secondo le norme regolamentari.* — L'ora legale in mare sulla quale devono essere regolati gli orologi delle navi da guerra e requisite dallo Stato, è quella del tempo medio (civile) del fuso orario dove si trova la nave (vedi § 55). Questa norma dovrà essere seguìta tanto nella navigazione quanto durante la permanenza nelle rade e nei porti. È fatta eccezione alla regola durante la permanenza nelle rade e nei porti di quei paesi nei quali non sia legalmente adottato il sistema dei fusi orari. In tale circostanza gli orologi saranno regolati sull'ora in uso nella località.

Altra eccezione può essere fatta quando le navi componenti la stessa forza navale si trovano in fusi differenti; allora è nelle facoltà del comandante in capo di adottare, se lo crede utile, delle misure speciali per modificare l'ora a bordo delle navi sott'ordini, rimanendo tuttavia stabilito che tale ora dovrà essere quella di un fuso.

È da osservare d'altra parte che, anche ove non si reputasse opportuno procedere a questa unificazione, la differenza fra le ore delle diverse navi sarebbe sempre misurata da un numero intero: e ciò costituisce una grande semplificazione in confronto dell'antica maniera.

In aggiunta a queste norme regolamentari conviene stabilire le *condizioni nelle quali deve effettuarsi il cambiamento dell'ora.*

Con l'adozione in mare del sistema dei fusi orari si rende necessario, quando la nave passa da un fuso a quello adiacente, di correggere gli orologi di $\pm 1^h$, a seconda dei casi. Il salto è notevole e pertanto può dare origine ad inconvenienti nello svolgersi degli orari di bordo. Tali inconvenienti saranno diminuiti prendendo le seguenti precauzioni:

Anzitutto non è necessario, in generale, che la correzione sia fatta nel momento stesso nel quale la nave passa da un fuso al seguente, ma spesso si potrà effettuare il salto di 1^h durante le ore notturne. Inoltre quando si prevede un cambiamento di fuso occorre modificare gli orari in modo che il salto non produca inconvenienti nel regolare svolgersi dei servizi di bordo.

A tal fine si dovranno prevedere i cambiamenti da farsi nell'orario del giorno seguente, il quale giorno, a seconda dei casi, risulterà di 23 o di 25 ore. Tali cambiamenti saranno fatti in modo che l'intervallo di 60 minuti, in più od in meno dei giorni ordinari, risulti ripartito equamente sulle diverse *guardie* e sulla durata dei diversi servizi giornalieri.

Rimane, ad ogni modo, rigorosamente stabilito che l'orologio deve essere *messo avanti* o ritardato esattamente di un'ora in una sola volta.

Per evitare ogni ambiguità sull'interpretazione dell'ora che definisce l'istante nel quale si è prodotto un fatto od un fenomeno, o che eventualmente venisse indicato in un ordine o messaggio, si deve aggiungere all'indicazione dell'ora corrispondente all'istante considerato anche quella del fuso di riferimento. All'uopo si è convenuto di distinguere i diversi fusi con numeri da 0 a 23, a partire dal fuso di Greenwich (0) ed andando verso Est. In altri termini, il fuso di Greenwich (Europa Orientale) è numerato zero, quello dell'Europa Centrale ($\lambda_t = 1^h$ Est) è numerato 1, quello dell'Europa Orientale ($\lambda_t = 2^h$ Est) è numerato 2, ecc. ecc.; finalmente il fuso che è immediatamente all'Ovest di quello di Greenwich ($\lambda_t = 1^h$ W) è numerato 23 [1]. Così, ad esempio, si dice 22^h civili del fuso 6.

---

[1] Diverse sono le notazioni adottate o proposte per la numerazione dei fusi orari. La numerazione da 0 a 23, verso Est, fu proposta in Francia ed adottata dalle Marine Francese ed Italiana. In Inghilterra fu ufficialmente proposta la numerazione da zero a + 12 (0, + 1, + 2, + 12) a partire da Greenwich verso West, e da zero a — 12 (0, — 1, — 2, — 12) verso Est, numerando + 12 la metà del dodicesimo fuso situata nell' Emisfero Occidentale di Greenwich e — 12 la metà dello stesso fuso situata nell' Emisfero Orientale. Così facendo il numero del fuso, considerato in grandezza e segno, rappresenta la *correzione* da apportare all'ora di bordo per avere l'ora di Greenwich. (Difatti detto numero è uguale a $-\lambda_l$, essendo λ_l la longitudine del meridiano centrale o regolatore del fuso. E si ha $T_m = t_m - \lambda_l$ alg. !).

Tale notazione, adunque, considerata come correzione dell'ora di bordo, risulta in armonia con le

Con tale convenzione il numero N del fuso indica l'ora del fuso stesso corrispondente all'ora *zero* di Greenwich. Così ad esempio quando sono 6^h nel fuso 6, a Greenwich sono 0^h.

Motivi d'indole pratica, analoghi a quelli che hanno consigliato di deviare in terra i limiti astronomici di alcuni fusi, facendoli coincidere coi confini dello Stato, hanno indotto a deformare tali limiti anche sul mare. Così risultano comprese nel medesimo fuso le acque territoriali di regioni, isole, o gruppi di isole che appartengono astronomicamente a due fusi diversi, ma, politicamente alla stessa nazione. Questi limiti sono ufficialmente fissati in appositi Planisferi rappresentanti il sistema convenuto di fusi orari [1].

3°) *Conservazione della data in mare.* — Nel § 47 abbiamo già trattato di questo argomento. È opportuno aggiungere alcune norme

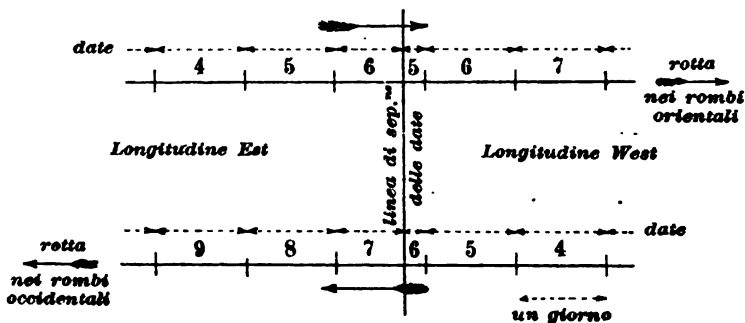



Fig. 173.

pratiche circa il cambiamento della data col passaggio nella linea di separazione delle date (§ 47 e § 55). Nell'istante in cui si passa dall'Emisfero Est Greenwich a quello West (ciò accade quando il passaggio si fa con rotta nei rombi orientali — 1° e 2° quadrante della rosa dei venti) la data di bordo è immediatamente abbassata di un'unità, e perciò nel giorno seguente si ripeterà la data che si aveva prima del passaggio.

---

regole seguite nell'astronomia (vedi § 46) per passare dall'ora e dalla data di un meridiano qualunque all'ora ed alla data del 1° meridiano.

La stessa commissione superiore inglese ha proposto molto opportunamente di adottare per gli strumenti registratori (ad esempio barografi, termografi, ecc.) l'ora di Greenwich, essendo difficile regolare tali strumenti sull'ora del fuso. Così facendo bisognerà segnare ogni giorno, nel foglio dello strumento, il numero del fuso nel quale si trova la nave.

[1] L'adozione in mare del sistema dei fusi orari fu proposta dal Bureau des Longitudes di Parigi nel Gennaio 1917. L'adozione fu ufficialmente sancita in Francia nel Marzo 1917, e dal Ministero della Marina Italiana nel Giugno dello stesso anno. Vedi in proposito Annuaire du Bureau des Longitudes del 1918, dove in un' interessante memoria (RENAUD, *L'Heure en mer*) è ampiamente trattato l'argomento dell'ora di bordo.

Invece nell'istante in cui si passa dall'Emisfero West Greenwich a quello Est (ciò accade quando il passaggio si fa con rotta nei rombi occidentali — 3° e 4° quadrante della rosa dei venti) la data di bordo è immediatamente aumentata di un'unità.

Dagli esempi rappresentati nell'unito diagramma (fig. 173) risultano evidenti le norme ora enunciate.

Abbiamo esposto le precedenti norme supponendo implicitamente che la linea di separazione delle date sia l'antimeridiano di Greenwich (linea astronomica). Si seguono tuttavia le stesse norme quando, regolando il proprio tempo sul tempo legale, si adotti pel cambiamento di data, la linea convenzionale che sappiamo essere, in alcuni tratti, alquanto deviata dall'antimeridiano (§ 55). Anche in questo caso il cambiamento di data è fatto nell'istante in cui si attraversa la scelta linea di separazione, seguendo le modalità indicate nel grafico della fig. 173.

Osservazione. — L'adozione sulle navi del sistema dei fusi orari per regolare l'ora di bordo, rende particolarmente semplice la valutazione del tempo simultaneo del 1° meridiano. Difatti, per passare dall'ora e dalla data di bordo e quelle simultanee di Greenwich si deve impiegare, in tal caso, una longitudine (long. del meridiano centrale o regolatore del fuso) la quale è espressa da un numero intero di ore, non solo, ma è anche, entro i limiti del fuso nel quale si naviga, invariabile cogli spostamenti della nave.

§ 185. **Previsione dell'ora segnata dall'orologio nell'istante del passaggio del Sole nel meridiano mobile della nave.** — Nelle ore del mattino, precedenti al mezzodì considerato, in un istante qualsiasi a cui corrisponde l'ora t_o dell'orologio, sieno φ e λ le coordinate della nave (determinate con l'osservazione e con la stima). Essendosi confrontato l'orologio col cronometro è nota la quantità $(t_c - t_o)$ che serve alla determinazione della simultanea ora cronometrica t_c e quindi di T_m; da T_m si passi a t_v, ora vera locale.

$$(T_v = T_m + \varepsilon_m, \; t_v = T_v + \lambda).$$

Si determini l'*intervallo* $i = 24^h - t_v$: esso è l'intervallo di tempo che deve trascorrere dall'istante corrispondente a t_o affinchè il Sole raggiunga il meridiano λ in cui, nell'istante medesimo si trova la nave. Si determini [1] il cambiamento in longitudine che dovrà su-

[1] Questa determinazione si farà coi metodi della navigazione stimata. Sono preferibili, perchè più semplici e rapidi, i metodi grafici del *carteggio*.

bire la nave durante tale intervallo: indichiamo tale cambiamento, considerato in grandezza e segno con $\Delta\lambda$. L'ora dell'orologio t_{op} in cui il Sole passerà al meridiano mobile della nave sarà sensibilmente uguale a

$$\boxed{t_{op} = t_o + i - \Delta\lambda \quad \text{(alg.)}}.$$

L'intervallo i è sempre $+$, $\Delta\lambda$ sarà $+$ o $-$ secondochè il cambiamento in longitudine $\Delta\lambda$, fatto dalla nave a partire dall'istante t_o, è, rispettivamente verso Est o verso Ovest (naturalmente nella prec. relazione $\Delta\lambda$ deve essere espresso in misura di tempo).

È facile renderci conto di questa regola. L'ora $t_o + i$ è quella corrispondente al mezzodì del meridiano λ. Notiamo però che, quando il Sole passerà a questo meridiano, la nave si troverà nel meridiano $\lambda' = \lambda + \Delta\lambda$. Nel meridiano $\lambda' = \lambda + \Delta\lambda$ il passaggio avverrà:

a) se λ' è all'Est di λ ($\lambda' - \lambda = \Delta\lambda$, Est o $+$), nell'istante che *precede* [1] l'ora ($t_o + i$) dell'intervallo $|\Delta\lambda|$;

b) nel caso contrario ($\Delta\lambda$ Ovest o $-$) nell'istante che segue [2] l'ora ($t_o + i$) dell'intervallo $|\Delta\lambda|$; e perciò in ambo i casi, tenendo conto del segno da attribuirsi a $\Delta\lambda$ nell'ora

$$t_o + i - \Delta\lambda = t_{op} \quad \text{(alg.)}.$$

Mentre il Sole passa dal meridiano λ al meridiano λ', la nave, spostandosi continuamente in longitudine, passa dal meridiano λ' ad un altro λ''. Tuttavia, essendo il movimento del Sole enormemente più rapido di quello della nave, si può trascurare questo ulteriore spostamento in longitudine, e si può ritenere che l'ora t_{op} precedentemente ottenuta sia l'ora cercata del transito del Sole nel meridiano mobile della nave.

La determinazione dell'ora corrispondente al mezzodì vero, può servire per la regolazione degli orologi di bordo secondo l'antica maniera (vedi § prec.), ma più specialmente per conoscere *a priori* l'ora in cui si dovrà osservare l'*altezza meridiana* del Sole per il calcolo di latitudine (§ 153).

Esempio. — Verso le 9^h15^m a.m. dell'8 Maggio 1914 (data civile) in $\varphi = 19°20'$ Sud, $\lambda = 5^h01^m$ West Greenwich, l'orologio di confronto segna l'ora $t_o = 8^h58^m$; $t_c - t_o = + 5^h10^m20^s$, $K = + 6^m15^s$. La nave segue la rotta 270° veri con velo-

---

[1] Difatti la nave movendosi verso Est va, in certo modo, incontro al Sole.
[2] Difatti la nave movendosi verso West, si allontana dal Sole.

cità di miglia 15. Determinare l'ora del passaggio del Sole nel meridiano mobile della nave.

$$
\begin{array}{lrl}
t_o = & 8^h58^m00^s & \\
t_c - t_o = + & 5\ 10\ 20 & \\
\hline
t_c & 14\ 08\ 20 & \\
K & +6\ 15 & \\
\hline
T_m = & 2\ 14\ 35 & (8 \text{ Maggio}) \\
\varepsilon_m = & +3\ 35 & (= -\varepsilon_v)\ (\text{è il val. per } T_m = 0^h) \\
\hline
T_v = & 2\ 18\ 10 & \\
+\lambda = - & 5\ 01 & \\
\hline
t_v & 21^h17^m10^s & (7 \text{ Maggio}) \\
24^h - t_v = & 2^h42^m50^s = i. &
\end{array}
$$

Secondo la *stima*, nell' intervallo $i = 2^h42^m50^s$ la nave si sposterà sul parallelo, *verso West* di $(15 \times 2{,}7)$ miglia $= 40{,}5$ miglia. A tale *appartamento* corrisponde $\Delta\lambda = (40',5 \times \sec \varphi) = 42',93$ W, ossia, $\Delta\lambda = -2^m52^s$ circa, quindi

$$t_{op} = 8^h58^m + 2^h42^m50^s - (-2^m52^s) = \underline{\underline{11^h43^m42^s}}.$$

(N. B. — Nella pratica $\Delta\lambda$ sarà determinato con le operazioni grafiche del carteggio).

CAPITOLO XX

Condotta pratica della navigazione astronomica

§ 186. **Generalità.** — La moderna navigazione astronomica ha ridotto i suoi metodi ad una grande semplicità, e la determinazione di posizione ottenuta con essi è così sicura da dare in ogni caso piena fiducia sulla condotta della navigazione. *Tutto lo scibile che si domanda all'uomo di mare per la più perfetta condotta della navigazione astronomica si può oggi limitare all'unico procedimento e tipo di calcolo che occorre per il tracciamento della retta di altezza, il quale è applicabile in qualsiasi circostanza e permette di utilizzare tutte le altezze osservate.* La vecchia astronomia risolveva il problema di posizione mediante le determinazioni di latitudine e longitudine. Affinchè queste determinazioni sieno attendibili, occorre osservare in speciali circostanze favorevoli (osservazione nel primo verticale per la determinazione di longitudine, e nel meridiano per quella di latitudine). Ma l'osservazione di astri nelle due particolari direzioni del 1° verticale e del meridiano non si può sempre fare in mare, dove soltanto le stelle fino alla grandezza 2,5, od al massimo 3, possono essere osservate, e dove spesso, essendo il cielo in parte nuvoloso, si è obbligati di *cogliere a volo* delle altezze di astri in *direzione qualsiasi.*

Si aggiunga poi che soltanto con la moderna astronomia sono venute generalizzandosi le osservazioni di stelle; in passato ci si limitava per lo più ad osservare il Sole e questo spesso non si può osservare nelle circostanze assolutamente più favorevoli. D'altra parte, le linee che rappresentano luoghi di eguale longitudine e di egual latitudine, non hanno alcuna corrispondenza, salvo il caso specialissimo di osservazioni fatte esattamente nel 1° verticale o nel meridiano, con le linee luoghi geometrici dell'osservatore, le quali nascono dalle osservazioni di altezze (cerchi di altezza), e quindi non è affatto giustificata (è anzi condannabile) la sostituzione delle une alle altre.

La moderna astronomia nautica offre adunque maggior esattezza dei vecchi metodi, sia perchè fa conoscere proprio le linee di posizione sulle quali si trova certamente la nave, sia perchè permette la eliminazione degli errori sistematici di osservazione. Essa offre anche maggior comodità d'impiego perchè non vincola le osservazioni a particolari direzioni (del 1° verticale e del meridiano o molto prossime a queste) ed offre la possibilità di usufruire, per risolvere il problema di posizione, di qualunque osservazione di altezza, fatta in qualunque momento.

Unica esigenza, che la moderna astronomia nautica vuole rispettata, è quella che sia sufficientemente grande la differenza fra gli azimut di osservazione, in modo che ben determinate risultino le bisettrici di altezza e ben determinato il punto nave dall'incontro di due rette di altezza o di due bisettrici.

La rappresentazione della Terra sulle carte nautiche, come permette la immediata e diretta utilizzazione *dei rilevamenti* di oggetti terrestri, rappresentati sulle carte stesse con sufficiente approssimazione da linee rette, così permette di seguire identico procedimento per i cerchi di altezza, rappresentati pur essi, per piccole porzioni, da linee rette.

Per determinare la posizione della nave, valgono le stelle quanto i punti terrestri più cospicui, ond'è che si può ben dire che i metodi della astronomia moderna mettono il navigante, che si trova al cospetto di un bel cielo stellato e con un orizzonte marino abbastanza chiaro, in condizioni non meno favorevoli per determinare la sua posizione di quella nella quale egli si trova quando è in vista di coste conosciute ed esattamente rappresentate sulle carte.

§ 187. **Determinazione normale del punto con osservazioni multiple stellari - Il punto determinato con osservazioni di Sole. —** La vecchia nautica, la quale considerava quasi esclusivamente le osservazioni solari, faceva la determinazione normale di posizione, col *punto a mezzodì*, cioè, *mediante la combinazione della latitudine meridiana con la longitudine ottenuta al mattino, osservando il Sole nella circostanza favorevole, e trasportata opportunamente all'istante dell'osservazione meridiana.* Ancora al giorno d'oggi vi è chi, dimostrando maggiore riguardo alla tradizione che non all'esattezza del risultato, si ostina a ritenere come normale detta determinazione. Il punto a mezzodì, purchè eseguito con la combinazione di una *retta d'altezza* solare precedente e con la latitudine meridiana, deve essere fatto, ma

esso non può certamente essere assunto come *punto normale* della giornata.

Noi sappiamo che soltanto le osservazioni multiple simultanee (o quasi simultanee) ci mettono in grado di determinare rette (bisettrici) e punti sicuri, cioè *sempre* esenti da errori notevoli, dovuti ad anomalie della depressione, nonchè da errori spesso grandi e inevitabili di trasporto. Possiamo perciò affermare che la *sicurezza della navigazione* si può affidare soltanto ad osservazioni di tal fatta.

Pertanto assumeremo come *determinazione normale e principale del punto* quella ottenuta mediante osservazioni multiple stellari fatte durante i crepuscoli mattinale e serale. Il punto del crepuscolo serale, per il solo fatto di essere più prossimo al pericolo delle tenebre, dovrebbe essere preferito a quello del mattino. Il punto del crepuscolo mattinale rappresenta un punto in più eseguito nelle ventiquattro ore del giorno, e, nella moderna navigazione ad alta velocità, costituisce, più che una cosa utile ed interessante, una necessità per la rettifica della rotta.

D'altra parte per gli ostinati o pigri che non vogliono o non sanno osservare altro che il Sole, la moderna astronomia nautica offre il mezzo di trarre il miglior partito dalle osservazioni solari in qualsiasi circostanza di tempo e di luogo. Difatti col metodo delle rette d'altezza si può osservare indifferentemente a qualunque ora del pomeriggio: ogni qualvolta la differenza d'azimut fra due osservazioni sia compresa fra 30° e 60° e l'intervallo fra 2 e 4 ore, se ne ricava un punto con l'incertezza di circa 5 miglia (vedi tabella del § 142). In caso di tempo nuvoloso si può osservare il Sole in qualunque momento esso si mostri, attendendo poi di fare una seconda osservazione quando la differenza d'azimut dalla prima osservazione abbia superato un certo valore tratto dalla tabella del § 142, e dipendente dal grado di esattezza che occorre conseguire.

È poi interessante notare che, ove si abbia libera scelta sull'istante d'osservazione, si ottiene la migliore determinazione del punto con due altezze solari osservando con opportuna differenza d'azimut prima e dopo il mezzodì, in modo che l'istante di mezzo fra le osservazioni cada a mezzogiorno. Difatti, così facendo, a parità di differenza d'azimut si ha un intervallo di tempo più breve fra le due osservazioni che non in qualsiasi altra parte della giornata, e, pertanto, sono minori gli errori di trasporto (vedi § 140). Il metodo dà specialmente buoni risultati nelle regioni equatoriali potendosi con esso determinare, talora, in pochi minuti, e sempre in breve tempo,

il punto con la massima esattezza (intersezione 90°, errore di trasporto praticamente nullo).

Volendosi determinare il *punto a mezzodì* secondo le vecchie consuetudini marinaresche, ossia mediante una osservazione di Sole fatta al mattino e la *meridiana* (§ 153) si farà la prima misura di altezza quando l'astro disterà in azimut dal meridiano di *almeno* 30°.

Il navigante dovrà poi sempre ricordare l'utilissimo impiego delle rette d'altezza isolate come *rette di direzione e di velocità* (§ 130).

§ 188. **Eventuale impiego del cronometro sidereo.** — Dovendosi determinare gli elementi di una retta d'altezza ottenuta con *osservazione stellare* è molto conveniente fare uso del *cronometro sidereo* in luogo del medio. Infatti, in tal caso, il passaggio dall'ora cronometrica all'ora dell'astro nel meridiano stimato λ_s si fa semplicemente nel seguente modo

$$T_s = t_c + K \quad \text{(alg.)} \tag{1}$$

(la somma alg. $t_c + K$ dà direttamente T_s senza alcuna ambiguità, vedi Oss. del § 53 ed Oss. del § 99)

$$T_* = T_s - \alpha_* \tag{2}$$

e finalmente

$$t_* = T_* + \lambda_s \quad \text{(alg.).} \tag{3}$$

La coordinata α_*, che figura nella (2), e la coordinata δ_* che entra nel calcolo logaritmico, si ricavano dalle Effemeridi mediante la semplice conoscenza della data. Tutti gli elementi del calcolo si possono cioè ottenere indipendentemente dall'ora media T_m di Greenwich. È manifesta lo somma semplicità della trasformazione indicata dalle (1), (2) e (3) in confronto a quella ordinaria da T_m a t_*; ed è pertanto evidente il vantaggio di possedere, assieme ai cronometri medii normali, anche un cronometro sidereo da usarsi nelle determinazioni di posizione con osservazioni stellari.

Nel § 112 abbiamo messo in evidenza l'ufficio importantissimo del cronometro sidereo nelle operazioni di *confronto*.

Nell'osservazione del § 168 abbiamo esposto le modalità per determinare la *correzione assoluta* del cronometro sidereo.

§ 189. **Il tipo di calcolo unico.** - I. *Generalità.* — La nuova astronomia nautica offre un vantaggio rispetto ai vecchi metodi, ed

anche questo ci sembra assai rilevante; essa esige un solo tipo di procedimento e di calcolo per ottenere la retta di posizione, e quest'*unico tipo è ugualmente applicabile qualunque sia l'azimut di osservazione e qualunque sia l'altezza dell'astro.*

Ricordiamo che il medesimo procedimento può anche eventualmente servire per la rettifica della *correzione assoluta del cronometro* (§ 174). Finalmente con lo stesso tipo di calcolo che risolve il problema generale della retta d'altezza si possono anche risolvere gli altri problemi che si presentano nella navigazione, e cioè: il problema del riconoscimento di un astro sconosciuto, del quale oltre l'altezza siasi misurato approssimativamente l'azimut (§ 96) e quello della determinazione della variazione di bussola dedotta dagli azimut degli astri (§ 177) [1].

Data la grande importanza di questo tipo di calcolo, riteniamo opportuno di riassumere tutte le norme per la sua condotta, facendo precedere tale esposizione da una importante osservazione sulla quale richiamiamo tutta l'attenzione del navigante.

I calcoli di posizione sono tanto importanti, ed un errore può avere risultati così disastrosi, da richiedere, anche a costo di maggior fatica da parte del calcolatore, tutte le possibili garanzie di esattezza.

Per quanto riguarda la correzione e la determinazione degli elementi del calcolo, l'*unica prova* possibile di esattezza si ha facendo le operazioni in due persone, separatamente, e confrontando i risultati. L'ufficiale di rotta non sia pertanto così inopportunamente geloso del suo incarico da rinunziare alla cooperazione del personale che è sotto i suoi ordini. Un assistente bene addestrato ed intelligente, può sempre portare un prezioso contributo.

Per quanto riguarda la *prova del calcolo logaritmico trigonometrico*, il sistema di formule considerate nello svolgimento di questo studio si presta, meglio che ogni altro, a questa necessità, ed il desiderio di *far presto* non dovrà mai far trascurare il calcolo della formula di prova. Tuttavia giova notare che la *prova di cui si tratta non è affatto assoluta poichè essa può riuscire anche se siasi male determinato l'angolo* M *e siasi errata la somma* $\varphi_s + M$. Il calcolatore è avvertito e pertanto dovrà porre somma attenzione nel fare queste due operazioni.

[1] Con le medesime formule si possono risolvere i problemi della navigazione ortodromica. Vedi all'uopo la Nota 3ª in Appendice.

Per ovvie ragioni di comodità ed allo scopo di racchiudere il tipo di calcolo in un foglio non troppo grande, conviene far uso di moduli stampati raccolti in apposito quaderno, il *quaderno dei calcoli*, il quale sarà il documento più importante di chi dirige la rotta.

II. *Semplificazioni lecite nei calcoli di posizione in mare* (1). — Usando le tavole logaritmiche trigonometriche col passo di 15″ (ad es. le tavole grandi dell'Istituto Idrografico) è lecito ed anzi conveniente per la grande semplicità che ne deriva, adottare le seguenti norme:

1°. I valori p (distanza polare), P (angolo al polo) sieno *arrotondati* in modo da coincidere con un argomento della tavola logaritmica. Così facendo la variazione massima che si può applicare a P e p nell'eseguire l'arrotondamento è $\pm \frac{15''}{2}$.

2°. Il valore dell'angolo ausiliario venga ricavato dalla tavola senza interpolazione assumendo per esso il valore corrispondente al log tan *prossimo* e *minore* del log tan calcolato, ossia al log usato per determinare le pp. del log sen col noto procedimento (§ 33).

[Naturalmente sarebbe più esatto assumere quello corrispondente al log *prossimo*, ma ciò importerebbe un ragionamento che è conveniente evitare. Qualora si assumesse il valore corrispondente al log *prossimo* (minore o maggiore a seconda dei casi), potrebbe accadere di dover fare delle letture in due linee differenti della tavola e ciò darebbe facilmente luogo ad errori].

Se osserviamo che il valore di M interviene direttamente in seguito soltanto nella determinazione dell'angolo $\varphi_s + M$, è manifesto che *questa volontaria alterazione di* M *equivale ad una identica alterazione di* φ_s. Quindi, la descritta semplificazione equivale ad introdurre in φ_s una variazione che è necessariamente $< 15''$ (2).

3°. Il valore Z venga ricavato dalla tavola senza alcuna interpolazione, come il valore M. L'errore che così si introduce nella posizione del punto determinativo e nella direzione della retta d'altezza, non ha, praticamente, veruna influenza sul risultato.

4°. Il valore h_s venga ricavato senza interpolazione, assumendo per esso l'arco tavolare corrispondente al log *prossimo* e *minore* del log ctg h_s calcolato (vedi Oss. al comma 2). Così facendo si introduce in h_s un errore che è necessariamente $< 15''$.

---

(1) Analoghe semplificazioni possono anche essere adottate per i calcoli di posizione in mare quando si usano tavole con intervallo tavolare $> 15''$ ma *non superiore* ad 1′.

(2) Si potrebbe in conseguenza modificare il punto stimato sulla carta, ma ciò non è conveniente perchè ne risulterebbe una maggior complicazione nelle operazioni grafiche. D'altra parte uno spostamento che raggiunge al massimo 1/4 di miglio è assolutamente trascurabile.

Applicando queste regole e considerazioni è facile trovare i valori massimi degli errori che si possono commettere nel calcolo degli elementi della retta d'altezza (applicazione delle formule differenziali dimostrate nel § 31). La loro grandezza non esce certamente dai limiti compatibili con la sicurezza della navigazione. Se poi si consideri quanto sia difficile che possano insieme verificarsi tutte le circostanze alle quali corrisponde il massimo errore, si vede che nei casi pratici le semplificazioni suggerite non alterano sensibilmente la precisione del risultato ottenuto. D'altra parte il vantaggio conseguito è notevole poichè con esse si evita ogni ragionamento superfluo ed il calcolo viene fatto per così dire meccanicamente, essendo ridotto (qualora si faccia uso di un tipo stampato) alla scrittura di numeri ricavati dalla diretta lettura delle tavole ed a poche ed elementari operazioni aritmetiche. Se poi il calcolo venga fatto con l'aiuto di un assistente che maneggi le tavole ed a richiesta del calcolatore ricerchi e detti ad alta voce i dati tavolari, si raggiunge una rapidità veramente notevole. È opportuno ricordare che per la ricerca dei logaritmi è molto utile l'uso di un regolo di legno sottile, o di un cartoncino. Con esso sarà molto facilitata la lettura dei dati tavolari che si trovano nella stessa *linea.* Sul regolo potrà essere incollato un foglio di carta sul quale sieno riprodotte le regole per Z ed M (vedi § 33) e tutte quelle altre norme che potrebbero essere utili per il calcolo.

OSSERVAZIONE 1ª. — *Quando il calcolo degli elementi della retta d'altezza debba servire alla rettifica della correzione assoluta del cronometro* (§ 174), *le semplificazioni ora indicate non sono più lecite.* Il calcolo dovrà essere condotto con la massima precisione, interpolando con cura ogni logaritmo ed ogni angolo.

OSSERVAZIONE 2ª. — Tenuto conto dell'approssimazione richiesta per i calcoli di posizione in mare sarebbe sufficiente l'impiego di logaritmi a *quattro* decimali. Le formule adottate per la determinazione di h_s e Z_s consentono l'uso di *tavole logaritmiche a quattro decimali e col passo di* 1' (4ˢ), rimanendo pur sempre leciti gli arrotondamenti e le semplificazioni che rendono più sollecito il calcolo. Le approssimazioni del risultato sono, naturalmente minori, ma non escono dai limiti di sicurezza. L'impiego di tali tavole sarebbe, d'altra parte, vantaggioso per la grande semplicità di maneggio e per l'abbreviazione delle operazioni scritte.

§ 190. Riassunto delle norme pratiche per determinare una retta d'altezza in mare. — I. *Misura dell'altezza.* — Si osservi sempre una serie di almeno tre altezze. Alla media aritmetica delle altezze si farà corrispondere la media aritmetica delle ore relative alle singole osservazioni (vedi § 94 e spec. oss. 3ª dello stesso).

II. *Determinazione del punto stimato nell'istante di osservazione.* — Si assuma come punto stimato quello che si ottiene arrotondando ai primi d'arco i

valori della latitudine e della longitudine corrispondenti al punto effettivamente ottenuto con la stima (vedi § 126).

Dovendosi determinare più rette d'altezza con osservazioni *quasi* simultanee si assume lo stesso punto stimato per tutti i calcoli (vedi § 126).

III. *Determinazione del tempo medio di Greenwich corrispondente all'osservazione.* — Per togliere ogni dubbio sulla data ed ogni ambiguità sull'ora del 1° meridiano, si determini dapprima un valore approssimato del tempo di Greenwich mediante il valore approssimato del tempo medio locale, desumendo l'ora dai comuni orologi di bordo (vedi § 53). Con un po' di pratica questo calcolo si fa mentalmente. Poscia si determini il valore esatto di T_m (e della relativa data) usando i dati cronometrici e confrontando il risultato con quello ottenuto dal calcolo approssimato. Se durante le osservazioni si è adoperato un orologio di confronto, per fare tale operazione, si dovrà conoscere il valore del *confronto* fra orologio e cronometro (vedi § 108).

Riferiamo successivamente le varie operazioni:

t_m app. . . . d . . . (Valore approssimato dell'ora media di bordo, *espressa astronomicamente*, e data astr. relativa).
$-\lambda$. . . . . (meno, *algebricamente*, il valore della long. del meridiano sul tempo del quale è regolata l'ora di bordo) (¹).
T_m app. . . D . . . (Val. approssimato del tempo medio di Greenwich).
t_o . . . . (Ora dell'orologio di confronto o mostra, nell' istante dell'osservazione).
$t_c - t_o$ . . . . (Confronto fra l'orologio ed il cronometro).
t_c . . . . (Ora cronometrica nell' istante dell'osservazione).
K . . . . (Val. della correzione assoluta del cronometro).
T_m . . . . (Val. esatto del tempo medio di Greenwich nell'istante di osservazione).

IV. *Determinazione delle coordinate orarie dell'astro osservato nel meridiano stimato.* — Nel caso delle Stelle, Pianeti, Luna, si determinano i valori dell'ascensione retta e della declinazione.

Nel caso del Sole si determinano i valori dell'equazione del tempo e della declinazione.

(Essendosi osservata la Luna si colga l'occasione per determinare anche il valore della parallasse orizzontale, necessario alla correzione dell'altezza).

Poscia si passa dall'ora T_m al corrispondente valore dell'angolo orario t dell'astro nel meridiano stimato λ_s (vedi § 63).

Riferiamo successivamente le varie operazioni.

a) *Caso delle Stelle, Pianeti, Luna*

T_m . . . . (Val. esatto del tempo medio di Greenwich nell'istante di osservazione).
α_m . . . . (Val. dell'ascensione retta media nell' istante tavolare delle Effemeridi prossimo *anteriore* all' istante T_m.
$\Delta\alpha_m$. . . . . (Parti proporzionali dell'ascensione retta media per l'intervallo compreso fra il predetto istante tavolare e l' istante T_m).

(¹) La longitudine Est è positiva, quella Ovest è negativa.

$T_m + \alpha_m = T_s$ . . . (Ora siderea di Greenwich).
$-\alpha$ . . . . (meno il valore dell'ascensione retta dell'astro nell' istante di osservazione T_m).
$T_s - \alpha = T$ . . . . . (Ora dell'astro a Greenwich. Se T_s è minore di α, per ottenere un risultato positivo si aggiungono 24^h a T_s).
$+\lambda_s$ . . . . (più, *algebricamente*, la longit. del punto stimato).
$T + \lambda_s = t$ . . . . . . (Angolo orario dell'astro nel meridiano stimato. Allo scopo di ottenere sempre un risultato t positivo, occorrendo, si aggiungono 24^h a T).

b) *Caso del Sole*

T_m. . . . . (Val. esatto del tempo medio di Greenwich).
[1] $+ \varepsilon_m = - \varepsilon_v$. . . . . . (più, *algebricamente*, l'equazione del tempo *medio*; od anche, meno, *algebricamente*, l'equazione del tempo *vero*).
$T_m + \varepsilon_m = T_v$. . . . (Ora vera di Greenwich. Allo scopo di ottenere sempre un risultato T_v positivo, occorrendo, si aggiungono 24^h a T_m).
$+\lambda_s$ . . . . (più, *algebricamente*, la longit. del meridiano stimato).
$T_v + \lambda_s = t_v$. . . . . (Angolo orario del Sole nel meridiano stimato. Per ottenere sempre un risultato t_v positivo, si aggiungono, occorrendo, 24^h a T_v).

Ottenute in tal modo le coordinate orarie t e δ si determinano i corrispondenti valori dell'angolo al polo P, e della distanza polare p.

Se t è minore di 12^h. . . $P = t$, e l'astro è all'Ovest [2].

Se t è maggiore di 12^h. . . $P = 24^h - t$, e l'astro è all'Est.

Se φ_s e δ sono del medesimo nome. . . $p = 90° -$ Val. ass. di δ.

Se φ_s e δ sono di nome contrario. . . $p = 90° +$ Val. ass. di δ.

[Nella circostanza particolare in cui si ha $\varphi_s = 0°$, si può indifferentemente attribuire a questa coordinata il nome Nord o Sud e pertanto, in base alla precedente regola, si avrà $p = 90° -$ Val. ass. di δ, oppure $p = 90° +$ Val. ass. di δ. Del nome attribuito a φ_s bisognerà poi tener conto nella successiva determinazione di azimut: difatti, l'angolo azimutale che si otterrà col calcolo, determinerà il valore dell'*azimut contato dal polo che ha il nome scelto per* $\varphi_s = 0°$].

V. *Correzione dell' altezza osservata.* — Per correggere l'altezza osservata si faccia uso delle *correzioni* complessive (vedi § 91).

VI. *Calcolo dell'altezza e dell'azimut nel punto stimato.* — Formule:

Calcolo dell'angolo ausiliario,		$\tan M = \tan p \cos P$
» »	azimutale,	$\tan Z = \tan P \operatorname{sen} M \sec(\varphi_s + M)$
» dell'altezza,		$\operatorname{ctn} h_s = \operatorname{ctn}(\varphi_s + M) \sec Z$
Prova,		$\cos h_s \operatorname{sen} Z \operatorname{cosec} p \operatorname{cosec} P = 1$

[1] Si ricordi che le Eff. It. dànno l'equazione del tempo *medio* (ε_m), mentre il N. A. dà l'equazione del tempo *vero* (ε_v); le due quantità differiscono solo nel *segno*.

[2] La nozione di astro a Est o a West serve in seguito per passare da Z (angolo azimutale) ad a (azimut).

Tipo di calcolo

	Calcolo	Prova
p ……(1)……	tan ……(9)……	cosec ……
P ……(2)……	cos ……(9) tan ……(9)……	cosec ……
	tan ……(10)	
M ……(7)……	↓ ……(3)…… sen ……	
φ_s ……(11)……	(4)…… *pp (4) × (5)	
φ_s + M …(12)……	…… sec ……(9) ctg ……	
	tan ……(10)	
	↓ (3)	
Z ……(8)……	…… sec ……	sen ……
a_s ……(13)……	(4) …… *pp (4) × (6)	pp (4) × (5)
	ctg ……	
h_s ……(14)……	↓ (3) ……	cos ……
	(4) ……	*pp (4) × (6)
	Prova	……

Tabella dei fattori pel calcolo delle *pp* segnate con asterisco * (V. § 33)

	Calcolo			Prova		
	M	Z		Z	h_s	
0°	f_1	f_2	180°	f_1	f_2	0°
13°	1	zero	167°	1	zero	13°
23°	0,9	0,1	157°	0,9	0,1	23°
30°	0,8	0,2	150°	0,8	0,2	30°
36°	0,7	0,3	144°	0,7	0,3	36°
42°	0,6	0,4	138°	0,6	0,4	42°
48°	0,5	0,5	132°	0,5	0,5	48°
54°	0,4	0,6	126°	0,4	0,6	54°
60°	0,3	0,7	120°	0,3	0,7	60°
67°	0,2	0,8	113°	0,2	0,8	67°
77°	0,1	0,9	103°	0,1	0,9	77°
90°	zero	1	90°	zero	1	90°

Regola per M

Se P è *minore* di 6^h

Quando p è *maggiore* di 90° ⟶ anche M è *maggiore* di 90°

Quando p è *minore* di 90° ⟶ anche M è *minore* di 90°

Se P è *maggiore* di 6^h

è sempre M *maggiore di* 90°

Regola per Z

Se P è *minore* di 6^h

Quando (φ_s+M) è *maggiore* di 90° ⟶ anche Z è *maggiore* di 90°

Quando (φ_s+M) è *minore* di 90° ⟶ anche Z è *minore* di 90°

Se P è *maggiore* di 6^h

è sempre Z *minore* di 90°

La tabella per la ricerca delle *pp*, qui riferita, sarà usata soltanto se la tavola dei logaritmi non è stata preparata come si è suggerito nella Oss. 3ª del § 33. Noi riteniamo che detta preparazione sia non solo utile; ma indispensabile. Ad ogni modo, quando essa non sia fatta, si farà uso della tabella, la quale dovrà essere incollata sopra un foglio volante di cartoncino.

NOTE AL CALCOLO LOGARITMICO

(Vedi numeri di richiamo nel tipo di calcolo)

AVVERTENZA I. — Si suppone di usare le tavole log. trig. dell'Istituto Idrografico, con 5 decimali, con intervalli tavolari fra gli archi di 15″ (1ˢ) e con caratteristiche positive. Non è necessario di ricorrere alla tavola degli archi piccoli, fuorchè in casi particolari in cui si voglia speciale precisione.

Noi riteniamo che sia conveniente, se non indispensabile, *preparare* le tavole logaritmiche, nel modo indicato nel § 33 (Oss. 3ª).

AVVERTENZA II. — Nel fare le somme dei logaritmi non si tiene conto e non si scrivono mai le diecine prima della virgola. Così ottenendo 15, 17, 19, 20..., si scrive 5, 7, 9, 0.

1) Nel caso in cui p risulti esattamente eguale a 90°, si aggiungano o si tolgano ad esso 15″ (od 1″, se, eventualmente, si usano le tavole degli archi piccoli).

2) Se P risulta esattamente eguale a 0^h o a 12^h, è inutile procedere nel calcolo logaritmico; si farà in sua vece il calcolo di latitudine *meridiana*. Si farà lo stesso calcolo di latitudine anche se P è compreso nella tavola dei *limiti delle altezze meridiane* (§ 159).

Se è risultato esattamente $P = 6^h$, si aggiunge ad esso (o si toglie) 1^s (od $^1/_{15}$ di secondo di tempo se si fa uso della tavola degli archi piccoli).

3) Logaritmo tangente (o cotangente) tavolare *prossimo minore* del log tan (o ctn) calcolato. *Può accadere che il log tan calcolato sia minore del minimo valore tavolare* (il quale nella tavola generale è 5,86167), e in tal caso la regola del log prossimo minore non può essere applicata. Ma in tale circostanza l sen M, l sec Z, l sen Z, si hanno senza interpolazione, poichè allora:

$$l \operatorname{sen} M = l \tan M, \quad l \sec Z = \text{zero}, \quad l \operatorname{sen} Z = l \tan Z \quad (\text{V. § 33}).$$

4) Differenza fra il log tan (o ctn) calcolato ed il log tan (o ctn) prossimo minore (vedi § 33 e seg.).

5) Fattore f_1 ricavato in funzione di M o di Z dalla tavoletta per l'interpolazione od eventualmente letto sulla tavola logaritmica (vedi § 33, osservazione 3ª).

6) Fattore f_2 ricavato in funzione di Z o di h_s dalla tavoletta per l'interpolazione od eventualmente letto sulla tavola logaritmica (§ 33).

7) Nei calcoli in mare si può assumere per M il valore dell'arco tavolare corrispondente al log tan tavolare prossimo minore.

M è un arco essenzialmente positivo il cui valore è compreso fra 0° e 180°, il quadrante a cui appartiene è determinato dal segno della tangente, il quale si ottiene mediante il prodotto dei segni che competono alle funzioni trigonometriche che determinano la tangente stessa.

Se tan risulta +, l'arco è nel 1° quadrante. Se risulta —, è nel 2° quadrante.

8) Si potrà assumere per Z il valore dell'arco corrispondente al log tan tavolare prossimo minore.

Il valore di Z è compreso fra 0° e 180°; il quadrante in cui giace è determinato dal segno della tangente (vedi precedente nota 7).

9) Segni delle funzioni trigonometriche; il positivo non si indichi; il negativo si indichi con n.

10) Prodotto dei segni di cui alla nota (9). Esso rappresenta il segno della tangente alla quale si riferisce il logaritmo, e stabilisce il quadrante (1° o 2°) cui appartiene l'arco. (Vedi note 7 e 8).

11) φ_s deve essere assunta positiva.

12) Se per avventura $(\varphi_s + M)$ risulta eguale a 90° esatti, si aggiungono (o si tolgono) a quest'angolo 15″ (od 1″ se si fa uso della tavola degli archi piccoli). I casi $(\varphi_s + M) = 0°$, oppure 180°, non si presentano nella pratica: presentandosi, si eviterebbe qualsiasi indecisione aggiungendo o togliendo un piccolo arco come nel caso precedente. Quando $(\varphi_s + M) > 180°$, *per la ricerca nelle tavole si tolgono* 180°, *ma, naturalmente, si attribuiscono alle funzioni relative i segni che realmente spettano alle funzioni trigonometriche dell'arco* $\varphi_s + M$.

13) L'azimut a_s si ottiene ponendo innanzi a Z il nome della latitudine e facendo seguire il nome Est od Ovest, secondo che l'angolo orario t dell'astro nello zenit stimato è $> 12^h$, o $< 12^h$ (vedi § 28).

14) Si può ricavare senza interpolazione.

Osservazione 1ª. — Anche non tenendo conto dei segni delle funzioni trigonometriche, com'è indicato nelle note 7 ed 8, si può determinare il quadrante in cui giacciono M e Z mediante le seguenti regole:

Regola per M. — Se P è minore di 6^h, quando p è maggiore di 90° anche M è maggiore di 90°; quando p è minore di 90° è anche M minore di 90°. Se P è maggiore di 6^h, è sempre M maggiore di 90°.

Regola per Z. — Se P è minore di 6^h, quando è $(\varphi_s + M)$ maggiore di 90° anche Z è maggiore di 90°, e quando è $(\varphi_s + M)$ minore di 90° è anche Z minore di 90°. Se P è maggiore di 6^h è sempre Z minore di 90°.

Osservazione 2ª. — La variazione di 15″ negli angoli, suggerita alle note 1 e 12, ha lo scopo di togliere ogni indecisione nel calcolatore poco esperto. D'altra parte, introducendo un *piccolo* errore volontario nel calcolo, si ha il vantaggio di eliminare un ragionamento dal quale può risultare un errore involontario anche *grande.*

VI. *Determinazione degli elementi della retta d'altezza ed esecuzione del grafico.* — Elementi della retta: $h - h_s$ ed a_s.

Per l'esecuzione del grafico vedi § 121 (uso del piano) e § 124 (uso della carta nautica e della carta quadrettata).

Non sempre si possiede il piano e pertanto, generalmente, si farà uso della carta di navigazione o della carta quadrettata. Si adotterà la prima nel caso in cui la determinazione sia limitata ad ottenere una sola retta di posizione (per l'impiego di una retta isolata, vedi § 130), od anche quando si voglia *fare il punto* con due rette di altezza ottenute percorrendo un *lungo cammino* fra l'una e l'altra.

Sì adotta invece la carta quadrettata (vedi fig. 123*a* e *b*) quando si vuol *fare il punto* con più rette d'altezza determinate percorrendo un *breve cammino*

fra l'una e l'altra osservazione (osservazioni quasi simultanee di astri diversi). In tal caso non bisogna dimenticare di fare i *piccoli trasporti* necessari per rendere simultanee le rette di altezza ottenute.

Noi crediamo che sia conveniente considerare il reticolato della carta quadrettata, usando il 2° criterio, descritto nella 2ª parte del § 125, col quale ogni *quadretto* è assunto a rappresentare il miglio quadrato. In mancanza di carta speciale (vedi fig. 123 *b*), si farà uso della carta quadrettata (coi quadretti a lati eguali) dello stesso quaderno dei calcoli.

Quando poi sulla carta quadrettata siasi ottenuto il punto, si trasporterà il punto stesso sulla carta di navigazione.

(Per la determinazione del punto con tre o più rette d'altezza o per l'eventuale impiego della bisettrice, vedi § 143 e seg.).

Si richiama tutta l'attenzione del navigante sulla *necessità di fare il grafico con la maggiore esattezza possibile*. Difatti, benchè possa parere inutile, non è inopportuno ricordare che l'operazione geometrica del grafico è, come il calcolo numerico che la precede, *parte sostanziale* della determinazione del punto con retta d'altezza, e che pertanto la precisione del grafico è complemento necessario della precisione del calcolo.

Due esempi di determinazione di retta d'altezza

Enunciato dell'esempio 1°. — (Retta d'altezza con osservazione di Stella).

Verso le 4^h55^m antimeridiane del 22 Agosto 1914 (data civile, tempo di bordo regolato sul meridiano 1^h Est)

$$\varphi_s = 41^\circ 10 \text{ Nord} \qquad \lambda_s = 11^\circ 17' \text{ E. Greenwich}$$

si è osservata la seguente altezza di α Aurigae (Capella)

$$h_{i*} = 62^\circ 22' 30'' \ (\gamma = +1'; \text{ elev.} = 8 \text{ metri})$$
$$t_o = 4^h 40^m 26^s \ (t_c - t_o = -30^m 01^s,5\,;\ K = -15^m 06^s)..$$

Determinare gli elementi della retta d'altezza.

Enunciato dell'esempio 2°. — (Retta d'altezza con osservazione di Sole).

Verso le 10^h50^m antimeridiane dell'11 Gennaio 1914 (data civile, tempo di bordo regolato sul meridiano 11^h Est)

$$\varphi_s = 22^\circ 57' \text{ Sud} \qquad \lambda_s = 169^\circ 25' \text{ E. Greenwich}$$

si è osservata la seguente altezza di Sole (lembo inferiore)

$$h_i \underline{\odot} = 76^\circ 06' 20'' \ (\gamma = -30''; \text{ elev.} = 9 \text{ metri})$$
$$t_o = 10^h 58^m 11^s \ (t_c - t_o = +42^m 15^s\,;\ K = +9^m 46^s).$$

Determinare gli elementi della retta d'altezza.

Risoluzione dell'esempio 1° (*Altezza di Stella*)

Determinazione delle coordinate orarie del meridiano stimato e correzione dell'altezza

Tempi		Elementi delle Effemeridi	Altezza osservata
t_m app.	16^h55^m (21 Ag.)	Dalle Effemeridi,	h_{i*} 62°22',5
$-\lambda$	-1^h00	per la data prossima	$-\gamma$ — 1
T_m app.	15^h55^m (21 Ag.)	si ha per α Aurigae	h_{o*} 62 21,5
		α_* $5^h10^m24^s,4$	C — 5,6
$-t_o$	$4^h40^m26^s$	δ_* 45°54',8 Nord.	h 62°15',9
t_c-t_o	— 30 01,5		
t_c	4 10 24,5	p 44°05',2	
K	— 15 06		
T_m	15 55^m18,5 (21 Ag.)		
$(14^h)\alpha_m$	9 58 09,3		
	9,9		
	9,0		
T_s	1 53 46,7		
$-\alpha_*$	— 5 10 24,4		
T_*	20 43 22,3		
$+\lambda_s$	+ 45 08		
t_*	$21^h28^m30^s,3$		
P	$2^h31^m29^s,7$ (astro ad E.)		

Determinazione dell'altezza e dell'azimut nello zenit stimato

P	$2^h31^m30^s$	cos 9,89727	tan 9,89086		cosc 0,21187
p	44°05'15"	tan 9,98616			cosc 0,15754
M	37 24	tan 9,88343	sen 9,78346		
φ_s	41 10	41	pp 1		
$\varphi_s + M$	78 34	2	sec 0,70284	ctg 9,30587	
Z	67 14 15		tan 0,37717	sec 0,41239	sen 9,96479
			17	pp 0	pp 0
h_s	62°24'15"		0	ctg 9,71826	cos 9,66580
				25	pp 1
				1	0,00001

$$\left.\begin{array}{l} a_s = \text{N } 67°14' \text{ E} = 67°14' \\ h - h_s = 62°15',9 - 62°24',3 = -8',4 \end{array}\right\} \text{elementi della retta d'altezza.}$$

Risoluzione dell'esempio 2° (Altezza di Sole)

Determinazione delle coordinate orarie nel meridiano stimato
e correzione dell'altezza.

Tempi	Elementi delle Effemeridi	Altezza osservata
t_m app 22^h50^m (10 Gen.)	10 Gen. 10^h. ε_m $7^m38^s,0$ (—)	h_i ☉ $76°06',3$
— λ app — 11	add. ($1^s,02 \times 1,8$) 1,8	— γ + 0,5
T_m app 11^h50^m (10 Gen.)	ist. oss. ..... ε_m $7^m39^s,8$ (—)	h_o ☉ 76 06,8
		1ª Corr. + 10,5
t_o $10^h58^m11^s$	10 Gen. 10^h. δ☉ $21°39',0$ S	76 17,3
$t_c - t_o$ + 42 15	sott. ($0,36 \times 1,8$) 0,6	2ª Corr. + 0,3
t_c 11 40 26	ist. oss. ..... δ☉ $21°58',4$ S	h $76°17',6$
K + 9 46	p $68°01',6$	
T_m 11 50 12 (10 Gen.)		
ε_m — 07 39,8 (= — ε_v)		
T_v 11 42 32,2		
+ λ_s + 11 17 40		
t_v $23^h00^m12^s,2$		
P $59^m47^s,8$ (ast. ad E.)		

Determinazione dell'altezza e dell'azimut nello zenit stimato.

P	$0^h59^m48^s$	cos 9,98505	tan 9,42653		cosc 0,58842
p	68°01'30"	tan 0,39414			cosc 0,03276
M	67 19 45	tan 0,37919	sen 9,96508		
φ_s	22 57	12	pp 1		
φ_s + M	90 16 45	7	sec $2,31226_n$	ctg 7,68774	
Z	91 08		tan $1,70388_n$	sec 1,70379	sen 9,99992
			71	pp 17	pp 0
h_s	76°09'30"		17	ctg 9,39170	cos 9,37883
				63	pp 6
				7	9,99999

a_s = S 91°08' E = 88°52' }
$h - h_s$ = 76°17',6 — 76°09',5 = + 8',1 } elementi della retta d'altezza.

Esempio di grafico su carta quadrettata (fig. 174). (Due rette di altezza quasi simultanee).

Punto stimato, $Z_s \begin{cases} \varphi_s \ 38°20' \text{ Nord} \\ \lambda_s \ 18°17' \text{ E. Greenwich.} \end{cases}$

Siasi ottenuto:

retta d'altezza di Castore, $h - h_s = + 8',5$, $a_s = 63°$ (oss. alle 5^h10^m a.m.)
» » » Luna $h - h_s = - 4',4$, $a_s = 137°,6$ (» » 5^h20^m »).

Velocità oraria della nave = miglia 15; Rotta vera = 32°.

(In conseguenza il percorso della nave nell'intervallo fra le osservazioni è 2,5 miglia).

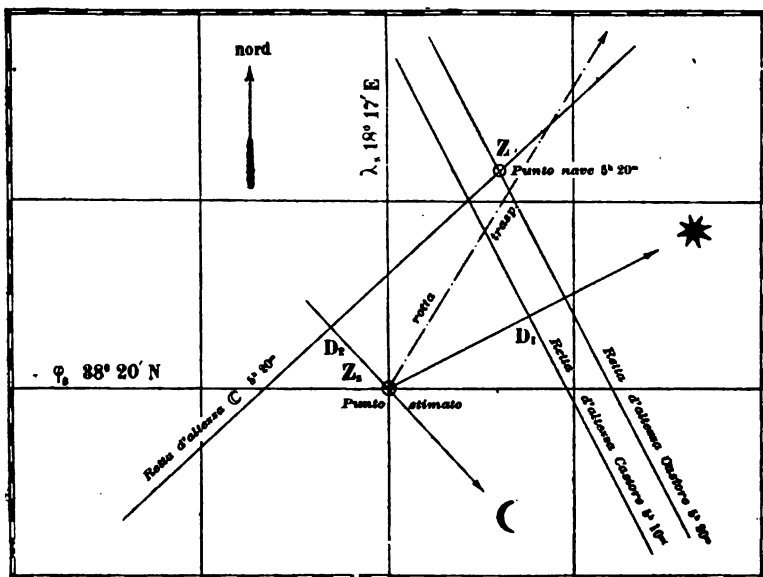



Fig. 174.

Il punto nave Z, alle 5^h20^m a.m., ottenuto graficamente, si trova ad Est del meridiano stimato miglia 6,2, ed a Nord del parallelo stimato miglia 11,4. Questi dati sono sufficienti per trasportare il punto nave sulla carta di navigazione. (Eventualmente si potrebbe anche far uso della distanza e del rilevamento di Z da Z_s).

Volendosi determinare le coordinate di Z, si ha:

φ_s	38°20′	Nord	λ_s	18°17′	Est
$\Delta\varphi$	11,4	Nord; $\Delta\lambda = 6{,}2 \times \sec\varphi$		7,9	Est
φ	38°31′,4		λ	18°24′,9	Est.

§ 191. **L'atterraggio.** — L'atterraggio, dopo una lunga navigazione di altura, è operazione molto delicata; in essa trovano impiego tanto i metodi della navigazione astronomica quanto quelli della navigazione costiera, separatamente od anche promiscuamente.

La posizione determinata coi metodi della navigazione astronomica dà le prime direttive per l'atterraggio. Un buon punto astronomico, fatto quando la costa è ancora sottratta alla nostra vista e sono prossimi i pericoli della terra, dà le norme fondamentali per tutte le seguenti operazioni. In questo caso è necessario ottenere un punto sicuro, e quindi, potendolo, si dovranno determinare quattro rette di altezza nelle migliori condizioni.

Nelle operazioni di atterraggio hanno importanza grandissima la direzione, il tempo e la zona scelti per l'atterraggio; a determinarli occorrono molti svariati elementi, come la configurazione costiera, i pericoli, le condizioni dei segnali, fari, ecc. ecc., nonchè eventualmente, le condizioni meteorologiche, la posizione del Sole, ecc. ecc. [1].

Si comprende come, determinata la direzione dell'atterraggio sia molto utile la determinazione di una linea di posizione in quella medesima direzione. Una bisettrice può essere preziosissima e talvolta sufficiente a condurre con sicurezza tutte le operazioni di atterraggio. È ovvio ricordare che per ottenere una bisettrice di tal fatta, basta osservare due astri in azimut simmetrici rispetto alla direzione prestabilita, e sufficientemente distanti fra loro. Non potendosi fare altrimenti, può anche servire una sola retta di altezza osservata in azimut normale alla direzione di atterraggio prestabilita. Ricordiamo però che per l'eventuale errore sistematico di depressione, la retta di altezza isolata è una linea di posizione che può essere affetta da notevole errore, e quindi non dovrà porsi in essa eccessiva fiducia.

L'*atterraggio in latitudine* era usato anticamente quando i cronometri non erano così perfetti come quelli attuali, ed eventualmente si usa tuttora quando non si possegga un buon sistema di cronometri che dia affidamento di esatta conservazione del tempo del primo meridiano.

L'atterraggio per latitudine, come dice la stessa parola, è quello che si fa seguendo una rotta coincidente col parallelo del punto d'arrivo o di riconoscimento della rotta. Noi sappiamo che l'errore sul cronometro influisce soltanto sulla longitudine del punto astronomico

(1) L'atterraggio col Sole di prora avviene in condizioni poco vantaggiose perchè, specialmente se il Sole è basso, si è abbagliati dal riflesso delle acque. Nel medesimo tempo la visibilità della costa è minore che non quando il Sole è alle spalle.

e niente affatto sulla latitudine (vedi § 136). Parimenti una retta d'altezza coincidente col parallelo, ossia ottenuta con osservazione meridiana, è indipendente da qualsiasi errore di cronometro. Perciò quando per mezzo della *stima* si giudica di essere prossimi alla regione di atterraggio, si determina il *parallelo di posizione* della nave, ed ove questo, come accadrà generalmente, non coincida con quello del punto di atterraggio si dirigerà la nave per la rotta Nord o Sud, in modo da trasportare la linea di posizione fino a renderla coincidente col parallelo del luogo che si vuole raggiungere. In tali condizioni dirigendo per Est o per Ovest, la nave arriverà in vista del punto prestabilito. Naturalmente se il parallelo del luogo di arrivo passasse in vicinanza di pericoli, si sceglierebbe quello di un altro punto prossimo, al quale corrisponda una rotta più sicura.

Come conclusione diremo che le varie circostanze di tempo e di luogo, in cui avviene l'atterraggio, possono dar luogo ad una grande quantità di combinazioni di rotte d'atterraggio, e la ricerca di queste si impone ad ogni ufficiale di rotta.

Nell'atterraggio può essere eventualmente utile l'impiego combinato di linee di posizione astronomiche con linee di posizione terrestri.

La delicatezza e l'importanza dell'operazione impongono imperiosamente all'ufficiale di rotta di non trascurare nessuno dei mezzi disponibili per determinare la posizione della nave e per condurre in modo sicuro la navigazione [1]. È inutile aggiungere che, riconosciuti con certezza la costa ed i suoi punti più cospicui, la navigazione sarà condotta con i metodi della navigazione costiera.

---

[1] La natura del fondo marino (ad es. qualità colore ecc. del fango) dà indicazioni preziosissime per il navigante. Difatti essa serve a definire delle *superfici di posizione* nelle quali si trova certamente la nave.

CAPITOLO XXI

Notizie storiche sulla retta d'altezza
Formule e metodi speciali per la determinazione degli elementi della retta di altezza

---

§ 192. **Notizie storiche.** — Inventore delle rette d'altezza fu il capitano Thomas H. Summer, degli Stati Uniti d'America, e la scoperta avvenne per caso fortunato dovuto a particolari circostanze di navigazione.

Verso le 10 $^1/_2$ antimeridiane del 17 Dicembre 1837 la nave di Summer, proveniente da Charleston e diretta a Greenock, si trovava

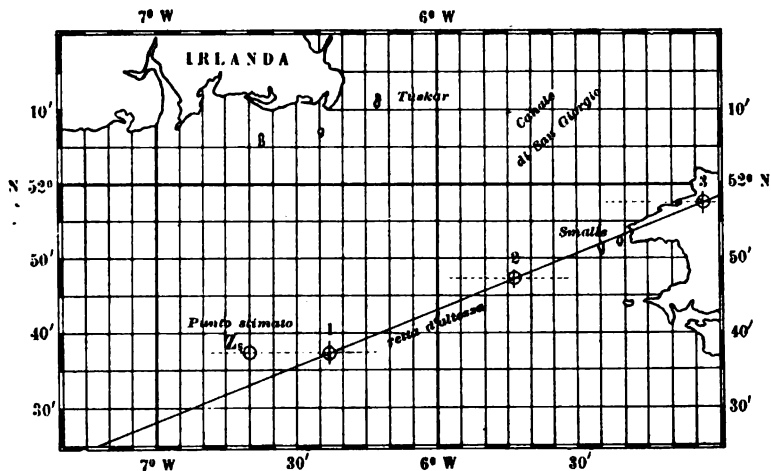



Fig. 175.

a poca distanza dal Canale di S. Giorgio (Mare d'Irlanda). La stima la poneva a circa 40 miglia dal faro di Tuskar (Costa S. E. d'Irlanda) e precisamente in $\varphi_s = 51°37'$ Nord, $\lambda_s = 6°40'$ W Gr. (vedi fig. 175). La nave aveva percorso circa 700 miglia senza osservazioni astrono-

miche, e solamente alcuni scandagli confortavano i risultati della stima. In cattive condizioni di tempo il Summer misurò un'altezza di Sole. Seguendo i metodi di navigazione allora in uso, fece una determinazione di longitudine col cronometro (§ 152), ed all'uopo adoperò la latitudine stimata, dianzi riferita. La longitudine calcolata differiva di circa 15′ da quella stimata: pareva adunque che il punto ottenuto (punto 1 della fig. 175) si accordasse sufficientemente con la stima. Tuttavia il Summer riteneva prudente ripetere il calcolo usando *la stessa altezza* ma assumendo successivamente due valori di φ diversi da φ_s. I due punti ottenuti con $\varphi = \varphi_s + 10'$ e $\varphi = \varphi_s + 20'$ (punti 2 e 3 della fig. 175) risultano in linea retta col primo (corrispondente a $\varphi = \varphi_s$) e distanti da questo circa 27 e 2×27 miglia, rispettivamente; di più questa retta passava per il battello fanale di Small. Allora il Summer giudicò che tal retta era un luogo di posizione della nave, che in essa si trovavano tutti i punti nei quali nell'istante di osservazione l'altezza del Sole era identica a quella da lui misurata e che perciò seguendola, avrebbe con sicurezza raggiunto il fanale di Small. Diresse difatti per E. N. E. vero, ossia lungo la retta ottenuta e, trascorsa un'ora circa, avvistò a poca distanza il fanale per E. N. E. $\frac{1}{2}$ qE.

Le considerazioni dei §§ 116 e 118 spiegano all'evidenza i risultati del Summer. La terna dei punti ottenuti variando φ e mantenendo costante h, appartiene al *cerchio d'altezza h*, e, data la piccolissima curvatura della linea che rappresenta sulla carta il segmento di tal cerchio compreso fra i punti 1 e 3, le tre posizioni risultano sensibilmente in linea retta. In altri termini il Summer determinò la linea di posizione per punti, e così continuarono a fare il Summer stesso nelle sue successive navigazioni e tutti coloro che con lui ebbero fede nell'utilità del metodo ([1]). Fino a pochi anni or sono si insegnava ancora il metodo Summer con le seguenti modalità.

([1]) Il metodo fu descritto dal Summer in un opuscolo edito per la prima volta a Boston nel 1843 (A new and accurate method of finding a ship's position at sea by projection on Mercator chart).

Poichè i cerchi d'altezza corrispondenti a diversi valori di h nel medesimo istante sono circoli minori della sfera che hanno comune il polo (punto astrale), e quindi paralleli fra loro, il Summer diede al cerchio d'altezza il nome di *parallelo di uguale altezza*, e, per ragioni facilmente spiegabili, chiamò il punto astrale *polo d'illuminazione*.

Abbiamo desunta la descrizione della scoperta dal citato opuscolo del Summer e riteniamo non privo di interesse riferire i dati completi d'osservazione.

$$\varphi_s = 51^\circ 37' \text{ N}, \qquad \lambda_s = 6^\circ 40 \text{ W Gr.}$$

Altezza misurata, corretta dell'errore d'indice $12^\circ 02'$ (lembo inf.).

Tempo medio di Greenwich (astronomico) $22^h 47^m 13^s$, 16 Dicem. 1837.

Elevazione dell'occhio 17 piedi (metri 5,2 circa),

Si facciano due calcoli di longitudine (§ 152) usando la stessa altezza ed assumendo due diversi valori di φ e precisamente

$$\varphi' = \varphi_s - 10', \quad e \quad \varphi'' = \varphi_s + 10'.$$

Se λ' e λ'' sono le due longitudini così ottenute, i punti

$$\varphi' \lambda', \quad e, \quad \varphi'' \lambda''$$

appartengono al cerchio d'altezza e la loro congiungente sulla carta è la retta d'altezza.

Si osservò subito (e nella 3ª edizione della stessa opera del Summer si fa cenno di tale proprietà) che il luogo di posizione considerato è normale al verticale di osservazione (§ 115), e che pertanto, data la forma sensibilmente rettilinea del luogo medesimo, questo risulta definito quando siansi determinati un suo punto e l'azimut d'osservazione. Le modalità da seguirsi in tal caso sono le seguenti:

Con l'altezza misurata si facciano un calcolo di longitudine (§ 152) ed un calcolo di azimut (§ 37 e 178) usando, per ambo i calcoli, il valore φ_s della latitudine stimata. Siano λ ed a gli ottenuti valori della longitudine e dell'azimut. Il punto di coordinate $\varphi_s \lambda$ appartiene alla linea di posizione. Per tale punto si conduca una retta in direzione normale all'azimut a, ossia orientata per $a \pm 90^0$: questa è la cercata retta d'altezza. È conveniente fare il calcolo di angolo orario e di azimut col sistema di formule Magnaghi (§ 39).

Questo secondo procedimento è noto sotto il nome di *Metodo Johnson*.

La « Connaissance des Tems » del 1837 dà per δ☉ ed ε_m i seguenti valori:

A mezzodì medio di Parigi ($\lambda = 9^m 20^s,9$ Est Gr.)

Data	declinazione	equazione del tempo medio
16 Dicembre	23°20′39″,5 S	+ 4m04s,47
17 »	23 23 00 ,7 »	+ 3 34 ,05.

Fatte le opportune riduzioni e correzioni, i dati d'osservazione (arrotondati) risultano

Altezza vera = 12°10′; declinazione = 23°23′ S

equazione del tempo medio + 3m35s.

Giova riconoscere che la scoperta del Summer non trovò immediatamente tutto il favore che si meritava: vi si opponeva il misoneismo che fu sempre istituzione umana e, giova pur confessarlo, particolarmente, marinara. La sua importanza non sfuggì tuttavia alla mente esatta di alcuni ed amiamo citare l'opinione espressa al Summer dal Maury (il fondatore della Meteorologia marittima) in una lettera diretta al Summer nel 1843, e riferita nell'opuscolo citato.

« *It may be considered* (il trovato del Summer) *as the commencement of a new era in pratical navigation* ». Tuttavia nel diffusissimo *Cours d'Astronomie nautique* dell'astronomo Faye, edito nel 1880, si legge ancora; « *Il n'y a donc* (nel metodo Summer), *quand on envisage seulement le résultat, aucune idée nouvelle, aucune economie de temps ou de calcul, mais un résultat moins exacte* ». E più oltre: « *Nous ne saurions donc le considerer comme un progres réel destiné à soulager les marins à qui incombent tant de devoirs et d'obbligations variées* ».

Venne in ultimo, e per i suoi pregi si impose all'uso generale il metodo da noi seguìto, dovuto al francese Capitano di Fregata Marq de Blond de Saint Hilaire [1].

§ 193. **Tipi di calcolo.** — I moderni metodi della navigazione astronomica hanno trovato per i loro pregi intrinseci tanto favore che molti studiosi hanno cercato e proposto delle soluzioni nuove allo scopo di rendere più rapido e sicuro il calcolo degli elementi h_s ed a_s necessari per il tracciamento della retta d'altezza.

Il sistema di formule adottato nel corso del presente studio fu adottato fin dal tempo in cui il Comandante S.t Hilaire ideò il metodo delle rette d'altezza oggidì generalmente usato. Difatti le troviamo riferite nella eccellente opera " Nouvelle Navigation Astronomique " di Villarceau e Magnac (1877).

Giova ricordare che, per un esagerato attaccamento ai metodi tradizionali dell'astronomia, e forse anche per un male inteso senso di nazionalismo, non fu subito universalmente riconosciuta l'eccellenza del procedimento Saint Hilaire.

Alla Marina Francese spetta il merito di averlo, prima fra tutte, divulgato, mettendone in evidenza i pregi e ricercandone le soluzioni migliori e più pratiche. Oggi il metodo è imposto a tutti i naviganti, vincendo il misoneismo dei tradizionalisti.

I metodi ideati finora per trovare i due elementi h_s ed a_s, necessari al tracciamento della retta di altezza, sono così numerosi che la completa e ragionata enumerazione importerebbe opera lunga e faticosa. Tale enumerazione, per quanto possa essere utile per aprire le idee a nuovi orizzonti e possa servire di incitamento ed aiuto a tentare nuove e più semplici soluzioni introdurrebbe nell'insegnamento della nautica una " *casistica delle soluzioni* ", che potrebbe nuocere alla chiarezza delle idee almeno quanto la " *casistica dei metodi* " della vecchia nautica. Perciò noi ci limiteremo ad un cenno delle soluzioni più comunemente adottate dai naviganti.

---

[1] Il S.t Hilaire espose il suo metodo in uno studio pubblicato nel Tomo 46 della « Revue Maritime » (Agosto 1875). La prima applicazione del metodo, detta dall'autore del *punto raccostato* (point rapproché), fu fatta da lui stesso nel 1874 durante una campagna della nave scuola « Renommée ». Il punto raccostato è quello che noi chiamiamo punto determinativo. La causa di tale denominazione è dovuta al fatto che il punto determinativo del luogo di posizione è necessariamente più vicino al vero punto nave che non la posizione stimata e come tale può essere assunto, quando si faccia una sola osservazione di altezza, come punto *più probabile*. Giova tuttavia notare che questo concetto di maggiore probabilità è relativo al punto stimato, e la considerazione del punto raccostato *in sè* non può mai fornire una base sicura alla condotta della navigazione. A tal fine bisogna sempre considerare la retta d'altezza condotta per esso.

Per quanto ha relazione coi tipi di calcolo, ci occuperemo soltanto della determinazione indipendente dell'altezza stimata che fu sempre oggetto delle maggiori ricerche, ritenendosi che l'azimut, che non è necessario conoscere con precisione pari a quella dell'altezza, possa con maggior semplicità determinarsi mediante apposite tavole (§ 181) o diagrammi.

§ 194. **Formule per il calcolo dell'altezza stimata.** — (Per semplicità, nella seguente discussione useremo i simboli h e φ in luogo di h_s e φ_s).

La soluzione diretta, ossia ottenuta con l'uso dei valori naturali, della formula fondamentale

$$\text{sen} h = \text{sen}\,\varphi\,\text{sen}\,\delta + \cos\varphi\cos\delta\cos P$$

non è pratica perchè richiede tre moltiplicazioni.

Fra le varie soluzioni pratiche citiamo le seguenti.

1ª Soluzione. — Si calcolino separatamente i logaritmi dei due termini del 2º membro della formula fondamentale e si passi ai numeri corrispondenti: la somma *algebrica* di questi dà il valore naturale di sen h. In altri termini si ha

$$(1)\qquad \begin{array}{l} \text{sen}\, h = \text{numero corrispondente a } (\log\text{sen}\,\varphi + \log\text{sen}\,\delta) \\ \quad + \quad \text{,,} \qquad\qquad \text{,,} \qquad\quad \text{,, } (\log\cos\varphi + \log\cos\delta + \log\cos P) \\ \qquad\qquad\qquad\qquad (\text{somma algebrica!}) \end{array}$$

Questa soluzione richiede adunque l'uso di 3 tavole: 1º) tav. del log delle funzioni trig.; 2º) tav. dei log dei numeri; 3º) tav. dei valori naturali delle funzioni trig. Sono tuttavia tavole di uso comune, e questa circostanza unita alla grande semplicità delle operazioni richieste, ci fa preferire questa soluzione alle altre che esporremo. Le norme pratiche formeranno oggetto di un prossimo paragrafo [1].

2ª Soluzione. — Per mezzo delle formule di prostaferesi (vedi nota 1 del § 30) la formula fondamentale può essere trasformata nella seguente (vedi formula 3 del § 30)

$$(2)\qquad \text{sen}\, h = \frac{1}{2}\left\{\left[\text{sen}(p+\varphi) - \text{sen}(p-\varphi)\right] + \left[\text{sen}(p+\varphi) + \text{sen}(p-\varphi)\right]\cos P\right\}$$

[1] Vediamo suggerita questa soluzione nel LEDIEU, *Nouvelles Méthodes de Navigation*. Paris, Ed. Dunod, 1877, pag. 8. Essa è nota presso di noi col nome di « Metodo Francese » perchè ha figurato per molto tempo nei tipi di calcolo della Scuola Navale di Brest.

la cui soluzione diretta, ossia ottenuta con l'uso dei valori naturali, richiede una sola moltiplicazione. D'altra parte una tavola di seni naturali (con almeno 5 cifre decimali), anche se fatta col passo di 1', si può condensare in poche pagine. Per questi motivi tale metodo ha molti fautori (1).

ESEMPIO

$\varphi = 44°56'$ S, $\delta = 12°38'$ S, $P = 1^h06^m08^s$, $p = 90° - \delta = 77°22'$.

p	77°22'		
φ	44 56		
$p + \varphi$	122 18	sen	0,84526
$p - \varphi$	32 26	sen	0,53632
$\text{sen}(p+\varphi) - \text{sen}(p-\varphi)$			0,30894 A
» + »			1,38158 ×
P	$1^h06^m08^s$	cos	0,95865
		prodotto	1,32445 B
	A + B		1,63339
$h = 54°45',3$	$\frac{A+B}{2}$		$0,81669 = \text{sen } h$.

3^a *Soluzione.* — Ad operazioni analoghe a quelle adottate per la 1^a soluzione si presta la formula dei senoversi (vedi formula 4 del § 30 e nota 3).

$$\text{ver } z = \text{ver}(\varphi - \delta) + \text{ver P} \cos\varphi \cos\delta \tag{3}$$

Si ha difatti

$$\text{ver } z = \text{ver}(\varphi - \delta) + \text{numero corrispondente a} \left[\log \text{ver P} + \log\cos\varphi + \log\cos\delta\right] \tag{3a}$$

Questa soluzione richiede l'uso di tre tavole: 1°) tav. dei log delle funzioni trig., compresi i mezzi senoversi; 2°) tav. dei log. dei numeri; 3°) tav. dei valori naturali dei mezzi senoversi (per la voluta approssimazione occorrono almeno 5 decimali). Tuttavia la tavola dei log dei numeri può essere eliminata con un'opportuna disposi-

(1) Questa soluzione è suggerita dal MAGNAGHI, *Tavole e formule nautiche*, Genova, 1877, pagina XXVI. Il Magnaghi fu presso di noi il più strenuo e, forse il primo fautore dell'uso delle funzioni naturali nei calcoli nautici. Sull'impiego delle funzioni naturali vedi memoria del prof. PESCI, *Sull'uso e sulle tavole dei valori naturali delle funzioni trigonometriche*, in « Periodico di Matematica » vol. XXI, fasc. V-VI, 1906.

zione (¹). La funzione ver è essenzialmente positiva ed ha valori compresi fra 0 e $+1$; lo stesso dicasi delle quantità $\cos\varphi$ e $\cos\delta$. Perciò il prodotto $\mathrm{ver}\,P\cos\varphi\cos\delta$ si può fare uguale al mezzo senoverso di un angolo ausiliario A, ossia

$$\boxed{\mathrm{ver}\,A = \mathrm{ver}\,P\cos\varphi\cos\delta} \tag{3b}$$

e, per la (3)

$$\boxed{\mathrm{ver}\,z = \mathrm{ver}\,A + \mathrm{ver}\,(\varphi - \delta)} \tag{3c}$$

Suppongasi di avere: 1°) una tavola di log coseno; 2°) una tavola di log e di valori naturali dei mezzosenoversi così disposta che il log ed il valore naturale corrispondente sieno affacciati in due diverse colonne, come nel seguente esempio:

arco	log ver	val. nat. ver
28°30′	8,78241	0,06059
31	78291	066
32	78341	073

Le due tavole ora citate sono sufficienti per risolvere le (3*b*) e (3*c*), e le operazioni necessarie sono le seguenti:

a) Determinare log ver A

$$\log\mathrm{ver}\,A = \log\mathrm{ver}\,P + \log\cos\varphi + \log\cos\delta.$$

b) Nella tavola dei mezzisenoversi cercare il corrispondente vavalor naturale ver A in funzione di log ver A.

c) Nella medesima tavola cercare il valore naturale di $\mathrm{ver}\,(\varphi - \delta)$ in funzione di $\varphi - \delta$.

d) Sempre nella stessa tavola ricercare l'arco z corrispondente al valor naturale $\mathrm{ver}\,z$ ottenuto mediante la somma

$$[\mathrm{ver}\,A + \mathrm{ver}\,(\varphi - \delta)].$$

Il vantaggio più cospicuo di queste formule proviene dal fatto che le funzioni che vi figurano sono sempre positive, e ciò evita gli errori di segno nei calcoli. Così, ad es., l'operazione indicata nel 2° membro della (3*c*) è sempre una somma aritmetica. Si deve badare

(¹) Una disposizione di tavole analoga a quella che ora descriveremo si può anche adottare per la 1ª soluzione contemplata in questo paragrafo. Fu difatti proposta ed attuata; le tavole ebbero tuttavia scarsa diffusione.

ai segni unicamente nella determinazione della differenza *algebrica* $(\varphi - \delta)$: si fa cioè la differenza dei valori di φ e di δ se queste coordinate hanno lo stesso nome, e si farà invece la somma se hanno nomi contrari [1].

ESEMPIO

$\varphi = 21^{\circ}10'$ N, $\delta = 7^{\circ}29',2$ N, $P = 5^h35^m38^s,3$

P	$5^h35^m38^s,3$	. . . .	l ver 9,65025		
φ	$21^{\circ}10'$ N	. . . .	l cos 9,96966		
δ	$7^{\circ}29',2$ N	. . . .	l cos 9,99629		
			l ver A 9,61620 .	. ver A	0,41325
$\varphi - \delta$	$13^{\circ}40',8$	. . . .		. ver $(\varphi - \delta)$	0,01418
z	$81^{\circ}39',2$	. . . .		. ver (z)	0,42743
h	$8^{\circ}20',8$				

4ª *Soluzione.* — Consideriamo la formula (4^{bis}) del § 30.

$$\text{(4)} \qquad \boxed{\text{ver } z = \text{ver }(p - c) + \{\text{ver }(p + c) - \text{ver }(p - c)\} \text{ ver P}}$$

(c è la colatitudine, ossia il complemento a 90° della latitudine). Questa formula può essere risolta con artifizio analogo a quello adottato per la precedente soluzione. Serve all'uopo la tavola dei mezzi senoversi naturali e logaritmici descritta poc'anzi.

Tuttavia noi riteniamo che la formula stessa sia, più di ogni altra (compresa la 2 della 2ª soluzione) atta al calcolo con i *soli valori naturali* (Tavola dei mezzi senoversi naturali con 5 cifre decimali, estesa da 0° a 180°) [2].

---

(1) Sono ordinate per il calcolo qui indicato le seguenti tavole (a 5 decimali).

DAVIS, *Requisite tables*. Londra, Ed. Potter, 1905.

INMAN-HALL, *Nautical Tables*. Londra, Ed. Potter, 1906.

PES, *Le rette d'altezza*. Genova, Ed. Tip. Sordomuti, 1911.

Citiamo ancora le brevissime tavole ordinate allo stesso scopo e particolarmente atte a calcoli speditivi (4 decimali).

W. HALL, *Appendix to Raper's practice of navigation*. Londra, Ed. Potter, 1913.

La più grande tavola dei mezzosenoversi naturali e logaritmici, di cui abbiamo notizia è quella del Generale HANNYNGTON, *Haversines natural and logarithmic*. Londra, Ed. Eyre and Spottiswoode, 1876. La tavola dei mezzosenoversi naturali ha il passo di 10″ con 7 decimali e con argomento in arco ed in tempo. Quella dei log ha il passo di 15″ (5 dec. fino a 11°15′, 6 dec. da 11°15′ a 36°15′ e 7 dec. da 36°15′ in poi), con argomento in arco ed in tempo.

In Inghilterra (e lo diciamo per evitare equivoci) il senoverso ed il mezzosenoverso si chiamano rispettivamente *versed* (o *versine*) ed *haversine*.

In alcune pubblicazioni tedesche il mezzosenoverso è indicato con *sem* (semiversus).

(2) Servono all'uopo le tavole del Davis e quelle di Inman-Hall citate nella nota (1) della pag. precedente.

La formula (4) dove figurano solamente mezzisenoversi è stata proposta da H. B. GOODWIN (vedi memoria di questo autore nel periodico *U. S. Naval Institute Proceedings*. Vol. 36, 1910. *The Haversine in Nautical Astronomy*).

Sull'uso del senoverso e mezzosenoverso nei calcoli nautici vedi memoria del prof. PESCI, *Il senoverso* in « Periodico di Matematica », Sett. 1908. (Livorno, Ed. Giusti).

Diamo un esempio di quest'ultima soluzione, adoperando gli stessi dati dell'esempio relativo alla seconda soluzione.

ESEMPIO

$\varphi = 44°56'$ S, $\delta = 12°38'$ S, $P = 1^h 06^m 08^s$, $c = 45°04'$, $p = 77°22'$

p	77°22'		
c	45 04		
$p+c$	122 26		ver 0,76816
$p-c$	32 18 . .	ver 0,07737 . .	ver 0,07737
			diff. 0,69079 ×
P	$1^h 06^m 08^s$		ver 0,02067
		0,01428	0,01428
z	35°14',7	somma 0,09165 = ver z	
h	54°45',3		

5ª e 6ª Soluzione. — Riferiamo finalmente due sistemi di formule logaritmiche

$$\text{(5)} \qquad \begin{array}{|l|} \hline \text{sen } A = \text{sen } \frac{P}{2} \sqrt{\cos\varphi \cos\delta \sec(\varphi-\delta)} \\ \text{sen } h = \cos(\varphi-\delta)\cos 2A \\ \hline \end{array}$$ [1]

(A è un angolo ausiliario positivo che si assume sempre $< 90°$).

---

[1] Il sistema (5) fu volgarizzato presso di noi col nome di Bourdon che lo propose nella « Revue Maritime » del 1886 (vedi Oss. 1ª del § 33), ma lo troviamo dimostrato in un opuscoletto di FRANÇOIS CALLET, *Supplément a la Trigonométrie sférique et a la Navigation de Bezout*. Paris, Didot, 1798 pag. 43. Ecco la dimostrazione:

Formula fondamentale $\text{sen } h = \text{sen } \varphi \text{ sen } \delta + \cos\varphi \cos\delta \cos P$.

Sostituiamo a cos P l'equivalente $1 - 2 \text{ sen}^2 \frac{P}{2}$

$$\text{sen } h = \text{sen } \varphi \text{ sen } \delta + \cos\varphi \cos\delta - 2\cos\varphi \cos\delta \text{ sen}^2 \frac{P}{2}$$

$$\text{sen } h = \cos(\varphi-\delta)\left[\frac{1 - 2\cos\varphi\cos\delta \text{ sen}^2 \frac{P}{2}}{\cos(\varphi-\delta)}\right].$$

Pongasi

$$\text{sen}^2 A = \frac{2\cos\varphi\cos\delta \text{ sen}^2 \frac{P}{2}}{\cos(\varphi-\delta)}$$

e si avrà

$$\text{sen } h = \cos(\varphi-\delta)(1 - \text{sen}^2 A) = \cos(\varphi-\delta)\cos 2A.$$

La soluzione richiede l'uso di tavole a 5 decimali (almeno).

(6)
$$\boxed{\begin{aligned} &\text{sen B} = \cos\frac{P}{2}\sqrt{\text{sen } c \text{ sen } p} \\ &\text{sen}\frac{z}{2} = \sqrt{\text{sen}\left(\frac{c+p}{2}+B\right)\text{sen}\left(\frac{c+p}{2}-B\right)} \end{aligned}}$$ [1]

(B è un angolo ausiliario positivo che si assume sempre $< 90^\circ$; c è la colatitudine ossia il complemento a 90° della latitudine). La soluzione richiede l'uso di tavole a 5 decimali (almeno).

ESEMPIO (sistema 5). — $\varphi = 5°16'$ S, $\delta = 52°38'$ S, $P = 1^h18^m34^s$

φ	5°16' S	. . . . l cos	9,99816		
δ	52°38' S	. . . . l cos	9,78313		
$\varphi - \delta$	47°22'	. . . . . . l sec	0,16922	. . l cos	9,83078
		somma	19,95051		
		$\frac{1}{2}$ »	9,97525		
$\frac{P}{2}$	$0^h39^m17^s$	. . . . l sen	9,23190		
A	9°16',3	. . . . . . l sen	9,20715		
2A	18°32',6	. . . .		l cos	9,97683
h	39°57'	. . . .		l sen	9,80761

[1] Il sistema (6) fu proposto da Mollweide e lo troviamo dimostrato da Delambre nella « Connaissance des Tems » del 1820.

Formula fondamentale: $\cos z = \cos c \cos p + \text{sen } c \text{ sen } p \cos P$.

Sostituiamo a cos P l'equivalente $2\cos^2\frac{P}{2} - 1$

$$\cos z = \cos c \cos p - \text{sen } c \text{ sen } p + 2\cos^2\frac{P}{2}\text{ sen } c \text{ sen } p$$

$$= \cos(c+p) + 2\cos^2\frac{P}{2}\text{ sen } c \text{ sen } p.$$

Si sottraggano ambo i membri dall'unità

$$1 - \cos z = 1 - \cos(p+c) - 2\cos^2\frac{P}{2}\text{ sen } c \text{ sen } p.$$

Pongasi

$$\text{sen}^2 B = 2\cos^2\frac{P}{2}\text{ sen } c \text{ sen } p,$$

e fatte le opportune riduzioni, si avrà:

$$\text{sen}^2\frac{z}{2} = \text{sen}^2\frac{c+p}{2} - \text{sen}^2 B$$

e finalmente

$$\text{sen}^2\frac{z}{2} = \text{sen}\left(\frac{c+p}{2}+B\right)\text{sen}\left(\frac{c+p}{2}-B\right).$$

Esempio (sistema 6). — Stessi dati del precedente (il simbolo c indica colat.).

c	84°44′	l sen	9,99816
p	37°22′	sen	9,78313
$c+p$	122°06′	somma	19,78129
		$\frac{1}{2}$ »	9,89064
$\frac{P}{2}$	$0^h 39^m 17^s$	l cos	9,99359
B	49°59′45″	l sen	9,88423
$\frac{c+p}{2}$	61°03′		
$\frac{c+p}{2}+B$	111°02′45″	l sen	9,97002
$\frac{c+p}{2}-B$	11°03′15″	l sen	9,28271
		somma	19,25273
$\frac{z}{2}$	25°01′30″	log sen $= \frac{1}{2}$ »	9,62636
z	50°03′		
h	39°57′		

Osservazione. — Il sistema (5), opportunamente trasformato, si presta, mediante l'uso dei logaritmi mezzo senoverso, ad una più comoda soluzione

$$\text{ver } A' = \text{ver } P \cos\varphi \cos\delta \sec(\varphi - \delta)$$
$$\text{sen } h = \cos(\varphi - \delta) \cos A'.$$

(A′ è un angolo ausiliario positivo e $< 90°$).

In molte raccolte nautiche è data in aggiunta alle tavole dei logaritmi delle solite funzioni trigonometriche, una tavola di log. mezzo senoverso, la quale rende appunto possibile questa soluzione.

Analoga trasformazione si può fare sulle formule del Molweide (sistema 6).

§ 195. **Tipo di calcolo e tavole Alessio.** — Il sistema di formule da noi usato (§ 33) per il calcolo dell'altezza e dell'azimut, fu richiamato in uso presso di noi dal Ten. di Vascello Alessio, a cui è dovuta la pregevolissima opera *Sulla teoria e la pratica della nuova navigazione* (annesso al fascicolo di Luglio-Agosto 1908 della « Rivista Marittima ». Vedi anche appendice annesso al fascicolo di Marzo 1909) [1].

Il prefato Autore pubblicò anche una raccolta di tavole nautiche (Istruzioni e tavole nautiche, 1909), nella quale le tavole dei logaritmi delle funzioni

[1] Quest'opera deve essere consultata e meditata da tutti i cultori della navigazione astronomica, giacchè vi sono trattate a fondo varie questioni importantissime che prima erano state non mai discusse, od appena abbordate. In quest'opera è suggerito per la prima volta l'impiego dei *piani celesti* per il tracciamento delle rette di altezza. La teoria degli errori da cui deriva l'impiego razionale delle bisettrici è ivi svolta in forma originale con tutta l'ampiezza che merita la somma importanza dell'argomento. Nel corso di questo studio l'eccellente opera dell'Alessio ci fu guida costante.

trigonometriche (a 5 decimali e con intervalli tavolari di 1') sono disposte in modo da facilitare il calcolo. Nel relativo tipo di calcolo, per ragioni di semplicità, sono sostituiti ai simboli usati ordinariamente per indicare i vari logaritmi, altri simboli più semplici. Per fare le speciali interpolazioni da noi descritte nel § 33 e seg., è usato un metodo analogo al nostro, più semplice, ma anche meno esatto. Infatti ai dieci valori di f_1 ed f_2 da noi considerati, sono sostituiti solo due valori:

zero ed *uno.*

In altri termini, la tavola per l'interpolazione che riferimmo nel § 33 è sostituita dalla seguente:

arco	f_2	f_1
da 0° a 45°	zero	uno
da 45° a 135°	uno	zero
da 135° a 180°	zero	uno.

Il metodo Alessio potrà essere impiegato con una tavola di logaritmi qualunque (ad es. tavole dell'Ist. Idr.), e l'interpolazione sarà fatta in base al principio ora considerato procedendo nel modo seguente:

Sia data una ordinaria tavola dei logaritmi delle funzioni trigonometriche nella quale le funzioni sieno — *come di consueto* — (vedi tav. Ist. Idr.) disposte nell'ordine seguente:

colonna 1	colonna 2	colonna 3	colonna 4	colonna 5	colonna 6
l sen	*l* cosec	*l* tan	*l* ctn	*l* sec	*l* cos

nella quale, ancora, gli angoli (argomenti) sieno scritti da 0° a 45° in alto a sinistra, da 180° a 135° in alto a destra, e quindi gli argomenti da 45° a 90° in basso a destra, e da 135° a 90° in basso a sinistra. Nel passare da *l* tan M a *l* sen M non si faccia alcuna interpolazione se il logaritmo da ricavare è compreso nelle ultime due colonne (*di destra*) della tavola; se invece esso è compreso nelle due prime colonne (*di sinistra*), si applichi al *l* sen M tavolare (ossia a quello che si ricaverebbe senza interpolazione sulla tavola) la differenza medesima (*e nel medesimo senso*) che vi è fra *l* tan M calcolato e quello tavolare prossimo [1].

Identiche norme si seguono per passare da *l* tan Z a *l* sec Z ed a *l* sen Z, e per passare da *l* ctn *h* a *l* cos *h*.

Il massimo errore che si introduce in ciascun logaritmo effettuando i passaggi suindicati è di circa 7 unità del 5° ordine decimale.

§ 196. Cenno sulle tavole speciali e sui metodi grafici e meccanici per la determinazione degli elementi della retta di altezza. — Allo scopo di semplifi-

---

[1] Qui è considerato il *l* tan tavolare prossimo (che potrà essere minore o maggiore del calcolato) invece del *prossimo minore*, come si è fatto da noi nel § 33. Ciò dipende dalla circostanza che il sistema di interpolazione considerato dall'Alessio può dar luogo ad errori molto più forti del nostro. Considerando il log tan *prossimo*, il valore dell'errore *massimo* che si può commettere viene ridotto a metà.

care il calcolo delle rette d'altezza furono ideate tavole speciali, di cui daremo solo un elenco rimandando per la spiegazione alle opere stesse. È impossibile spiegare qui gli artifizi ingegnosissimi ideati in questi ultimi tempi per la determinazione degli elementi h ed a.

Fra i più interessanti metodi citiamo quelli del francese Souillagouet (*Tables du Point Auxiliaire*), del Com.te Brasiliano De Aquino (*Altitude and Azimut Tables*), del Com.te francese Guyou, dell'inglese Ball (*Altitude Tables*) (1).

Furono anche ideate delle *soluzioni grafiche*. Sono notevoli i diagrammi dei francesi Favè e Rollet de L'Isle, e dell'americano Littlehales. Su analoghi principî sono fondati i *diagrammi altazimutali Alessio* (2). Questi ultimi furono essenzialmente costruiti per la determinazione di azimut; la determinazione di altezza che si può fare con essi non raggiunge, a causa della piccola scala, l'esattezza voluta per i calcoli di posizione, ed in pratica può solo servire come prova del calcolo di azimut.

Un'altra via per la quale si tentò di risolvere il triangolo di posizione fu la costruzione di una sfera materiale sulla quale doveva essere costruito e risolto il triangolo stesso; valendosi di mezzi ottici e meccanici (microscopi, vernieri, ecc.), si avrebbe dovuto segnare sulla sfera il triangolo sferico e ricavarne gli elementi con approssimazione sufficiente. Su questo principio, ad esempio, lo spagnolo Garcia de Los Reyes concepì lo *sferometro*. Questo istrumento, per una ingegnosa disposizione di cerchi graduati e di vernieri, permette la costruzione materiale di qualunque triangolo sferico mediante tre dei suoi elementi e la conseguente determinazione degli altri due. Negli esperimenti i risultati non corrisposero alle speranze; giova però ricordare che le uniche difficoltà che si oppongono all'applicazione dell'eccellente principio, sono puramente meccaniche e non sono neppure tali da escludere la possibilità di superarle in avvenire.

È degna di nota la soluzione ottenuta col *compasso trigonometrico* di Richer. Questo istrumento risolve il triangolo sferico di posizione mediante un triangolo piano, basandosi sul seguente principio (3).

---

(1) Nell'annesso al fascicolo di Marzo 1909 della « Rivista Marittima » si troverà una sommaria ed interessante critica di alcuni di questi metodi fatta dal T. di V. ALESSIO (Appendice all'opera *Sulla teoria e la pratica* ecc.).

(2) La teoria di questi diagrammi è spiegata nella citata opera dell'ALESSIO, *Sulla teoria e la pratica*, ecc.

Vedi anche FAVÉ et ROLLET DE L'ISLE, *Abaque pour la détermination du point à la mer* « Annales Hidrographiques » 1892: « Revue Maritime », Gennaio, 1893; G. W. LITTLEHALES, *Modern nautical astronomy*, ecc. Ed. Mundus Publishing C°. Washington, 1904.

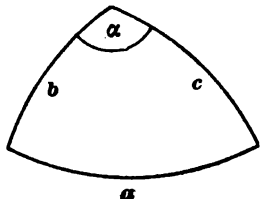
Sulla risoluzione dei triangoli sferici mediante abbachi vedi: PESCI, *Resolução nomografica do Triangolo de posição* (« Revista Maritima Brasileira », Nov. e Dic. 1907 e Febbraio 1908). Vedi anche dello stesso autore *Cenni sulla risoluzione* ecc. in « Rivista Marittima », Sett. 1909.

(3) Questo principio fu enunciato in forma generale da Lagrange. La relazione fondamentale fra i tre lati ed un angolo di un triangolo sferico (vedi § 29).

$$\text{(I)} \qquad \cos a = \cos b \cos c + \operatorname{sen} b \operatorname{sen} c \cos \alpha$$

può anche mettersi sotto la forma

$$\text{(II)} \begin{cases} 4 \operatorname{sen}^2 \frac{a}{2} = \left(\operatorname{sen} \frac{b+c}{2} + \operatorname{sen} \frac{b-c}{2}\right)^2 + \left(\operatorname{sen} \frac{b+c}{2} - \operatorname{sen} \frac{b-c}{2}\right)^2 \\ -2\left(\operatorname{sen} \frac{b+c}{2} + \operatorname{sen} \frac{b-c}{2}\right)\left(\operatorname{sen} \frac{b+c}{2} - \operatorname{sen} \frac{b-c}{2}\right) \cos \alpha. \end{cases}$$

Ma questa non è che la formula di Carnot applicata ad un

Si consideri il triangolo sferico di posizione ZPA (fig. 176a) di cui sono noti i lati

$$\text{PZ} = \text{colatitudine}, \qquad \text{PA} = \text{distanza polare},$$

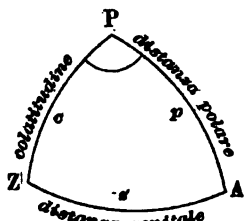
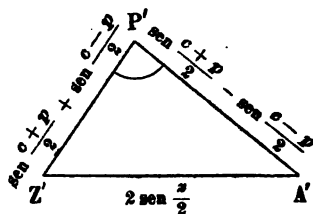



Fig. 176 a. Fig. 176 b.

e l'angolo compreso

$$\text{P} = \text{angolo al polo.}$$

Il triangolo piano Z'P'A' (fig. 176b) che ha i lati

$$\text{P'Z'} = \text{sen}\,\frac{c+p}{2} + \text{sen}\,\frac{c-p}{2}$$

$$\text{P'A'} = \text{sen}\,\frac{c+p}{2} - \text{sen}\,\frac{c-p}{2}$$

---

triangolo piano che abbia i due lati uguali rispettivamente a

$$\text{sen}\,\frac{b+c}{2} + \text{sen}\,\frac{b-c}{2} \quad \text{e} \quad \text{sen}\,\frac{b+c}{2} - \text{sen}\,\frac{b-c}{2},$$

l'angolo compreso uguale ad α e il lato opposto eguale a $2\,\text{sen}\,\frac{a}{2}$; basta quindi immaginare un istrumento col quale si possa facilmente costruire questo triangolo, perchè, dati i lati b, c e uno dei due elementi a od α, si abbia immediatamente l'altro.

Il compasso trigonometrico del Richer si trova descritto nell'opuscolo di Callet citato nella nota (1) della pag. 485 e fu richiamato dall'oblio dal Prof. PESCI, *Cenni sulla risoluzione del triangolo di posizione* ecc. (« Rivista Marittima », Settembre 1909) che ne propose la ricostruzione.

La soluzione del Richer non solo fu lodata da Callet e da Lalande (« Abrégé d'Astronomie », 1793, pag. 63) ma ebbe un premio dall'Accademia delle Scienze di Parigi (Maggio 1791). Lo scopo a cui era rivolta era quello di sostituire, semplificandola, una parte del calcolo relativo alla determinazione della longitudine con le distanze lunari.

Da un altro studio del prof. Pesci pubblicato nel fascicolo V-VI, 1910 del Supplemento al Periodico di Matematica, riproduciamo la dimostrazione sintetica del principio fondamentale enunciato da Lagrange.

La (II) equivale all'altra

$$4\,\text{sen}^2\frac{a}{2} = 2\,\text{sen}^2\frac{b+c}{2} + 2\,\text{sen}^2\frac{b-c}{2} - 2\left(\text{sen}^2\frac{b+c}{2} - \text{sen}^2\frac{b-c}{2}\right)\cos\alpha.$$

ossia

$$2\,(1-\cos a) = \left\{1-\cos(b+c)\right\} + \left\{1-\cos(b-c)\right\}$$
$$- \left\{\cos(b+c) - \cos(b-c)\right\}\cos\alpha$$

ossia

$$2\cos a = \cos(b+c) + \cos(b-c) + \left\{\cos(b-c) - \cos(b+c)\right\}\cos\alpha$$

e per le formule di prostaferesi (vedi nota (1) § 30, pag. 60).

$$2\cos a = 2\cos b\,\cos c + 2\,\text{sen}\,b\,\text{sen}\,c\,\cos\alpha$$

che, divisa per 2, coincide con la (I).

e l'angolo in P' (compreso fra questi) uguale a P, ha il terzo lato (opposto a P') uguale a $2 \operatorname{sen} \frac{z}{2}$.

Il compasso trigonometrico è uno strumento essenzialmente composto di tre alidade rettilinee con le quali, mediante opportune disposizioni meccaniche e apposite graduazioni, è possibile costruire rapidamente, in funzione dei dati c, p, P, il corrispondente triangolo piano Z'A'P' e di ricavare quindi, col terzo lato $Z'A' = 2 \operatorname{sen} \frac{z}{2}$, il cercato valore della distanza zenitale.

§ 197. **Il calcolo rapido.** — Quando si rinunci ai due vantaggi capitali offerti dal nostro tipo di calcolo — cioè: 1º) alla assoluta generalità del metodo, il quale permette l'uso di altezze di qualsiasi grandezza senza uscire da un prestabilito grado di esattezza; 2º) al calcolo di prova, — a noi pare che il procedimento più rapido e più semplice per determinare gli elementi della retta d'altezza sia il seguente.

Per il *calcolo dell'altezza nello zenit stimato* serve la formula fondamentale

$$\boxed{\operatorname{sen} h = \operatorname{sen} \varphi \operatorname{sen} \delta + \cos \varphi \cos \delta \cos P}$$

risolta, come si è detto poc'anzi, in parte coi logaritmi ed in parte con le funzioni naturali.

Nella risoluzione di questa formula bisogna, naturalmente, tener conto dei segni che spettano ai due termini del secondo membro.

Ricordando la nota regola dei segni (§ 29) si vede che il prodotto $\operatorname{sen} \varphi \operatorname{sen} \delta$ ha lo stesso segno di δ (cioè + se δ è omonimo di φ, — se δ è eteronimo di φ). Ed anche si vede che il segno del prodotto $\cos \varphi \cos \delta \cos P$ è determinato da $\cos P$; cioè, se $P < 6^h$, il prodotto è positivo, se $P > 6^h$ è invece negativo. Ora si noti che per δ eteronimo di φ l'angolo P non può essere maggiore di 6^h, perchè solo per $P < 6^h$ l'astro è al disopra dell'orizzonte (vedi N. B. in fine del § 33). Pertanto risulta evidente la seguente regola.

Indicando con A e B rispettivamente i valori assoluti dei termini del 2º membro:

$$A = |\operatorname{sen} \varphi \operatorname{sen} \delta| \qquad B = |\cos \varphi \cos \delta \cos P|$$

si ha

se P è $< 6^h$,

quando δ e φ sono dello *stesso nome*, $\operatorname{sen} h =$ *somma* di A e B
" δ " φ " di *nome contrario*, $\operatorname{sen} h =$ *differenza* di A e B

Se P è $> 6^h$

è sempre:

$$\text{sen}\, h = \textit{differenza} \text{ di A e B.}$$

Diamo un esempio coi medesimi dati dell'esempio riferito nel § 127, *arrotondandoli* convenientemente.

φ	30°10′ ...	l sen 9,70115		l cos 9,93680
δ	$-$21 14 ...	l sen $9{,}55891_n$ ...		l cos 9,96947
P	$3^h30^m23^s$			l cos 9,78350
A	$-$0,18200	$l\ 9{,}26006_n$		
B	+ 0,48952			l 9,68977
h	sen nat	0,30752		
	arco	17°54′,6		

(N.B. — Quando si fa uso dei logaritmi con caratteristiche aumentate di 10, come nel caso attuale, bisogna avere le seguenti avvertenze: 1°) nel fare le somme non si tiene conto delle diecine prima della virgola, ma solo delle *unità*; così ad es., ottenuto 19, 18, ... si scrive soltanto 9, 8, ...; 2°) i numeri A e B essendo necessariamente minori dell'unità, la caratteristica *reale* dei loro logaritmi è sempre *negativa*, ed il suo valore assoluto è uguale a 10 meno le unità di cui si è detto ora).

Per determinare l'azimut necessario al tracciamento della retta di altezza, si potrà fare uso delle tavole ABC (§ 181), o meglio ancora, dei *diagrammi azimutali Alessio*. Il vantaggio di questi diagrammi è che, con l'azimut, si ottiene anche il valore (app.) dell'altezza, il quale dà una *prova* dell'operazione eseguita.

Osservazione. — V'è qualche Autore che, per amore di semplicità, consiglia di fare, in luogo del calcolo dell'azimut a_s, la determinazione diretta dell'azimut nel punto di osservazione [1].

È da supporsi difatti che in circostanze normali l'azimut di osservazione (che noi possiamo misurare con la bussola), e l'azimut del punto stimato (a_s), di cui si fa uso nel tracciamento della retta d'altezza, siano sensibilmente uguali fra loro (§ 121). A parità di altre condizioni, la differenza è tanto minore quanto più l'altezza è piccola.

Dobbiamo perciò riconoscere che, *quando l'altezza non è molto grande* (per fissare le idee porremo $h < 30°$) *e non v'è da temere un errore straordinario*

[1] La possibilità di questa soluzione è considerata dallo stesso S.t Hilaire. Dice difatti questo autore « on pourrait se dispenser de calculer l'azimut en relevant l'astre, mais il est plus exact de faire le calcul qui est d'ailleurs si court qu'un relèvement à prendre et à corriger exigerait, peut-être, plus de temps » (« Rev. Mar. », Tomo 46, 1875, pag. 347).

nella posizione stimata, il risultato può essere soddisfacente. Notiamo ancora che in tali condizioni si è nelle circostanze favorevoli tanto per la misura dell'azimut con la bussola (vedi nota 1, § 176, pag. 425) quanto per il calcolo di h_s con la formula del seno. Naturalmente l'applicazione del metodo presuppone che sia nota esattamente la variazione della bussola.

Noi consigliamo il navigante di essere molto guardingo nell'impiego di tale *procedimento speditivo* perchè non sempre si è certi che le ipotesi che lo potrebbero giustificare sieno verificate dai fatti. Tuttavia, considerando che il navigante ama molto i *colpi di mano* e spesso si trova nella necessità di compierli, noi non sapremmo condannarlo del tutto quando impellenti circostanze speciali lo giustificassero. Però l'impiego sia fatto *cum grano salis* e si consideri il risultato del calcolo speditivo come prima e sommaria norma, e non si trascuri di rifare in seguito, ed immediatamente, la determinazione della retta d'altezza con i procedimenti ordinari: da questa soltanto si trarranno le norme definitive per la sicura condotta della navigazione.

Percorsi a determinate

Velocità in nodi	Tempo in minuti secondi					Tempo in												
	10	20	30	40	50	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
1	0.00	0.01	0.01	0.01	0.01	0.02	0.03	0.05	0.07	0.08	0.10	0.12	0.13	0.15	0.17	0.18	0,20	0.22
2	0.01	0.01	0.02	0.02	0.03	0.03	0.07	0.10	0.13	0.17	0.20	0.23	0.27	0.30	0.33	0.37	0,40	0.43
3	0.01	0.02	0.02	0.03	0.04	0.05	0.10	0.15	0.20	0.25	0.30	0.35	0.40	0.45	0.50	0.55	0.60	0.65
4	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.07	0.13	0.20	0.27	0.33	0.40	0.47	0.53	0.60	0.67	0.73	0.80	0.87
5	0.01	0.03	0,04	0.06	0.07	0.08	0.17	0.25	0.33	0.42	0.50	0.58	0.67	0.75	0.83	0.92	1.—	1.08
6	0.02	0.03	0.05	0.06	0.08	0.10	0.20	0.30	0.40	0.50	0,60	0.70	0.80	0.90	1.—	1.10	1.20	1.30
7	0.02	0.04	0.06	0.08	0.10	0.12	0.23	0.35	0.47	0.58	0,70	0.82	0.93	1.05	1.17	1.28	1.40	[illegible]
8	0.02	0.04	0.07	0.09	0.11	0.13	0.27	0.40	0.53	0.67	0.80	0.93	1.07	1.20	1.33	1.47	1.60	1.73
9	0.02	0.05	0.07	0.10	0.12	0.15	0.30	0.45	0.60	0.75	0.90	1.05	1.20	1.35	1.50	1.65	1.80	1.95
10	0.03	0.05	0.08	0.11	0.14	0.17	0.33	0.50	0.67	0.83	1.—	1.17	1.33	1.50	1.67	1.83	2.—	2.17
11	0.03	0.06	0.09	0.12	0.15	0.18	0.37	0.55	0.73	0.92	1.10	1.28	1.47	1.65	1.83	2.01	2.20	2.38
12	0.03	0.07	0.10	0.13	0.17	0.20	0.40	0.60	0.80	1.—	1.20	1.40	1.60	1.80	2.—	2.20	2.40	2.60
13	0.04	0.07	0.11	0.14	0.18	0.22	0.43	0.65	0.87	1.08	1.30	1.52	1.73	1.95	2.17	2.38	2.60	2.82
14	0.04	0.08	0.12	0.15	0.19	0.23	0.47	0.70	0.93	1.17	1.40	1.63	1.87	2.10	2.33	2.57	2.80	3.03
15	0.04	0.08	0.12	0.17	0.21	0.25	0.50	0.75	1.—	1.25	1.50	1.75	2.—	2.25	2.50	2.75	3.—	3,25
16	0.04	0.09	0.13	0.18	0.22	0.27	0.53	0.80	1.07	1.33	1.60	1.87	2.13	2.40	2.67	2.93	3.20	3.47
17	0.05	0.09	0.14	0.19	0.23	0.28	0.57	0.85	1.13	1.42	1.70	1.98	2.27	2.55	2.83	3.12	3.40	3.68
18	0.05	0.10	0.15	0.20	0.25	0.30	0.60	0.90	1.20	1.50	1.80	2.10	2.40	2.70	3.—	3.30	3.60	3.90
19	0.05	0.11	0 16	0.21	0,26	0.32	0.63	0.95	1.27	1.58	1.90	2.22	2.53	2.85	3.17	3.48	3.80	4.12
20	0.05	0.11	0.17	0.22	0.28	0.33	0.67	1.—	1.33	1.67	1.—	2.33	2.67	3.—	3.33	3.67	4.—	4.33
21	0.06	0.12	0.17	0.23	0.29	0.35	0.70	1.05	1.40	1.75	2.10	2.45	2.80	3.15	3.50	3.85	4.20	4.55
22	0.06	0.12	0.18	0.24	0.30	0.37	0.73	1.10	1.47	1.83	2.20	2.57	2.93	3.30	3.67	4.03	4.40	4.77
23	0.06	0.13	0.19	0.25	0.32	0.38	0.77	1.15	1.53	1.92	2.30	2.68	3.07	3.45	3.83	4.22	4.60	4.99
24	0.07	0.13	0.20	0.26	0.33	0.40	0.80	1.20	1.60	2.—	2.40	2.80	3.20	3.60	4.—	4.40	4.80	5.20
25	0.07	0.14	0,21	0.28	0.35	0.42	0.83	1.25	1.67	2.09	2.50	2.92	3.33	3.75	4.17	4.58	5.—	5.42
26	0.07	0.14	0.22	0.29	0.36	0.43	0.87	1.30	1.73	2.17	2.60	3.03	3.47	3.90	4.33	4.77	5.20	5.63
27	0.07	0.15	0.22	0.30	0.37	0.45	0.90	1.35	1.80	2.25	2.70	3.15	3.60	4.05	4.50	4.95	5.40	5.85
28	0.08	0.16	0.23	0.31	0.39	0.47	0.93	1.40	1.87	2.33	2.80	3.27	3.73	4.20	4.67	5.13	5.60	6.07
29	0.08	0.16	0.24	0.32	0.40	0.48	0.97	1.45	1.93	2.42	2.90	3.38	3.87	4.35	4.83	5.32	5.80	6.28
30	0.08	0.17	0.25	0.33	0.42	0.50	1.—	1.50	2.—	2.50	3.—	3.50	4.—	4.50	5.—	5.50	6.—	6.50

velocità in frazioni di miglio

minuti primi																	Velocità in nodi
14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	
0.23	0.25	0.27	0.28	0.30	0.32	0.33	0.35	0.37	0.38	0.40	0.42	0.43	0.45	0.47	0,48	0.50	1
0.47	0.50	0.53	0.57	0.60	0.63	0.67	0.70	0.73	0.77	0.80	0.83	0.87	0.90	0.93	0.97	1.—	2
0.70	0.75	0.80	0.85	0.90	0.95	1.—	1.05	1.10	1.15	1.20	1.25	1.30	1.35	1.40	1.45	1.50	3
0.93	1.—	1.07	1.13	1.20	1.27	1.33	1.40	1.47	1.53	1.60	1.67	1.73	1.80	1.87	1.92	2.—	4
1.17	1.25	1.33	1.42	1.50	1.58	1.67	1.75	1.83	1.92	2.—	2.09	2.17	2.25	2.33	2.42	2.50	5
1.40	1.50	1.60	1.70	1.80	1.90	2.—	2.10	2.20	2.30	2.40	2.50	2.60	2.70	2.80	2 90	3.—	6
1.63	1.75	1.87	1.98	2.10	2.22	2.33	2.45	2.57	2.68	2.80	2.92	3.03	3.15	3.27	3.38	3.50	7
1.87	2.—	2.13	2.27	2.40	2.53	2.67	2.80	2.93	3.07	3.20	3.33	3.47	3.60	3.73	3.87	4.—	8
2.10	2.25	2.40	2.55	2.70	2.85	3.—	3.15	3.30	3.45	3.60	3.75	3.90	4.05	4.20	4.35	4.50	9
2.33	2.50	2.67	2.83	3.—	3.17	3.33	3.50	3.67	3.83	4.—	4.17	4.33	4.50	4.67	4.83	5.—	10
2.57	2.75	2.93	3.12	3.30	3.48	3.67	3.85	4.03	4.22	4.40	4.58	4.77	4.95	5.13	5.32	5.50	11
3.80	3.—	3.20	3.40	3.60	3.80	4.—	4.20	4.40	4.60	4.80	5.—	5 20	5.40	5.60	5.80	6.—	12
3.03	3.25	3.47	3.68	3.90	4.12	4.33	4.55	4.77	4.99	5.20	5.42	5.63	5.85	6.07	6.28	6.50	13
3.27	3.50	3.73	3.97	4.20	4.43	4.67	4.90	5.13	5.37	5.60	5.83	6.07	6.30	6.53	6.76	7.—	14
3.50	3.75	4.—	4.25	4.50	4.75	5.—	5.25	5.50	5.75	6.—	6.25	6.50	6.75	7.—	7.25	7.50	15
3.73	4.—	4.27	4.53	4.80	5.07	5.33	3 60	5 87	6.13	6.40	6.67	6.93	7.20	7.47	7.73	8.—	16
3.97	4.25	4.53	4.82	5.10	5.38	5.67	5.95	6.23	6.52	6.80	7.08	7.37	7.65	7.93	8.22	8.50	17
4.20	4.50	4.80	5.10	5.40	5.70	6.—	6.30	6 60	6.90	7.20	7.50	7.80	8.10	8.40	8.70	9.—	18
4.43	4.75	5.07	5.38	5.70	6.02	6.33	6.65	6.97	7.28	7.60	7.83	8 23	8.55	8.87	9.18	9.50	19
4.67	5.—	5.33	5.67	6.—	6.33	6.67	7.—	7.33	7.67	8.—	8.33	8.67	9.—	9.33	9.67	10.—	20
4.90	5.25	5.60	5.95	6.30	6.65	7.—	7.35	7.70	8.05	8.40	8.75	9.10	9.45	9.80	10.15	10.50	21
5 13	5.50	5.87	6 23	6.60	6 97	7.33	7.70	8.07	8.43	8.80	9.17	9.53	9.90	10.27	10.63	11.—	22
5 37	5.75	6 13	6.52	6.90	7.28	7.67	8.05	8.43	8 82	9.20	9.58	9.97	10 35	10.73	11.12	11.50	23
5.60	6.—	6.40	6.80	7.20	7.60	8.—	8.40	8.80	9.20	9 60	10.—	10.40	10.80	11.20	11.60	12.—	24
5.83	6.25	6.67	7.08	7.50	7.93	8.33	8.75	9.17	9.58	10.—	10.42	10.83	11.25	11.67	12.08	12.50	25
6.07	6.50	6.93	7.37	7.80	8.23	8.67	9.10	9.53	9.97	10.40	10.83	11.27	11.70	12.13	12.57	13.—	26
6.30	6.75	7.20	7.65	8.10	8.55	9.—	9.45	9.90	10 35	10.80	11.25	11.70	12.15	12.60	13.05	13.50	27
6 53	7.—	7.47	7.93	8.40	8.87	9.33	9.80	10.27	10.73	11.20	11.67	12.13	12 60	13.07	13.53	14.—	28
6.76	7.25	7.73	8.22	8.70	9.18	9.67	10.15	10.63	11.12	11.60	12.08	12.57	13 05	13.53	14.02	14.50	29
7.—	7.50	8.—	8.50	9.—	9.50	10.—	10.50	11.—	11.50	12.—	12.50	13.—	13.50	14.—	14.50	15.—	30

APPENDICE

NOTA 1ª

Il navisfero Magnac (1)

Il navisfero, immaginato dal Com.te De Magnac, si compone essenzialmente di due parti: il *globo celeste* e lo *sferometro*.

1°. Il globo celeste G (fig. A) è una sfera la cui superficie è ricoperta di carta bianca molto forte: in essa sono segnati i poli, i cerchi orari equidistanti 1^h, l'equatore celeste graduato in ore e minuti e l'eclittica graduata in gradi.

Vi sono rappresentate le Stelle di prima, seconda e terza grandezza, nelle loro rispettive posizioni con dei cerchietti neri di tre dimensioni differenti, indicanti lo splendore della Stella; i centri di questi cerchietti sono segnati con un punto bianco.

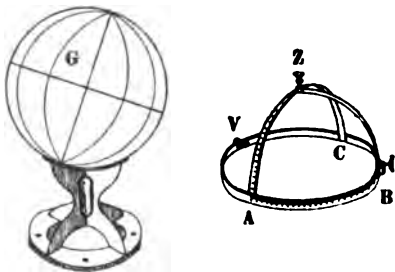
Fig. A.

2°. Lo sferometro è di ottone; esso si compone di alcuni cerchi od archi di cerchio, di raggio uguale a quello della sfera, e precisamente:

a) di un cerchio ABC, che si può chiamare *cerchio orizzonte* ed il cui orlo è graduato in gradi, da 0° a 90°, da A verso B e da C verso B;

b) di un semicerchio AZC che si può chiamare *cerchio meridiano* il cui orlo AC passa per il polo Z del cerchio ABC; quest'orlo è graduato in gradi da 0° a 90° da A verso Z e da C verso Z;

c) infine di un quarto di cerchio ZB, mobile intorno a Z, che noi chiameremo *cerchio verticale*, ed il cui orlo, passante per Z è graduato in gradi da 0° a 90°, da B verso Z.

---

(1) Nel corso del nostro studio ci è accaduto di parlare dell'uso del Navisfero Magnac, per la risoluzione di alcuni problemi astronomici. Pertanto riteniamo opportuno dare una sommaria descrizione di questo istrumento veramente prezioso nei riguardi della navigazione astronomica. La descrizione è per la maggior parte desunta dall'opera *Instruments Nautiques* del Com.te GUYOU citata nella nota (1) della pag. 241 del testo.

Il vantaggio cospicuo del navisfero è di essere uno strumento di somma semplicità « per il fatto (dice l'inventore medesimo) che in esso è tradotta esattamente la natura delle cose ». Pertanto il suo uso è quasi intuitivo.

I nomi attribuiti ai varî cerchi sono giustificati dal fatto che in realtà nella risoluzione dei problemi il cerchio ABC serve a rappresentare l'orizzonte, il semicerchio AZC il meridiano, ed il quarto di cerchio ZB il ramo di un verticale situato al disopra dell'orizzonte.

Dati richiesti per l'impiego del navisfero. — I dati fondamentali richiesti per l'uso del navisfero sono:

1° la latitudine locale;

2° l'ora siderea locale t_s.

La latitudine φ è sempre nota (a bordo si usa generalmente il valore stimato); in quanto all'ora siderea t_s essa si determina per mezzo dell'ora T_m del 1° meridiano e della longitudine λ dello zenit considerato. Infatti, com'è noto

$$T_m + \alpha_m = T_s \tag{1}$$

$$T_s + \lambda = t_s \text{ (alg.)}. \tag{2}$$

È ovvio aggiungere che l'ora T_m si ottiene per mezzo del cronometro o di un buon orologio. Per risolvere la (1) e la (2) basta assumere un valore *approssimato* di α_m ed il valore stimato di λ.

Impiego. — In tutti i problemi in cui serve il navisfero, la prima operazione da farsi, e la sola che domanda una certa abitudine, è la messa a posto dello sferometro sul globo celeste per uno *zenit di latitudine data e per un'ora siderea conosciuta.* Lo sferometro deve essere collocato sulla sfera celeste in modo che i due circoli massimi, i quali sulla sfera stessa rappresentano l'orizzonte e il meridiano d'osservazione all'istante considerato, coincidano rispettivamente col *cerchio orizzonte* e col *cerchio meridiano* dello sferometro medesimo.

Disposto lo sferometro sul globo, si fa in modo che il cerchio meridiano AZ passi approssimativamente tanto per il polo elevato dell'osservatore, quanto per il punto dell'equatore in cui è segnata l'ora siderea t_s, e che nel medesimo tempo l'equatore incontri lo stesso cerchio meridiano AZ nella graduazione corrispondente alla latitudine.

Questa posizione approssimata viene poscia rettificata per tentativi fino ad ottenere che il cerchio meridiano passi esattamente per il polo ed indichi esattamente l'ora siderea e la latitudine data. Allora si chiude la vite di pressione V che fissa lo sferometro al globo.

Si comprende che se in tali condizioni si fa ruotare il cerchio mobile (cerchio verticale) attorno allo zenit Z, la graduazione di questo cerchio dà le altezze delle Stelle per le quali passa, e quella del cerchio orizzontale dà l'azimut contato da 0° a 90° a partire dal Nord oppure dal Sud. È chiaro che l'azimut sarà misurato a partire dal polo elevato di Z se il ramo del cerchio meridiano, a partire dal quale esso è contato, è quello che passa per questo polo, od a partire dal polo depresso nel caso contrario.

(Il lettore ponga mente a questo particolare modo di contare l'azimut, il quale è diverso da quello usato ordinariamente nel corso del nostro studio).

Lo sferometro può essere collocato in due maniere differenti, secondo che l'ora siderea è segnata dal ramo AZ, oppure dal ramo ZC del cerchio meridiano. Nell'un caso il cerchio verticale descrive la regione Est della sfera celeste; nel-

l'altro la regione Ovest. Pertanto, prima di collocare lo sferometro, è necessario esaminare qual'è la regione del cielo (orientale od occidentale) di cui ci si vuole occupare.

Messo a posto lo sferometro, si possono risolvere i seguenti problemi.

1°. Determinare la variazione della bussola. Si può infatti leggere sull'istrumento l'azimut vero di una Stella riconosciuta e confrontarlo col rilevamento misurato con la bussola.

2°. Riconoscere una Stella di cui si è osservata l'altezza con tempo nuvoloso. Basta infatti prendere il rilevamento alla bussola di quella Stella e correggerlo. Si conoscono così tanto l'altezza quanto l'azimut con sufficiente esattezza per poter segnare sul globo celeste (disponendo nell'azimut opportuno il cerchio verticale mobile), la posizione della Stella, e quindi leggere il suo nome.

3°. Scegliere le Stelle che conviene osservare per ottenere una retta di altezza con un determinato azimut. A questo scopo si dispone il verticale mobile secondo l'azimut prescelto e si leggono i nomi delle Stelle che si trovano nelle sue vicinanze. Si può anche approfittare di questa circostanza per determinare un valore approssimato dell'altezza e così sarà facilitata la misura dell'altezza medesima.

4°. Il navisfero può anche essere impiegato per risolvere i problemi relativi agli astri erranti, segnando in precedenza sul globo, con la punta della matita, la loro posizione. Questa posizione si può infatti segnare, note l'ascensione retta e la declinazione, con lo sferometro disponendolo in modo che il cerchio ABC (il quale nelle operazioni serve come orizzonte) coincida con l'equatore.

NOTA 2ª

Impiego delle formule di Nepero per il calcolo di una tabella di azimut

Dovendosi calcolare numerosi azimut di un dato astro riferiti ad un medesimo zenit e per istanti compresi in un dato intervallo può essere, per avventura, conveniente ricorrere ad un tipo di formule che consentono una grande semplificazione. Derivano dalle note formule di Nepero della Trigonometria sferica (dati due lati e l'angolo compreso) [1].

Senza darne dimostrazione esporremo le norme pratiche per l'applicazione di dette formule al nostro caso particolare.

Se indichiamo con

x ed y due angoli *sempre positivi e compresi fra* 0° *e* 90°;

colat $= 90° - \varphi$; (φ sempre positiva);

$p = 90° - \delta$ (alg.); (δ positiva se ha lo stesso nome di φ; negativa nel caso contrario);

colat $\sim p =$ differenza (aritmetica) fra colatitudine e distanza polare [2],

[1] Vedi Formulario delle Grandi Tavole Logaritmiche dell' Ist. Idr. Ed., 1913, p. 497.

[2] Per indicare che di due quantità A e B si deve sottrarre la minore dalla maggiore, si usa la notazione A $\sim$ B.

si ha:

$$\left\{\begin{aligned} \tan x &= \frac{\text{sen}\left(\frac{\text{colat} \sim p}{2}\right)}{\text{sen}\left(\frac{\text{colat} + p}{2}\right)} \text{ctn} \frac{P}{2} \\ \tan y &= \frac{\cos\left(\frac{\text{colat} \sim p}{2}\right)}{\cos\left(\frac{\text{colat} + p}{2}\right)} \text{ctn} \frac{P}{2} \end{aligned}\right.$$

L'angolo azimutale Z (*contato dal polo elevato*), od il suo supplemento, è uguale alla somma od alla differenza degli angoli x ed y, secondo la seguente *regola*:

$$\text{quando,} \quad (\text{colat} + p) < 180° \begin{cases} \text{se,} \quad \text{colat} < p, \ Z = x + y \\ \text{se,} \quad \text{colat} > p, \ Z = x - y, \end{cases}$$

$$\text{quando,} \quad (\text{colat} + p) > 180°, \ Z \text{ è sempre uguale a } 180° - (x + y).$$

Per passare da Z ad a, vedi norme al § 21 del testo.

Quando φ e δ sieno costanti [1], il calcolo degli azimut corrispondenti a valori varî dell'angolo orario, o di P, è assai rapido, perchè nel calcolo di ognuno degli angoli azimutali figurano gli stessi valori delle quantità:

$$m = \frac{\text{sen}\left(\frac{\text{colat} \sim p}{2}\right)}{\text{sen}\left(\frac{\text{colat} + p}{2}\right)} \qquad n = \frac{\cos\left(\frac{\text{colat} \sim p}{2}\right)}{\cos\left(\frac{\text{colat} + p}{2}\right)}.$$

I loro logaritmi si calcolano una sol volta per tutte: e per ognuno dei calcoli è necessaria la sola ricerca del corrispondente $l \text{ ctn } \frac{P}{2}$.

Questo tipo di calcolo trova, ad esempio, utile impiego nel caso in cui si costruisca una tabella delle deviazioni facendo un *giro di bussola* con osservazione di astri (caso considerato nel § 182 del testo).

ESEMPIO. — (Stessi dati dell'esempio del § 182 del testo)

φ 37°40′ N, λ 15°55′ Est Greenwich

Determinare l'azimut del Sole alle ore

t_v 17h00m e t_v 17h20m,

essendo

δ 17°41′ Nord.

colat	52°20′						
p	72 19						
colat $+ p$	124 39	$\frac{\text{colat} + p}{2}$	62°19′30″	l cosec	0,05276	l sec	0,33306
colat $\sim p$	19 59	$\frac{\text{colat} \sim p}{2}$	9 59 30	l sen	9,23931	l cos	9,99336
				l_m	9,29207	l_n	0,32642

[1] Od anche solo sensibilmente costanti durante l'intervallo considerato (vedi § 182 del testo).

t_v 17ʰ00ᵐ
P 7 00
$\frac{P}{2}$ 3 30 . . . l ctn 9,88498 . . . l ctn 9,88498 x 8°33′ (val. arrot. a 1′)
l_m 9,29207 l_n 0,32642 y 58 25
l tan x 9,17705 l tan y 0,21140 Z 66°58′
a = N 66°58′ E = 66°58′.

---

t_v 17ʰ20ᵐ
P 6 40
$\frac{P}{2}$ 3 20 . . . l ctn 9,92381 . . . l ctn 9,92381 x 9°20′ »
l_m 9,29207 l_n 0,32642 y 60 40 »
l tan x 9,21588 l tan y 0,25023 Z 70°00′
a = N 70°00′ E = 70°00′.

NOTA 3ª

Determinazione dell'azimut e della distanza di un punto terrestre nell'ipotesi della terra sferica, essendo note le coordinate geografiche dell'osservatore e del punto considerato [1].

Dicesi azimut di un punto terrestre B rispetto all'osservatore in Z l'angolo che il piano verticale in Z e passante per B forma col piano del meridiano di Z (fig. B). Questo azimut (come quello dei corpi celesti) si conta da 0° a + 360° a partire dal Nord e girando verso Est.

Fig. B.

Supponiamo che la Terra sia *perfettamente sferica*.

Le coordinate di Z e B sieno rispettivamente

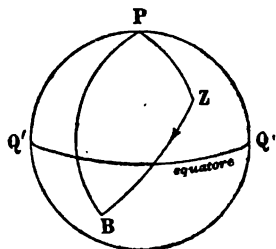
$$\varphi \; \lambda, \qquad \varphi_b \; \lambda_b.$$

Consideriamo il triangolo sferico PZB che ha per vertici i due punti Z, B ed il polo terrestre dell'emisfero a cui appartiene Z (ossia che ha il nome della latitudine di Z).

Si vede subito che:

1°) il lato ZP è uguale a $90 - \varphi$, dove φ va considerata *sempre positiva*;

2°) il lato BP è uguale a $90 - \varphi_b$, dove φ_b va considerata *positiva* se ha lo *stesso* nome di φ; negativa nel caso contrario;

---

[1] La trattazione di questo problema, che non ha nessuna relazione con la nautica astronomica è giustificata dalla circostanza che il suo *metodo di calcolo* è identico a quello generale delle rette d'altezza.

3°) l'angolo in P è sempre uguale alla variazione di longitudine $\Delta\lambda$ ($< 180°$) per andare da Z a B.

Pertanto quando la differenza $\lambda_b - \lambda$ è, in valore assoluto $< 180°$,

$$\Delta\lambda = \lambda_b - \lambda \quad \text{(alg. !)}.$$

Quando invece la differenza algebrica $\lambda_b - \lambda$ è, in valore assoluto, > 180

$$\begin{cases} \Delta\lambda = (\lambda_b - \lambda) + 360°, & \text{se } \lambda_b - \lambda \text{ è negativa} \\ \Delta\lambda = (\lambda_b - \lambda) - 360°, & \text{se } \lambda_b - \lambda \text{ è positiva} \end{cases} \quad \text{(alg. !)}.$$

Ad esempio, essendo $\lambda = + 165°$, $\lambda_b = - 172°$, si ha

$$\lambda_b - \lambda = - 337,$$

e quindi

$$\Delta\lambda = - 337° + 360° = + 23° \text{ (ossia } \Delta\lambda = 23° \text{ Est)}.$$

4°) l'angolo in Z (che chiameremo angolo *azimutale* di B sull'orizzonte in Z, e indicheremo con Z), è legato al valore dell'azimut *a* di B, preso da Z, dalle seguenti relazioni:

Quando φ è Nord

se, $\Delta\lambda$ è Ovest (o —), $a = 360° - Z$
se, $\Delta\lambda$ è Est (o +), $a = Z$.

Quando φ è Sud

se, $\Delta\lambda$ è Ovest (o —), $a = 180° + Z$ (1)
se, $\Delta\lambda$ è Est (o +), $a = 180° - Z$

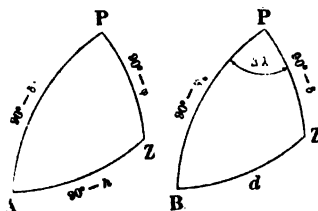
5°) l'arco ZB (2) *misurato in primi* è la cosidetta *distanza ortodromica* in *miglia*, intercedente fra due punti. (L' indicheremo con *d*).

Fig. C. Fig. D.

Noi ci proponiamo di determinare il valore di Z e quindi di *a* essendo note le coordinate

$$\varphi, \lambda \text{ di Z} \qquad \text{e} \qquad \varphi_b, \lambda_b \text{ di B}$$

ed eventualmente di calcolare la distanza ortodromica ZB. Questa determinazione richiede la risoluzione di un triangolo sferico del quale si conoscono due lati e l'angolo compreso. Il problema trigonometrico è identico a quello risolto nel § 30 e seg. del testo (trasformazione delle coordinate orarie in azimutali), col quale, noti i lati (fig. C) $PZ = 90 - \varphi$, $PA = 90 - \delta$ e l'angolo al polo P compreso fra essi, si determinano l'angolo in Z ed il terzo lato $AZ = 90 - h$.

Nelle figg. C e D sono posti a confronto il triangolo di posizione ed il triangolo sferico che ora si vuol risolvere. Sostituendo nelle formule (1) nel § 33

(1) Per passare dall'angolo azimutale Z ad *a* basta (come si fa quando si considera l'azimut degli astri) scrivere dinanzi al valore numerico dell'angolo azimutale il nome del polo che dà il nome alla *latitudine* φ del punto Z, e farlo seguire dal nome Est o West secondochè $\Delta\lambda$ è Est od Ovest.

(2) L'arco ZB rappresenta il *percorso più breve* per andare da Z in B. In navigazione è chiamato *ortodromia*.

del testo, agli elementi del triangolo di posizione, quelli corrispondenti del triangolo ora considerato, avremo il seguente sistema:

$$\begin{array}{rl} & \tan M = \tan (90^\circ - \varphi_b) \cos \Delta\lambda \\ & \tan Z = \text{sen}\, M \tan P \sec (\varphi + M) \\ (^1) & \tan d = \text{ctn}\, (\varphi + M)\, \text{sen}\, Z \\ \text{prova:} & \text{sen}\, d\ \text{sen}\, Z\ \text{cosec}\, (90^\circ - \varphi_b)\ \text{cosec}\, \Delta\lambda = 1 \end{array}$$

Regola dei segni: φ si assume sempre positiva; nel fare la differenza algebrica $90 - \varphi_b$, φ_b va assunta positiva se ha lo stesso nome di φ, negativa nel caso contrario.

Sul modo di determinare $\Delta\lambda$ vedi norme in principio di questa nota.

Le modalità di calcolo sono quelle descritte nel § 33 e seguenti (²).

OSSERVAZIONE 1ª. — Il problema che abbiamo risolto in questa nota serve anche alla determinazione degli *elementi della navigazione per circolo massimo nella quale per semplicità si considera la Terra sferica.* Z è il punto di partenza e B è quello di arrivo. L'azimut a è la cosidetta *rotta iniziale*; la distanza d è la *distanza ortodromica.*

OSSERVAZIONE 2ª. — L'azimut ottenuto nel modo descritto è *approssimato* perchè la Terra non è perfettamente sferica. Giova notare però che nella soluzione di molti problemi l'approssimazione è sufficiente.

Nella precedente osservazione abbiamo citato il caso della *navigazione per circolo massimo.* Citeremo ancora il caso, che si presenta con relativa frequenza, in cui si debba determinare l'*orientamento del filo aereo di una stazione radiotelegrafica.* È noto che la migliore trasmissione da un punto ad un altro si ha quando il filo è orientato secondo l'azimut della stazione ricevente. Osserviamo finalmente che nel caso della radiotelegrafia è particolarmente interessante conoscere la distanza d fra le stazioni trasmettitrice e ricevente.

ESEMPIO. — Determinare l'azimut e la distanza di Mogadiscio dalla stazione R. T. di Massaua

Massaua φ 15°37'16" N; λ 39°28'44" Est Greenwich.
Mogadiscio φ_b 2°02'06" N; λ_b 45°21'13" Est Greenwich.

Elementi del calcolo

$\lambda_b - \lambda = + 5^\circ 52' 29''$, perciò, $\Delta\lambda = 5^\circ 52' 29''$ Est
$90^\circ - \varphi_b = 87^\circ 57' 54''$.

(¹) Nel determinare $\tan d$ bisogna tener conto del segno che le compete onde poter distinguere se la distanza d è $<$ oppure $>$ 90°.

Nelle formule si è fatto figurare l'arco $90^\circ - \varphi_b$ affinchè tutti gli archi del calcolo siano positivi.

Parimente si considera il lato d, mentre nelle formule di risoluzione del triangolo astronomico è considerato il complemento h dell'analogo lato AZ.

(²) È facile vedere che per una approssimata determinazione di Z si può fare uso delle tavole A, B, C, degli azimut (§ 181 del testo). Basterà fare una opportuna sostituzione di simboli negli argomenti delle tavole.

Calcolo dell'azimut e della distanza

$90^{\circ} - \varphi_b$	87°57'54"	tan 1,44937			
$\Delta\lambda$	5 52 29	cos 9,99771	tan 9,01238		cosec 0,98991
M	87 57 15	tan 1,44708	sen 9,99972		cosec 0,00027
		7			
φ	15 37 16	1	pp 0		
$\varphi + M$	103 34 31		sec $0{,}62944_n$	ctn 9,38286	
Z	156 20'37"		tan $9{,}64154_n$	sec 0,03811	sen 9,60338
			49		
			5		
d	14°46'06" = 886',1 (miglia)			pp 1	pp 4
				tan 9,42098	sen 9,40634
				93	
				5	pp 5
					Prova 9,99999

azimut = N 156°20' E = 156°20'.

(N. B. — Nella pratica nautica, tenuto conto dello scopo a cui è rivolto tal genere di determinazione, sarà lecito procedere con minor precisione. Gli archi che figurano nel calcolo logaritmico potranno essere arrotondati ai valori tavolari, e così saranno evitate le interpolazioni; d'altra parte il risultato non subirà sensibile alterazione).

NOTA 4ª

Sull'approssimazione di un procedimento di interpolazione

Nel § 33 del testo abbiamo riferite le seguenti formule d'interpolazione [1]

$$\begin{cases} \Delta\,(l \,\text{sen}\, \tau) = \Delta\,(l \tan \tau) \times \cos^2 \tau \\ \Delta\,(l \,\text{cosec}\, \tau) = \Delta\,(l \,\text{ctn}\, \tau) \times \cos^2 \tau \\ \Delta\,(l \cos \tau) = \Delta\,(l \,\text{ctn}\, \tau) \times \text{sen}^2 \tau \\ \Delta\,(l \sec \tau) = \Delta\,(l \tan \tau) \times \text{sen}^2 \tau \end{cases}$$

ed abbiamo detto che, nella loro applicazione pratica, le quantità $\cos^2 \tau$ e $\text{sen}^2 \tau$ possono venire espresse con la sola prima cifra significativa convenientemente arrotondata.

---

[1] Usiamo i simboli $\Delta\,(l \,\text{sen}\, \tau)$ ecc. per indicare l'incremento del logaritmo dovuto ad un piccolo incremento $\Delta\tau$ dell'angolo. Ed in luogo dei simboli f_1, f_2 poniamo i valori delle quantità che essi rappresentano, cioè: $f_1 = \cos^2 \tau$, $f_2 = \text{sen}^2 \tau$.

Ora daremo la dimostrazione di questo principio, scegliendo una qualunque delle relazioni suddette, avvertendo che analoga dimostrazione (e con identici risultati) si può fare per le tre rimanenti.

Scegliamo, ad esempio, la relazione

$$\Delta\,(l \sec \tau) = \Delta\,(l \tan \tau) \times \operatorname{sen}^2 \tau. \tag{1}$$

Ci proponiamo di provare che, usando le ordinarie tavole logaritmiche, questa relazione permette di raggiungere sempre un sufficiente grado di precisione quando in luogo dell'esatto valore di $\operatorname{sen}^2 \tau$ si pongano i seguenti valori:

1°) quando l'angolo è tale che il suo sen^2 abbia valori compresi fra 1 e 0,95 si sostituisca l'unità;

2°) quando sen^2 abbia valori compresi fra 0 e 0,05 si sostituisca il valore zero;

3°) quando sen^2 abbia valori compresi fra 0,05 e 0,95 si sostituisca il valore approssimato a $\pm$ 0,05.

Vedremo che, usando tavole col passo di 15″, l'errore massimo che si può commettere eseguendo l'interpolazione con tutte le modalità descritte nel § 33 del testo è $\leqslant 7$ unità del *sesto* ordine decimale (¹).

Dimostrazione. — Se il secondo membro della (1) sia calcolato con un valore non esatto di $\operatorname{sen}^2 \tau$, l'errore nella parte proporzionale del l sec è dato dal prodotto

$$(l \tan \tau - l \tan \text{ pross. min.}) \times \textit{errore di cui è affetto } \operatorname{sen}^2 \tau\,.$$

Ora è manifesto che la differenza fra parentesi è sempre inferiore al valore fra la differenza dei due logaritmi tavolari consecutivi i quali comprendono il dato $l \tan \tau$. Indicando con Δ tav. questa differenza, sappiamo, dal calcolo differenziale, che essa è data dall'espressione:

$$\Delta \text{ tav.} = \frac{2 \operatorname{sen} 1'' n}{\operatorname{sen} 2\tau} \times \mathrm{M}$$

dove n è l'intervallo tavolare fra gli argomenti misurato in secondi di arco, ed M il modulo per passare dai logaritmi naturali ai logaritmi volgari

$$\mathrm{M} = 0{,}43429\ldots.$$

Se $n = 15''$ (come nelle grandi tavole dell'Ist. Idr.)

$$\Delta \text{ tav.} = \frac{30 \operatorname{sen} 1''}{\operatorname{sen} 2\tau} \times \mathrm{M}.$$

Applicheremo questa relazione ai casi 1°), 2°), 3°) poc'anzi considerati.

(¹) Quando il passo sia di n'' l'errore massimo è di $\pm \left(\frac{n}{15} \times 7\right)$ unità del sesto ordine decimale.

Sostituendo l'unità ai valori di $\operatorname{sen}^2 \tau$ che sono compresi fra 1 e 0,95, il fattore $\operatorname{sen}^2 \tau$ sarà affetto dall'errore $(1 - \operatorname{sen}^2 \tau)$, e l'errore nella parte proporzionale del l sec non raggiungerà mai il valore:

$$(1 - \operatorname{sen}^2 \tau) \times \Delta \text{ tav.} = \frac{30 \operatorname{sen} 1''}{\operatorname{sen} 2\tau} \times M \times (1 - \operatorname{sen}^2 \tau) = 15 \operatorname{sen} 1'' \times \operatorname{cotn} \tau \times M.$$

Gli archi che hanno sen^2 compreso fra 1 e 0,95 sono quelli che vanno da 77° a 103°, circa, (consideriamo solo angoli $\leqslant 180°$) e in quell' intervallo il massimo valore assoluto della cotangente è raggiunto ai limiti 77°, ed è uguale a 0,231 circa.

Perciò l'errore sulla parte proporzionale di l sec sarà massimo per $\tau = 77°$, o, 103°, ed esso sarà necessariamente minore di

$$15 \operatorname{sen} 1'' \times M \times 0{,}231 = 0{,}000007 \text{ circa.}$$

Gli archi che hanno sen^2 compreso fra 0 e 0,05 sono quelli che vanno da 0° a 13° e da 167° a 180°.

L'errore nella parte proporzionale di l sec non raggiunge mai il valore

$$(0 - \operatorname{sen}^2 \tau) \pm \Delta \text{ tav.} = -\left(\frac{30 \operatorname{sen} 1''}{\operatorname{sen} 2\tau} \times M \times \operatorname{sen}^2 \tau\right) = -15 \operatorname{sen} 1'' \times M \times \tan \tau.$$

Questa quantità raggiunge il massimo valore assoluto quando il valore assoluto di $\tan \tau$ è massimo. Negli intervalli 0° — 13° e 167° — 180° il massimo valore assoluto della tangente corrisponde ai limiti 13° e 167° ed è uguale a 0,231 circa. Pertanto si avrà, come nel caso precedente che il massimo dell'errore nella pp. di l sec, sarà inferiore a 0,000007.

Gli archi che hanno sen^2 compreso fra 0,05 e 0,95, sono tutti quelli che si trovano fuori dei limiti considerati nei due casi precedenti, e se allora nel calcolo della parte proporzionale di l sec si usa un valore di sen^2 approssimato a $\pm 0{,}05$, l'errore che si può commettere non raggiungerà mai il valore

$$\pm (0{,}05 \times \Delta \text{ tav.}) = \pm \left(0{,}05 \times \frac{30 \operatorname{sen} 1''}{\operatorname{sen} 2\tau} \times M\right).$$

E poichè il massimo valore assoluto del fattore $\frac{1}{\operatorname{sen} 2\tau}$ si verifica ai limiti 13° e 77°, 103° e 167°, (per i quali si ha $\left|\frac{1}{\operatorname{sen} 2\tau}\right| = 2{,}281$) l'errore sarà in ogni caso minore della quantità

$$0{,}05 \times 30 \operatorname{sen} 1'' \times 2{,}281 \times M = 0{,}000007 \text{ circa,}$$

come nei casi precedenti.

Rimane adunque provato che, in ogni circostanza si può usare nel calcolo della parte proporzionale di l sec il valore di sen^2 *arrotondato* alla prima cifra significativa, con la certezza di commettere un errore minore di 7 unità del sesto ordine decimale.

La dimostrazione si è fatta considerando l'uso di tavole trigonometriche in cui l'intervallo fra gli argomenti tavolari è di 15'' : è facile vedere che quando l'intervallo è di 30'', l'errore è raddoppiato, ecc.

Osservazione. — Quando l'interpolazione venga fatta considerando le differenze fra il valore *l* tan (o ctn) calcolato e quello tavolare *prossimo* (minore o maggiore a secondo dei casi) l'errore è ridotto a *metà*. Noi riteniamo però che sia più conveniente, per i calcoli nautici, seguire il sistema descritto nel § 33 del testo, nel quale si considera la differenza fra il valore del *l* tan (o ctn) calcolato e quello tavolare *prossimo minore* perchè così facendo le pp, risultano sempre positive e d'altra parte l'errore massimo che si può commettere non reca eccessivo danno ai risultati del calcolo.

Fine